

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea 2

Matemáticas Aplicadas para las Ciencias III

Johann Ramón Gordillo Guzmán - 418046090

Luis Erick Montes Garcia - 419004547

Ledesma Rincon Orlando - 419003234

Raymundo Méndez García - 113001958

Alex Gerardo Fernández Aguilar - 314338097

Tarea presentada como parte del curso de **Matemáticas para las Ciencias Aplicadas III** impartido por el profesor **Zeús Alberto Valtierra Quintal**.

20 de Septiembre del 2019

Link al código fuente: <https://github.com/JohannGordillo/Mates-III-Tarea-2>

1. [Raymundo]

2. Sea $D^* = [0, 1] \times [0, 1]$ y defínase T en D^* mediante $T(u, v) = (-u^2 - 4u, v)$.
Hallar la imagen D .
¿Es T inyectiva?

Tenemos que $D^* = [0, 1] \times [0, 1]$.

Podemos analizar la frontera de la región y ver cómo se comporta la transformación al ser aplicada sobre éstas curvas:

$$c_1(t) = (t, 0)$$

$$c_2(t) = (1, t)$$

$$c_3(t) = (t, 1)$$

$$c_4(t) = (0, t)$$

Al aplicar la transformación obtenemos las rectas:

$$\gamma_1(t) = T(c_1(t)) = T(t, 0) = (-t^2 + 4t, 0)$$

$$\gamma_2(t) = T(c_2(t)) = T(1, t) = (-1 + 4, t) = (3, t)$$

$$\gamma_3(t) = T(c_3(t)) = T(t, 1) = (-t^2 + 4t, 1)$$

$$\gamma_4(t) = T(c_4(t)) = T(0, t) = (0, t)$$

con $t \in [0, 1]$.

$\Rightarrow \gamma_1$ es la recta del punto $(0, 0)$ al punto $(3, 0)$.

$\Rightarrow \gamma_2$ es la recta del punto $(0, 0)$ al punto $(0, 1)$.

$\Rightarrow \gamma_3$ es la recta del punto $(3, 0)$ al punto $(3, 1)$.

$\Rightarrow \gamma_4$ es la recta del punto $(0, 0)$ al punto $(0, 1)$.

Lo que obtenemos son cuatro rectas que forman la región $D = [0, 3] \times [0, 1]$

Únicamente falta ver que la transformación sea una inyección. Analizando el comportamiento de la transformación y las regiones D^* y D , podemos intuir que sí lo es. Pero hay que dar una demostración formal:

Demostración. Sean $(u, v), (u', v') \in D^*$.

Supongamos que $T(u, v) = T(u', v')$.

$$\Rightarrow (-u^2 + 4u, v) = (-(u')^2 + 4u', v').$$

$$\therefore -u^2 + 4u = -(u')^2 + 4u' \text{ y además } v = v'.$$

Como $v = v'$, falta probar que $u = u'$.

$$\text{Despejando: } -u^2 + 4u + (u')^2 - 4u' = 0$$

Aplicando la fórmula general para ecuaciones de segundo grado con variables

$$a = 1$$

$$b = -4$$

$$c = -u'^2 + 4u'$$

obtenemos:

$$u' = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-u'^2 + 4u')}}{2} = 2 \pm \frac{\sqrt{16 + 4u'^2 - 4u'}}{2} = 2 \pm \frac{\sqrt{4u'(u' - 2)}}{2}$$

$$\therefore u' = u \text{ o } u' = 4 - u.$$

Pero sabemos que $u', u \in [0, 1]$, por lo que no es posible que $u' = 4 - u$

$$\therefore u = u'$$

$$\therefore (u, v) = (u', v')$$

$\therefore T$ es una inyección.

□

3. Sea $D^* = [0, 1] \times [0, 1]$ y defínase T en D^* mediante $T(x^*, y^*) = (x^*y^*, x^*)$.

Hallar la imagen D .

¿Es T inyectiva?

Si no lo es, ¿se puede quitar un subconjunto a D^* para que T sea inyectiva?

Tenemos que $D^* = [0, 1] \times [0, 1]$, que es la misma región que en el ejercicio anterior, por lo que obtenemos las mismas rectas en la frontera:

$$c_1(t) = (t, 0)$$

$$c_2(t) = (1, t)$$

$$c_3(t) = (t, 1)$$

$$c_4(t) = (0, t)$$

Al aplicar la transformación obtenemos las rectas:

$$\gamma_1(t) = T(c_1(t)) = T(t, 0) = (t(0), t) = (0, t)$$

$$\gamma_2(t) = T(c_2(t)) = T(1, t) = (1(t), t) = (t, 1)$$

$$\gamma_3(t) = T(c_3(t)) = T(t, 1) = (t(1), t) = (t, t)$$

$$\gamma_4(t) = T(c_4(t)) = T(0, t) = (0(t), 0) = (0, 0)$$

con $t \in [0, 1]$.

$\Rightarrow \gamma_1$ es el eje $-y$.

$\Rightarrow \gamma_2$ es la recta $y = 1$.

$\Rightarrow \gamma_3$ es la recta $y = x$.

$\Rightarrow \gamma_4$ es el origen $(0, 0)$.

Lo que obtenemos son tres rectas que forman la región triangular D con vértices $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$.

Únicamente falta ver que la transformación sea una inyección. Analizando el comportamiento de la transformación y las regiones D^* y D , podemos intuir que no lo es, ya que todos los puntos de la recta c_4 son mapeados al origen por la transformación T .

Sin embargo, podemos hacer que la transformación sea inyectiva eliminando únicamente a la recta c_4 del dominio de la transformación.

4. [Erick]
5. [Raymundo]
6. [Erick]
7. [Orlando]
8. [Orlando]
9. [Alex]
10. [Alex]