

## A PROPOS DE LA TRANSPARENCE DES ALGORITHMES SUR LE CALCUL DES INFORMATIONS NUTRITIONNELLES DE PRODUITS ALIMENTAIRES

Année académique 2022/2023

L'objectif de ce projet est de sensibiliser les étudiants à une démarche d'analyse, d'interprétation et de transparence des modèles d'évaluation utilisés pour l'élaboration des classements ou classification de produits, d'organismes, de personnes, etc. Nous examinerons ici le cas des produits alimentaires où il existe plusieurs systèmes d'étiquetage nutritionnel pour faciliter le choix d'achat du consommateur, au regard de la composition nutritionnelle des produits. Ce travail sera réalisé à l'aide d'algorithmes implémentés en langage Python.

### 1 Le Nutri-score

#### 1.1 Introduction

Le Nutri-Score, est un système d'étiquetage nutritionnel qui répartit les produits en cinq classes (5 couleurs), du vert (catégorie A) pour les produits de très bonne qualité nutritionnelle au rouge (catégorie E) pour ceux dont il vaut mieux limiter la consommation. Il a été mis en place en janvier 2016, par le gouvernement français, dans le cadre de la loi de modernisation du système de santé. Son but est de faciliter le choix d'achat du consommateur, au regard de la composition nutritionnelle des produits. Ainsi, il favorise le choix de produits plus sains par les consommateurs et par conséquent, participe à la lutte contre l'augmentation des maladies cardiovasculaires, de l'obésité et du diabète.

Le logo Nutri-Score a été conçu par Santé publique France, à la demande de la Direction générale de la santé, en s'appuyant sur les travaux de l'équipe du Professeur Serge Hercberg (Université Paris 13), les expertises de l'Anses (Agence nationale de sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail) et du Haut Conseil de Santé Publique.



FIGURE 1 – Logo Nutri-score

L'ensemble des articles scientifiques et documents publiés relatifs au Nutri-Score est accessible sur le site internet <https://solidarites-sante.gouv.fr/prevention-en-sante/preserver-sa-sante/nutrition/article/articles-scientifiques-et-documents-publies-relatifs-au-nutri-score>.

## 1.2 Méthode de calcul du Nutriscore

Cette section est rédigée à partir du Rapport d'appui scientifique et technique de l'Anses sur le Nutri-score<sup>1</sup>.

Le Nutri-score permet de calculer le score nutritionnel des produits alimentaires en se basant sur :

- **Les nutriments ou apports à favoriser** : fibres, protéines, fruits, légumes, légumineuses, noix ;
- **Les nutriments ou apports à limiter** : énergie (kcal), acides gras saturés, sucres, sel.

Cette note est proposée après analyse d'une portion de 100 grammes ou 100 ml s'il s'agit de boisson. Plus formellement, le Nutri-score est basé sur le score nutritionnel des aliments, tel que défini par Rayner et al.<sup>2</sup>, est un score intégrant :

- Une composante dite «négative», calculée à partir des teneurs en nutriments dont la consommation doit être limitée : énergie (kJ/100g), sucres simples (g/100g), acides gras saturés (g/100g) et sodium (mg/100g) ;
- Une composante dite «positive», calculée en intégrant les teneurs en nutriment dont la consommation est recommandée : fibres (g/100g), protéines (g/100g) ;
- Une deuxième composante «positive», calculée à partir des teneurs d'une catégorie spécifique d'aliments : les fruits/légumes/fruits à coque (g/100g)

Les composantes "positives" et "négatives" sont chacune associées à un score plus ou moins important, en fonction de la composition nutritionnelle de l'aliment considéré :

- De 0 à 10 pour les nutriments de la composante "négative" (Voir Tableau de la Figure 3) ;
- De 0 à 5 pour les éléments de la composante "positive" (Voir Tableau de la Figure 2).

Ainsi, le score associé à la composante "négative" peut théoriquement aller de 0 à 40. Celui de la composante "positive" peut quant à lui théoriquement aller de 0 à 15.

Points	Fruits, leg (%)	Fibres (g)	Protéine (g)
		AOAC	
0	≤ 40	≤ 0.9	≤ 1,6
1	> 40	> 0.9	> 1,6
2	> 60	> 1.9	> 3,2
3	-	> 2.8	> 4,8
4	-	> 3.7	> 6,4
5	> 80	> 4.7	> 8,0

FIGURE 2 – Table de Calcul des points attribués à chacun des éléments de la composante dite "positive" selon la méthodologie développée par Rayner et al.

Pour chaque aliment, le score nutritionnel est ensuite calculé selon la méthodologie présentée à la Figure 1 5.

Dans la plupart des cas, le score est calculé en retranchant le score de la composante "positive" à celui de la composante "négative" (voir Figure 4).

$$\text{Nutri-Score} = \text{nutriments à limiter (a)} - \text{nutriments à favoriser (b)} \quad (1)$$

Cependant, si le score de la composante "négative" est supérieur ou égal à 11 et que la teneur en fruits/légumes/fruits à coque ne dépasse pas 80%, alors les protéines ne sont plus prises en compte dans le calcul du score nutritionnel.

1. Évaluation de la faisabilité du calcul d'un score nutritionnel tel qu'élaboré par Rayner et al. (pages 12-15 et 27-30). Mars 2015

2. Application of the Nutrient profiling model : Definition of "fruit, vegetables and nuts" and guidance on quantifying the fruit, vegetable and nut content of a processed product - Peter Scarborough, Mike Rayner, Anna Boxer and Lynn Stockley - British Heart Foundation - Health Promotion Research Group, Department of Public Health, University of Oxford - December 2005.

Points	Valeur énergétique (kJ/100g)	Acides gras saturés (g/100g)	Sucres (g/100g)	Sodium (mg/100g)
0	≤335	≤1	≤4,5	≤90
1	>335	>1	>4,5	>90
2	>670	>2	>9	>180
3	>1005	>3	>13,5	>270
4	>1340	>4	>18	>360
5	>1675	>5	>22,5	>450
6	>2010	>6	>27	>540
7	>2345	>7	>31	>630
8	>2680	>8	>36	>720
9	>3015	>9	>40	>810
10	>3350	>10	>45	>900

FIGURE 3 – Table de Calcul des points attribués à chacun des nutriments de la composante dite “négative” selon la méthodologie développée par Rayner et al.

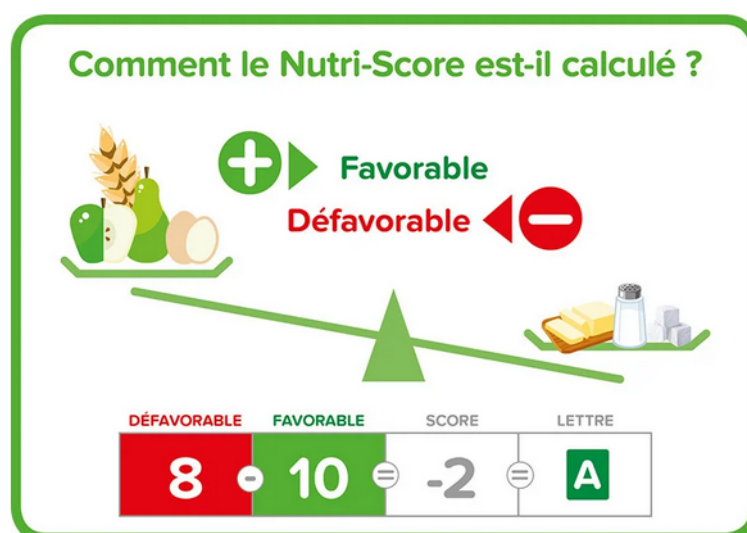


FIGURE 4 – Formule générale du Nutri-score

Le score nutritionnel final peut ainsi théoriquement varier de -15 à +40 en fonction des produits. **Plus il est faible, plus le produit est considéré comme ayant un profil nutritionnel favorable.**

L’affectation d’un produit à une classe, à partir de son score Nutri-score, se fait suivant le tableau de la Figure 6 où sont mentionnés les seuils des 5 catégories.

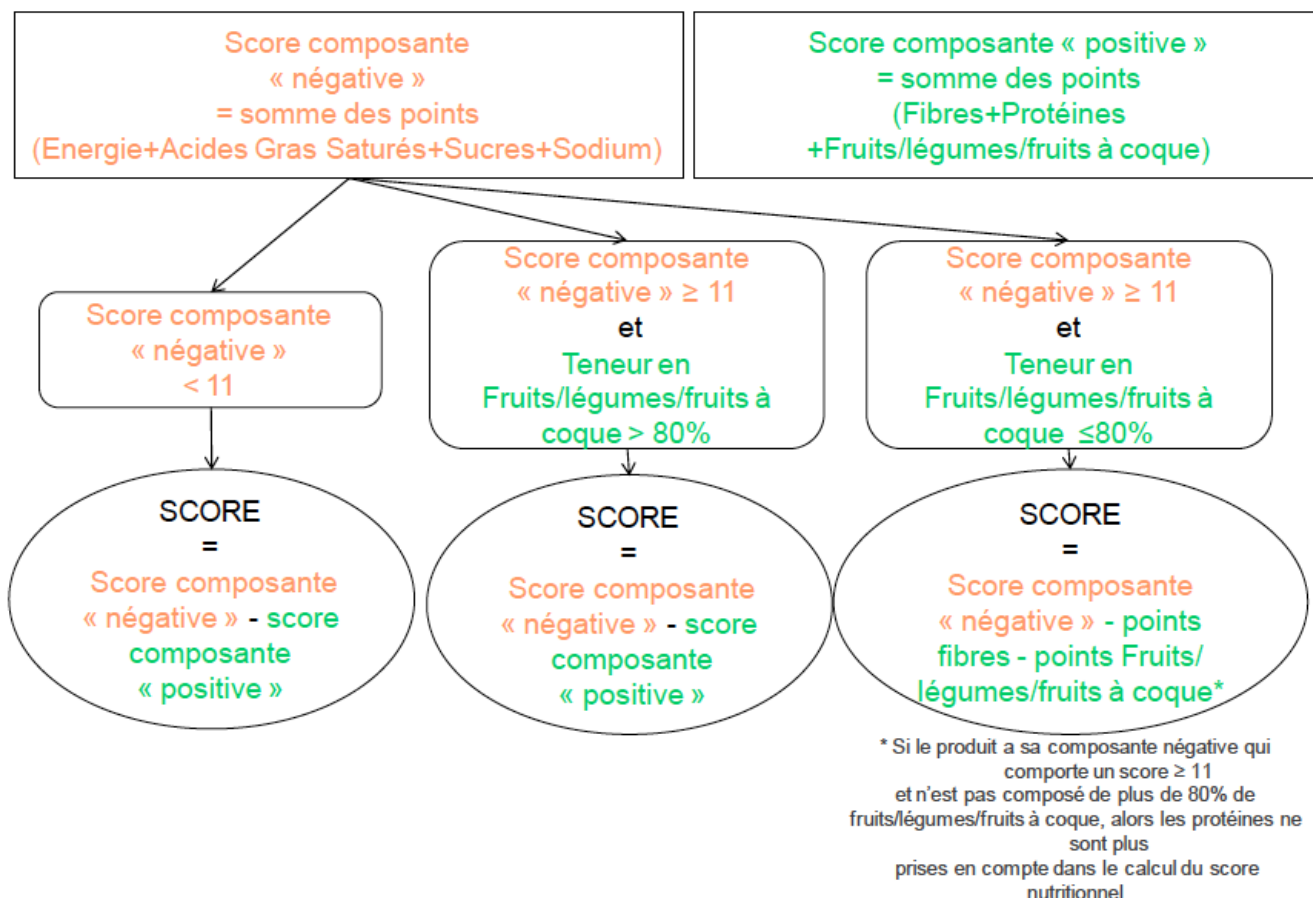


FIGURE 5 – Calcul du score nutritionnel selon la méthodologie développée par Rayner et al.

**Le Nutri-Score est exprimé à l'aide d'une lettre allant de A à E**

Aliments solides (points)	Boissons (points)	Nutri-score
-15 à -1	Eau	A B C D E
0 à 2	≤ 1	A B C D E
3 à 10	2 à 5	A B C D E
11 à 18	6 à 9	A B C D E
19 à 40	10 à 40	A B C D E

FIGURE 6 – Définition des 5 classes utilisées dans le cadre du Nutri-score

### 1.3 Exemples de calcul de Nutri-score

Ci-dessous, deux exemples de calcul du Nutri-score concernant le “Yaourt Skyr nature bio - Les 2 Vaches - 480 g” et le “Biscottes 6 Céréales - Heudebert - 300 g”. Ces données et calculs sont issus du site internet <https://fr.openfoodfacts.org>.

Informations nutritionnelles	Tel que vendu pour 100 g / 100 ml	
Énergie (kJ)	?	
Énergie (kcal)	57 kcal	
Énergie	238 kJ (57 kcal)	
Matières grasses / Lipides	0,2 g	
Acides gras saturés	0,1 g	
Glucides	3,9 g	
Sucres	3,9 g	
Protéines	10 g	
Sel	0,09 g	
Sodium	0,036 g	
Calcium	110 mg	
Fruits, légumes, noix et huiles de colza, noix et olive (estimation par analyse de la liste des ingrédients)	0 %	

Ce produit n'est pas considéré comme une boisson pour le calcul du Nutri-Score.

**Points positifs : 5**

- **Protéines : 5 / 5** (valeur : 10, valeur arrondie : 10)
- **Fibres alimentaires : 0 / 5** (valeur : 0, valeur arrondie : 0)
- **Fruits, légumes, noix et huiles de colza / noix / olive : 0 / 5** (valeur : 0, valeur arrondie : 0)

**Points négatifs : 0**

- **Énergie : 0 / 10** (valeur : 238, valeur arrondie : 238)
- **Sucres : 0 / 10** (valeur : 3,9, valeur arrondie : 3,9)
- **Graisses saturées : 0 / 10** (valeur : 0,1, valeur arrondie : 0,1)
- **Sodium : 0 / 10** (valeur : 36, valeur arrondie : 36)

Les points pour les protéines sont comptés car les points négatifs sont inférieurs à 11.

**Score nutritionnel : -5 (0 - 5)**

**Nutri-Score : A**

FIGURE 7 – Calcul du Nutri-score Yaourt Skyr nature bio - Les 2 Vaches - 480 g

Informations nutritionnelles	Tel que vendu pour 100 g / 100 ml	
Énergie (kJ)	1 722 kJ	
Énergie (kcal)	408 kcal	
Énergie	1 722 kJ (408 kcal)	
Matières grasses / Lipides	8 g	
Acides gras saturés	2,4 g	
Glucides	68 g	
Sucres	3,2 g	
Fibres alimentaires	5,2 g	
Protéines	14 g	
Sel	1,61 g	
Sodium	0,644 g	
Fruits, légumes, noix et huiles de colza, noix et olive (estimation par analyse de la liste des ingrédients)	0 %	

Ce produit n'est pas considéré comme une boisson pour le calcul du Nutri-Score.

**Points positifs : 5**

- **Protéines : 5 / 5** (valeur : 14, valeur arrondie : 14)
- **Fibres alimentaires : 5 / 5** (valeur : 5,2, valeur arrondie : 5,2)
- **Fruits, légumes, noix et huiles de colza / noix / olive : 0 / 5** (valeur : 0, valeur arrondie : 0)

**Points négatifs : 14**

- **Énergie : 5 / 10** (valeur : 1722, valeur arrondie : 1722)
- **Sucres : 0 / 10** (valeur : 3,2, valeur arrondie : 3,2)
- **Graisses saturées : 2 / 10** (valeur : 2,4, valeur arrondie : 2,4)
- **Sodium : 7 / 10** (valeur : 644, valeur arrondie : 644)

Les points pour les protéines ne sont pas comptés car les points négatifs sont supérieurs ou égaux à 11.

**Score nutritionnel : 9 (14 - 5)**

**Nutri-Score : C**

FIGURE 8 – Calcul du Nutri-score Biscottes 6 Céréales Heudebert - 300 g

### 1.4 Le Nutri-score vu comme un problème d’Aide Multicritères à la Décision

Dans la suite, nous considérerons le calcul du Nutri-Score comme un problème d’Aide à la Décision Multicritères où :

- L'ensemble  $X$  des alternatives correspond à un ensemble des produits à analyser.
- Les sept critères (constituant l'ensemble  $N$ ) à prendre en compte pour une quantité de 100 g seront :

1.  $en$  : **La valeur énergétique** (Kcal/KJ) (critère à minimiser)
2.  $sa$  : **La quantité d'acides gras saturés** (g) (critère à minimiser)
3.  $su$  : **La quantité de sucres** (g) (critère à minimiser)
4.  $so$  : **La quantité de Sodium** (g/mg) (critère à minimiser)
5.  $pr$  : **La quantité de protéines** (g) (critère à maximiser)
6.  $fi$  : **La quantité de Fibres** (g) (critère à maximiser)
7.  $fr$  : **La teneur en Fruits/Légumes/Fruits à coques** (critère à maximiser)

Considérons un aliment  $x$  et notons  $x_i$  le nombre de points attribué par le calcul du Nutri-score (voir Figure ), sur chaque composante nutritionnelle  $i$ ,  $i \in \{en, sa, su, so, pr, fi, fr\}$ .

L'aliment  $x$  peut donc se noter

$$x = (x_{en}, x_{su}, x_{sa}, x_{so}, x_{pr}, x_{fi}, x_{fr}) \quad (2)$$

Pour chaque critère  $i$ ,  $i \in \{en, sa, su, so, pr, fi, fr\}$ , effectuons le changement d'échelle suivant :

1.  $x'_i = 10 - x_i$  pour les critères à minimiser  $i \in \{en, sa, su, so\}$  ;
2.  $x'_i = 2 \times x_i$  pour les critères à maximiser  $i \in \{pr, fi, fr\}$  ;

Ce qui nous permet de représenter également l'aliment  $x$  en utilisant les fonctions d'utilité  $x'_i$  comme suit :

$$x = (x'_{en}, x'_{su}, x'_{sa}, x'_{so}, x'_{pr}, x'_{fi}, x'_{fr}). \quad (3)$$

A partir de cette nouvelle représentation de  $x$  (voir Équation 3), définissons la fonction  $F$  suivante :

$$F(x'_{en}, x'_{su}, x'_{sa}, x'_{so}, x'_{pr}, x'_{fi}, x'_{fr}) = x'_{en} + x'_{su} + x'_{sa} + x'_{so} + \frac{1}{2}(x'_{pr} + x'_{fi} + x'_{fr}) \quad (4)$$

Si on note Nutri-Score( $x$ ) (respectivement  $F(x)$ ) le score de l'aliment  $x$  obtenu par le calcul du Nutri-score (respectivement par application de la fonction  $F$  de l'Équation 4), alors on a le résultat suivant :

$$\text{Nutri-Score}(x) = 40 - F(x) \quad (5)$$

Cette Équation 5 montre que l'algorithme de calcul du Nutri-score est équivalent à une simple somme pondérée, en l'occurrence la fonction  $F$  de l'Équation 4. Ce qui suppose que les 7 critères utilisés doivent être indépendants entre eux. Or la formule de l'énergie ci-dessus montre que c'est un critère dépendant des acides gras, du sucre, des protéines et des fibres. Cette dépendance contredit l'utilisation de la somme pondérée.

$$\text{Energy} = (9 \times \text{fat}) + (7 \times \text{alcohol}) + (4 \times \text{protein}) + (4 \times \text{sugar}) + (2.4 \times \text{organic acids}) + (2.4 \times \text{polyols}) + (2 \times \text{fibers})$$

Pour résoudre ce problème de la dépendance des critères, nous allons considérer dans ce projet les deux fonctions suivantes :

1. La composante énergie n'est pas prise en compte dans le calcul du score nutritionnel de l'aliment

$$x = (x'_{en}, x'_{su}, x'_{sa}, x'_{so}, x'_{pr}, x'_{fi}, x'_{fr}) :$$

$$N_{eo}(x'_{su}, x'_{sa}, x'_{so}, x'_{pr}, x'_{fi}, x'_{fr}) = x'_{su} + x'_{sa} + x'_{so} + \frac{1}{2}(x'_{pr} + x'_{fi} + x'_{fr}) \quad (6)$$

2. Les 4 composantes "acides gras", "sodium", "protéines" et "fibres" ne sont pas pris en compte dans le calcul du score nutritionnel de l'aliment

$$x = (x'_{en}, x'_{su}, x'_{sa}, x'_{so}, x'_{pr}, x'_{fi}, x'_{fr}) :$$

$$N_{ei}(x'_{en}, x'_{so}, x'_{fr}) = x'_{en} + x'_{so} + \frac{1}{2}x'_{fr} \quad (7)$$

## 2 Classification NOVA

Dans le rapport “La Décennie des Nations Unies pour la nutrition, la classification alimentaire NOVA et le problème de l’ultra-transformation” (disponible via ce lien <https://archive.wphna.org/wp-content/uploads/2016/01/WN-2016-7-1-3-28-38-Monteiro-Cannon-Levy-et-al-NOVA.pdf>), les auteurs plaident en faveur de l’adoption d’un système de notes de 1 à 4 permettant de comparer simplement le degré de transformation de produits.

La classification NOVA assigne un groupe aux produits alimentaires en fonction du degré de transformation qu’ils ont subi :

- Groupe 1 : Aliments non transformés ou transformés minimalement
- Groupe 2 : Ingrédients culinaires transformés
- Groupe 3 : Aliments transformés
- Groupe 4 : Produits alimentaires et boissons ultra-transformés



FIGURE 9 – Classes issues de la classification NOVA

Pour plus de détails sur la classification NOVA, consulter le site internet <https://fr.openfoodfacts.org/nova>.

## 3 Élaboration d’une base de données de produits alimentaires

Chaque groupe élaborera une base de données, en format Excel, constituée d’au moins 200 aliments, de telle sorte que chaque catégorie du Nutri-score originel soit représentée par au moins 30 aliments. La classe NOVA associée à chacun de ces produits devra être présente dans la base de données.

Le site internet de l’association OPEN FOOD FACT <https://fr.openfoodfacts.org/> peut vous aider à la constitution de la base de données.

**Attention :** L’intersection entre deux bases de données quelconques, issues de deux groupes distincts, doit être inférieure à 35%.

## 4 Travail minimal à faire

### 4.1 Élaboration des modèles de Nutri-score basés sur l’approche Electre Tri

- Construire les fonctions `PessimisticmajoritySorting` et `OptimisticmajoritySorting` basées respectivement sur les procédures d’affectation Pessimiste et Optimiste de la méthode ELECTRE TRI appliquées au cas du Nutri-score. Ces fonctions renverront un fichier Excel contenant les produits alimentaires et les classes auxquelles ils ont été affectés.
  - Le fichier Excel contenant les produits alimentaire sera une des entrées de vos fonctions.

	1- Énergie	2-Acide Gras sat.	3-Sucre	4- Sodium	5- Protéine	6- Fibre	7- Teneur en fruits. . .
Poids $w_i$	2	2	2	2	1	1	1

TABLE 1 – Des poids associés au critère du Nutri-Score

$\pi^6$  : Borne supérieure des profils limites

$\pi^5$  : Profil limite entre A et B

$\pi^4$  : Profil limite entre B et C

$\pi^3$  : Profil limite entre C et D

$\pi^2$  : Profil limite entre D et E

$\pi^1$  : Borne inférieure des profils

TABLE 2 – Profils à déterminer

- ★ Les poids associés aux sept critères du Nutri-Score, et utilisés dans un premier temps dans les tests, sont donnés par le Tableau 1.
- ★ Dans un deuxième temps, chaque groupe définira, en le justifiant, pour ses propres tests, un autre jeu de poids.
- Chaque groupe proposera deux méthodes d'identification des 6 profils limites données par le Tableau 2. Les profils construits devront être justifiés. Ils seront dédiés à une application d'ELECTRE TRI à la base de données élaborée précédemment par vos soins. Ne pas oublier que l'idée est d'avoir, au final, une démarche transparente.

On pourra par exemple utiliser les informations de la Figure 6 sur la définition des 5 classes du Nutri-score. On pourra également s'inspirer d'un algorithme des  $k$  plus proches voisins ou encore des méthodes statistiques liées à la détermination des quantiles. Enfin, un membre du groupe pourrait jouer le rôle du décideur en fixant ces différents profils limites.

- Vous testerez vos fonctions, au moins avec les trois seuils majoritaires  $\lambda = 0.5$ ,  $\lambda = 0.6$  et  $\lambda = 0.7$ .
- En fait, les deux fonctions d'ELECTRE TRI implémentées vous permettent d'obtenir vos propres modèles de classification des produits alimentaires.
- Déterminer toutes les affectations obtenues avec vos différentes bases de données. Comparer vos résultats avec les affectations données par le Nutri-score (en utilisant par exemple une matrice de confusion, proportion d'éléments appartenant à une classe, tableaux de bord, . . .).

## 4.2 Élaboration d'un modèle Super-NutriScore

- Proposer une méthode de classification combinant la classification Nutri-score (issue de vos méthodes ELECTRE-Tri) et la classification Nova.
- Vous expliquerez votre démarche.

## 4.3 Élaboration des modèles de Nutri-score basés sur une approche somme pondérée

- A partir des deux modèles de somme pondérée donnés par les équations (7) et (6), refaire une affectation des aliments de vos bases de données aux cinq classes de Nutri-score. En vous inspirant de la Figure 6, vous prendrez le soin de redéfinir, en les justifiant, les seuils d'appartenance à chaque classe.
- Comparer vos résultats avec les affectations données par le Nutri-score (en utilisant par exemple une matrice de confusion, proportion d'éléments appartenant à une classe, tableaux de bord, . . .).



#### 4.4 Autres questions

- Quelle analyse faites-vous de la transparence de vos modèles élaborés ci-dessus, à travers les cinq propriétés vues en cours (loyauté, équité, responsabilité, explicabilité, intelligibilité).
- D'autres modèles de décision, comme les arbres de décision, peuvent-ils être plus transparents que les modèles étudiés ci-dessus ? Pourquoi ?
- Toute initiative supplémentaire pour la réalisation du projet est encouragée et sera appréciée.

#### 4.5 Échéances

- **Date limite d'envoi du rapport écrit (à déposer dans votre canal, sur la plate-forme Teams), des fichiers Excel et fichiers .py soigneusement commentés : Dimanche 15 janvier 2023 à 23h59.** Tout retard sera sanctionné.
- La soutenance des projets (présentation, sous forme de slides, des résultats essentiels, devant toute la promotion), de 15 minutes par groupe, est prévue les **Jeudi 5 Janvier 2023**.

## 5 Description de la méthode ELECTRE TRI

La méthode ELECTRE TRI. Cette dernière est une approche d'Aide MultiCritère à la Décision qui vise à résoudre des problèmes d'affectation (classification) d'objets dans des catégories prédéfinies.

Dans le cadre du Nutri-score, nous retenons ici comme catégories ou classes, les 5 catégories du Nutri-Score : 'A' (catégorie  $C_5$ ), 'B' (catégorie  $C_4$ ), 'C' ( $C_3$ ), 'D' (catégorie  $C_2$ ) et 'E' ( $C_1$ ). La méthode ELECTRE-TRI consiste alors à affecter chaque aliment à une de ces 5 catégories.

On va également supposer que chaque catégorie  $C_i$  est délimitée par une frontière supérieure notée  $b_{i+1}$  et une frontière inférieure  $b_i$ . Les frontières  $b_{i+1}$  et  $b_i$  sont appelées "profils" et représentent des aliments de référence qui peuvent être fictives. Il y a une dominance paréto-strictte entre  $b_{i+1}$  et  $b_i$ . Nous aurons donc :

- $C_1$  délimitée par  $b_2$  et  $b_1$  ;
- $C_2$  délimitée par  $b_3$  et  $b_2$  ;
- $C_3$  délimitée par  $b_4$  et  $b_3$ .
- $C_4$  délimitée par  $b_5$  et  $b_4$ .
- $C_5$  délimitée par  $b_6$  et  $b_5$ .

Ainsi, comme l'affectation se fait dans 5 catégories distinctes, le profil  $b_3$  représente la frontière entre les classes "A" et "B", et  $b_2$  la frontière entre les classes "B" et "C".

Le principe de la méthode ELECTRE TRI consiste, non pas à comparer les aliments entre eux, mais à les comparer aux six aliments de référence  $b_6, b_5, b_4, b_3, b_2$  et  $b_1$  dont les évaluations sur chaque critère seront à déterminer. **Attention : dans ce tableau, les profils  $b_6$  et  $b_1$  doivent toujours avoir des valeurs extrêmes, ne pouvant jamais être atteintes, sur chaque critère.**

Ainsi, l'affectation d'un aliment à une catégorie dépendra de sa comparaison aux profils  $b_6, b_5, b_4, b_3, b_2$  et  $b_1$ . Plus formellement, l'affectation d'un aliment dans les catégories se base sur le concept de sur-classement. On dira qu'un aliment  $H$  surclasse le profil  $b_i$  (respectivement le profil  $b_i$  surclasse l'aliment  $H$ ) et on note  $H \mathcal{S} b_i$  (respectivement  $b_i \mathcal{S} H$ ) si  $H$  est au moins aussi bon que  $b_i$  (respectivement  $b_i$  est au moins aussi bon que  $H$ ) sur une majorité de les critères (la majorité étant définie par un seuil de majorité  $\lambda$ ). Les étapes de la méthode ELECTRE TRI se décrivent comme suit :

### Étape 1 : Détermination des indices de concordance partiels

Pour chaque critère  $j$ , l'indice de concordance partiel entre l'aliment  $H$  et le profil  $b_i$  est donné par :

- Si la fonction  $g_j$  est à maximiser :

$$c_j(H, b_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(H) \geq g_j(b_i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad c_j(b_i, H) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(b_i) \geq g_j(H) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Si la fonction  $g_j$  est à minimiser :

$$c_j(H, b_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(b_i) \geq g_j(H) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad c_j(b_i, H) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(H) \geq g_j(b_i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $g_j(H)$  et  $g_j(b_i)$  représentant respectivement le score de  $H$  et  $b_i$  sur le critère  $j$ . Dans notre cas, ce score représente l'évaluation qualitative attribuée à  $H$  et  $b_i$ . Par conséquent, la comparaison  $g_j(H) \geq g_j(b_i)$  signifie simplement que la valeur qualitative de  $H$  est au moins aussi bonne que celle de  $b_i$ .

## Étape 2 : Détermination des indices de concordance globaux

L'indice de concordance global entre l'aliment  $H$  et le profil  $b_i$  est donné par la formule suivante :

$$C(H, b_i) = \frac{\sum_{j=1}^n k_j c_j(H, b_i)}{\sum_{j=1}^n k_j} \quad C(b_i, H) = \frac{\sum_{j=1}^n k_j c_j(b_i, H)}{\sum_{j=1}^n k_j}$$

où  $k_j$  est le poids du critère  $j$  et  $n$  le nombre de critères.

## Étape 3 : Détermination de la relation de surclassement $\mathcal{S}$

La relation de surclassement se définit à l'aide de l'indice de coupe  $\lambda$ , appelé seuil de majorité (en général supérieur à 50%), qui représente le paramètre déterminant la situation de préférence entre l'aliment  $H$  et le profil  $b_i$ . Ainsi pour l'aliment  $H$  et un profil  $b_i$  :

- $H$  surclasse  $b_i$  et on notera  $H \mathcal{S} b_i$  si et seulement si  $C(H, b_i) \geq \lambda$ .
- $b_i$  surclasse  $H$  et on notera  $b_i \mathcal{S} H$  si et seulement si  $C(b_i, H) \geq \lambda$ .

## Étape 4 : Procédures d'affectation

Supposons qu'on dispose de  $r$  catégories  $C_1, \dots, C_r$  où chaque catégorie  $C_i$  est délimitées par deux profils  $b_i$  et  $b_{i+1}$ .

Deux procédures d'affectation de l'aliment  $H$  sont possibles :

- **Procédure pessimiste** : pour chaque aliment  $H$ , faire décroître les indices des profils de  $r$  jusqu'au premier indice  $k$  tel que  $H \mathcal{S} b_k$ . L'aliment  $H$  est alors affecté à la catégorie  $C_k$ .

Dans notre exemple, cette procédure revient à comparer successivement  $H$  à  $b_6, b_5, b_4, b_3, b_2$  et  $b_1$ . Si  $H$  surclasse  $b_i$ , i.e.,  $H \mathcal{S} b_i$ , alors  $H$  est affecté à la catégorie  $C_i$ .

- **Procédure optimiste** : pour chaque aliment  $H$ , faire croître les indices des profils de 1 jusqu'au premier indice  $k$  tel que  $b_k \mathcal{S} H$  et  $\text{non}(H \mathcal{S} b_k)$ . L'aliment  $H$  est alors affecté à la catégorie  $C_{k-1}$ .

Dans notre exemple, cette procédure revient à comparer successivement  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  et  $b_6$  à  $H$ . Si  $b_i \mathcal{S} H$  et  $\text{non}(H \mathcal{S} b_i)$  alors  $H$  est affecté à la catégorie  $C_{i-1}$ .