

Appendix: Tugas 1 Gelombang 29 Agustus 2024

Soal 1: Massa dalam pendulum. Mengingat bahwa $\boldsymbol{\tau} = I\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, maka resultan torsi yang bekerja pada sistem adalah

$$\begin{aligned}\sum I\ddot{\boldsymbol{\theta}} &= \sum (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \\ I_b\ddot{\boldsymbol{\theta}} + I_p\ddot{\boldsymbol{\theta}} &= \mathbf{r}_b \times \mathbf{F}_b + \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_p \\ (I_b + I_p)\ddot{\theta} &= \left(\frac{l}{2}\right)m_bg \sin(\pi + \theta) + (l + R)m_pg \sin(\pi + \theta) \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_b + I_p} \left(\frac{l}{2}m_bg + (l + R)m_pg\right)(-\sin \theta) \\ \ddot{\theta} &= -\frac{lm_bg + 2lm_pg + 2Rm_pg}{2(I_b + I_p)} \sin \theta\end{aligned}$$

Menggunakan perkiraan sudut kecil $\sin x \approx x$,

$$\ddot{\theta} = -\frac{lm_bg + 2lm_pg + 2Rm_pg}{2(I_b + I_p)} \theta$$

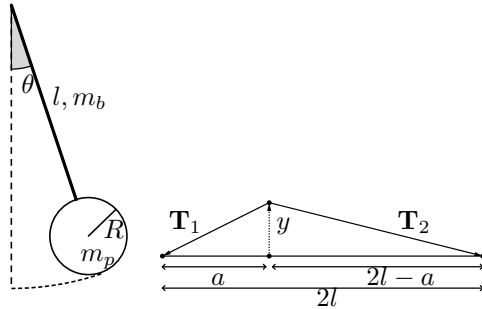
Diketahui bahwa momen inersia batang $I_b = \frac{1}{3}m_b l^2$ dan piringan $I_p = \frac{1}{2}mR^2$, maka

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= -\frac{lm_bg + 2lm_pg + 2Rm_pg}{2(\frac{1}{3}m_b l^2 + \frac{1}{2}m_p R^2)} \theta \\ &= -\frac{2gl(m_b/l + m_p + m_p R/l)}{(2m_b l^2 + 3m_p R^2)/6} \theta \\ &= -\frac{6gl}{l^2} \frac{m_b/l + m_p(1 + R/l)}{(2m_b + 3m_p R^2/l^2)} \theta \\ \ddot{\theta} &= -\frac{6g}{l} \frac{m_b/l + m_p(1 + R/l)}{(2m_b + 3m_p R^2/l^2)} \theta\end{aligned}$$

Persamaan tersebut adalah persamaan GHS $\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$ dengan

$$\omega = \sqrt{\frac{6g}{l} \frac{m_b/l + m_p(1 + R/l)}{(2m_b + 3m_p R^2/l^2)}}$$

Pembuat jam pendulum akan membuat jam sedemikian rupa sehingga periode pendulum adalah 1 detik. Karena $T = 2\pi/\omega$, ω jam



Gambar: GHS pada ayunan massa (soal 1) dan massa pada tali (soal 2).

tersebut adalah 2π . Dengan demikian, persamaan

$$2\pi = \sqrt{\frac{6g m_b/l + m_p(1 + R/l)}{l (2m_b + 3m_p R^2/l^2)}}$$

harus dipenuhi sehingga jam pendulum memiliki periode sebesar 1 detik.

Soal 2: Massa pada tali. Menggunakan hukum Newton pada sistem, diperoleh

$$\begin{aligned}\sum \mathbf{F}_y &= m\ddot{\mathbf{y}} \\ m\ddot{\mathbf{y}} &= -\mathbf{T}_1 \sin \theta_1 - \mathbf{T}_2 \sin \theta_2\end{aligned}$$

Menggunakan perkiraan sudut kecil $\sin x \approx \tan x$,

$$\begin{aligned}m\ddot{y} &= -T_1 \frac{y}{a} - T_2 \frac{y}{2l - a} \\ \ddot{y} &= -\left(\frac{T_1}{ma} + \frac{T_2}{m(2l - a)}\right)y\end{aligned}$$

Persamaan tersebut adalah persamaan GHS $\ddot{\theta} = -\omega^2\theta$ dengan

$$\omega = \sqrt{\frac{T_1}{ma} + \frac{T_2}{m(2l - a)}}$$

Sebagai cek, diketahui ketika $a = l$, $\omega = \sqrt{2T/(ml)}$. Ketika $a = l$, $T_1 = T_2$; maka berdasarkan persamaan,

$$\begin{aligned}\omega_{a \rightarrow l} &= \sqrt{\frac{T}{ml} + \frac{T}{m(2l - l)}} \\ \omega_{a \rightarrow l} &= \sqrt{\frac{2T}{ml}}\end{aligned}$$

sesuai dengan nilai ω ketika $a = l$