

Comparación de métodos de solución para la ubicación y recolección de productos en un almacén

Johanna Bolaños Zuñiga

Universidad Autónoma, San Nicolás de los Garza, Nuevo León México

Abstract

El proceso de preparación de pedidos es uno de los principales problemas en los almacenes, donde una de las actividades con mayor costo operativo es la recolección de pedidos. Esta actividad se logra mediante una política de enrutamiento que determina la secuencia que debe seguir el recolector de pedidos para tomar los artículos de las ubicaciones del almacén. Por lo tanto, las decisiones de asignación del espacio de almacenamiento influyen en la minimización del tiempo de recolección de pedidos y, en consecuencia, en la reducción de los costos de operación del almacén. De acuerdo a lo anterior, se cuenta con un modelo matemático y una metaheurística para determinar simultáneamente las decisiones de almacenamiento y rutas de recolección de los productos, considerando restricciones de precedencia con base en el peso del producto y las características del caso de estudio, como tener una única ubicación para cada producto en un almacén con un diseño general. En esta investigación mediante las pruebas de hipótesis sobre la media de la diferencia se resalta que entre los dos métodos propuestos estadísticamente la metaheurística presenta mejores resultados que la solución encontrada hasta el momento por el método exacto para la problemática planteada.

Keywords: Preparación de pedidos, Problema del recolector, Almacenamiento, Prueba de hipótesis, Prueba t

1. Introducción

Según las necesidades de los clientes, el almacenamiento y el proceso de preparación de pedidos son un componente principal de cualquier cadena de

Email address: johana.bolanoszn@uanl.edu.mx (Johanna Bolaños Zuñiga)

suministro. Desde 1984 el Consejo de Educación e Investigación de Almacenaje (WERC por sus siglas en inglés de *Warehousing Education and Research Council*) [1] identificó que el proceso de preparación de pedidos (conocido como *order picking process*) es la principal área de oportunidad de la industria del almacenamiento. De acuerdo a estudios realizados por Tompkins et al. [2] y Henn and Schmid [3], es uno de los procesos más críticos a nivel operativo dentro de un almacén, debido a que representa entre el 55 % - 60 % de sus costos, razones por las cuales las empresas se ven obligadas a llevar a cabo esta actividad de la mejor manera posible.

Por otro lado, en la investigación de Goetschalckx and Ashayeri [4], el nivel de servicio de una empresa se compone de una variedad de factores tales como el promedio y la variación del tiempo de entrega de la demanda, la integridad y la precisión del producto. Por lo tanto, un vínculo crucial entre la preparación de pedidos y el nivel de servicio es que cuanto más rápido se realice la recolección de lo solicitado, más rápido estará disponible para enviarla al cliente. De lo contrario, es posible que se incurra en un atraso de la entrega provocando una mala prestación del servicio e o inconformidad por parte del cliente. No obstante, la empresa podría incurrir en trabajos adicionales para entregar a tiempo, elevando con ellos los costos de esta operación.

La preparación de pedidos implica una serie de actividades que van desde la selección o programación de los pedidos, la recolección de las cantidades de los diferentes artículos desde su ubicación de almacenamiento hasta el despacho de estos, en respuesta a las solicitudes de sus clientes. No obstante, para Davarzani and Norrman [5] y De Koster et al. [6] los objetivos a alcanzar en la recolección de pedidos son la minimización de las distancias o el tiempo de viaje que los recolectores realizan a través del almacén para cumplir con la demanda, actividades que se llevan a cabo por medio de políticas de enrutamiento, las cuales determinan la secuencia en la que el recolector de pedidos toma los artículos de las ubicaciones del almacén, y especifican tanto el orden en los que estos tienen que ser recogidos, así como el orden en la que se deben de visitar los pasillos.

Además, de acuerdo a las investigaciones de Brynzér and Johansson [7] y Manzini et al. [8] una correcta ubicación de almacenamiento de los productos facilita la precisión de proceso y la colocación más eficiente de las existencias, consiguiendo ciclos de pedidos más rápidos y con mejor servicio al cliente, lo que convierte al almacenamiento y el enrutamiento en uno de los principales problemas en la práctica. Para este trabajo se cuenta dos métodos de solución

(modelo matemático y una metaheurística) para resolver estos problemas de manera conjunta en una empresa donde no existe una ubicación apropiada de los productos, no se recolectan los productos con base a su peso y generan costos extras de personal para evitar incumplimiento de las entregas a los clientes. Se pretende comprobar que existe un ahorro entre la metaheurística y la solución ofrecida hasta el momento por el modelo matemático.

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera: En la sección 2 se presenta una revisión de literatura que aborda los temas recolección de pedidos, almacenamiento, prueba de hipótesis de medias de diferencia. De igual manera, se mencionan los métodos utilizados para solucionar el problema presentado en este trabajo. En la sección 3 se describen las pruebas de hipótesis de medias de diferencia y de proporciones que serán utilizadas, mientras que la sección 4 se muestra el análisis y resultados propuestos en la sección anterior. Finalmente, la última sección se exponen las conclusiones, contribuciones y posible trabajo futuro de la investigación.

2. Antecedentes

De acuerdo a Daniels et al. [9], Lin et al. [10], Scholz et al. [11], Theys et al. [12], entre otros, la política de enrutamiento, puede interpretarse como un caso especial del *Travelling Salesman Problem* (TSP). Bajo este enfoque, en investigaciones como Petersen et al. [13], Ratliff and S. [14], Roodbergen and De Koster [15], Scholz et al. [11], Bolaños et al. [16] han aportado formulaciones para encontrar soluciones óptimas, en otras como Daniels et al. [9], Dekker et al. [17], De Koster and Poort [18], Theys et al. [12], Vaughan and Petersen [19], Žulj et al. [20], entre otros, han aportado soluciones heurísticas. Asimismo, Roodbergen and De Koster [15], Scholz et al. [11], Vaughan and Petersen [19] determinan que el rendimiento de estas estrategias (óptimas o heurísticas) depende de las características del problema, como lo son el tipo o tamaño del almacén, el número de pasillos de recolección, la cantidad de ubicaciones por pasillo y la ubicación del depósito.

Por otro lado, las investigaciones realizadas por De Koster et al. [6] y Bahrami et al. [21], mencionan que el método de solución más utilizado son los heurísticos puesto que son algoritmos se puede ajustar fácilmente a los cambios en el diseño y a las prioridades predeterminadas, sin embargo, no garantiza que sea la ruta o tiempo más corto posible.

Dicho lo anterior y de acuerdo con la extensa investigación realizada por Van Gils et al. [22], se establece que existen tres excelentes combinaciones

para mejorar la eficiencia de la preparación de pedidos, teniendo como mayor cantidad de casos de estudios el procesamiento por lotes y enrutamiento, seguido por la asignación de ubicación de almacenamiento y enrutamiento y por último la asignación de ubicación de almacenamiento y procesamiento por lotes. A pesar de que la mayor parte de la literatura se concentre en dar soluciones a la primera combinación, para Bartholdi and Hankman [23], el problema de enrutamiento del recolector es muy interdependiente del problema de asignación de almacenamiento. Cabe señalar que todos los estudios revisados por Van Gils et al. [22], los problemas fueron resueltos de manera independiente. Algunas de las investigaciones más relevantes que estudian los problemas de asignación de ubicación de almacenamiento y enrutamiento se pueden encontrar en Dekker et al. [17], Žulj et al. [20], Chabot et al. [24], Matusiak et al. [25], Daniels et al. [9], Bolaños et al. [16].

En gran parte de las investigaciones realizadas, la mayoría de los modelos o estrategias propuestas se basan en el cumplimiento de la demanda, dejando a un lado otros factores, como el peso de los productos, el cual es un criterio importante al momento de realizar la recolección, como se presenta en Dekker et al. [17], Žulj et al. [20], Chabot et al. [24], ya que conservar en buen estado el producto es de vital importancia para la satisfacción de los clientes, principalmente en almacenes donde se maneja productos frágiles. De acuerdo a esto, se hace importante el poder encontrar soluciones óptimas o mejores partiendo de la investigación realizada por Bolaños et al. [16], en la cual no se encuentran las soluciones óptimas para todas las instancias analizadas.

De acuerdo a lo anterior mencionado, se puede observar que se han propuesto tantos métodos óptimos como heurísticos para resolver el problema de enrutamiento del recolector y asignación de almacenamiento, por lo cual se hace interesante determinar cuál de las dos estrategias proporciona mejores resultados. Una manera de poder determinarlo es mediante las pruebas de hipótesis ya que es un procedimiento basado en evidencia muestral (estadístico) y en la teoría de probabilidad (distribución muestral del estadístico) para determinar si rechazar o no la hipótesis estadística acerca de una población.

En las pruebas mencionada anteriormente, se analizan dos hipótesis, la nula (H_0) y la alternativa (H_1). La primera es la afirmación que se está comprobando y, la segunda es una afirmación que se acepta si los datos muestrales proporcionan evidencia suficiente de que la hipótesis nula es falsa. Existen varias investigaciones como la de Saucedo [26] donde se emplean las pruebas de hipótesis para determinar estadísticamente la eficiencia de los tiempos de ejecución entre dos métodos de solución. Normalmente lo que se

hace es calcular un dato (media de las diferencias) que se compara con un estadístico de prueba y con base en ese estadístico se define que tan peor o mejor es una solución respecto a otra. Otras investigaciones donde utilizan las pruebas de hipótesis para hacer comparaciones de resultados se pueden encontrar en Puentes [27], Gao et al. [28].

3. Metodología

Como se expuso en la sección anterior, las pruebas de hipótesis se utilizan para hacer comparaciones. En este trabajo se utilizará la prueba de hipótesis de media de diferencias entre la solución encontrada hasta el momento por el modelo matemático y la metaheurística para comprobar que existe un ahorro y determinar que tanto mejora la solución.

Para la prueba de hipótesis de media de diferencias se utiliza la prueba t pareada ya que es una prueba robusta que se aplica con mayor frecuencia en problemas que implican muestras comparativas A. and S. [29], Johnston [30].

Como se cuenta con la solución encontrada hasta el momento por el método exacto y la metaheurística el problema de dos muestras se reduce en esencia a un problema de una muestra utilizando las diferencias calculadas entre el modelo matemático y la metaheurística d_1, d_2, \dots, d_n y el estadístico de prueba estará dado por la ecuación 1

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_d/\sqrt{n}}, \quad (1)$$

donde \bar{d} es la media de las diferencias entre los dos métodos calculada o media muestral, μ_d es la media hipotética de las diferencias entre los dos métodos, s_d es la desviación estándar de las diferencias y n es el tamaño de la muestra. Los criterios o región crítica para rechazar la hipótesis nula H_0 planteada para esta prueba se muestra en el cuadro 1.

Una vez que se determine el ahorro entre la entre la metaheurística y la solución ofrecida por el modelo matemático, se procede a aplicar la prueba de hipótesis para proporciones para determinar la proporción de mejores soluciones encontradas mediante el uso de la metaheurística. En este tipo de prueba se considera el problema de probar la hipótesis de que la proporción de éxitos, fracasos, mejoras, etc., en un experimento binomial es igual a algún valor específico. Para este trabajo el estadístico de prueba estará dado por

Cuadro 1: Prueba de hipótesis para medias

Rechazar H_0 si:	
H_1	Criterio
$\mu_d > d$	$t > t_\alpha$
$\mu_d < d$	$t < -t_\alpha$
$\mu_d \neq d$	$ t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

la ecuación 2:

$$z = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{\sqrt{\theta_0(1 - \theta_0)/n}}, \quad (2)$$

donde $\hat{\theta}$ es la proporción de mejoras observadas, θ_0 es la proporción de mejoras totales que se esperan tener y n es el tamaño de la muestra (Walpole et al. [31]). Los criterios o región crítica para rechazar la hipótesis nula H_0 Los criterios o región crítica para rechazar la hipótesis nula H_0 planteada para esta prueba se muestra en el cuadro 2.

Cuadro 2: Prueba de hipótesis para proporciones

Rechazar H_0 si:	
H_1	Criterio
$\theta > \theta_0$	$z > z_\alpha$
$\theta < \theta_0$	$z < -z_\alpha$
$\theta \neq \theta_0$	$ z > z_{\frac{\alpha}{2}}$

3.1. Descripción de las instancias

Se cuenta con un total de 293 instancias analizadas, las cuales se dividen en 4 categorías: pequeñas, medianas tipo 1, medianas tipo 2 y grandes. El tipo de las instancias está relacionado con la cantidad de espacios disponibles para asignar producto y el tipo de productos solicitados en cada pedido. Las pruebas de hipótesis se aplican tanto por categoría como por el total de instancias y sólo se consideran aquellas en las que modelo matemático encontró una solución, quedando así una cantidad total de 185. Cabe mencionar que la metaheurística encontró soluciones a todas las 293 instancias.

4. Resultados y discusiones

En el cuadro 3, se muestra el número de instancias analizadas (n), la media muestral (\bar{d}) y desviación estándar (s_d) de las diferencias de las brechas (exacto - metaheurística / exacto) entre la metaheurística y el método exacto por categorías y por el total de instancias analizadas. La base de datos y el código en R utilizado, se encuentran disponibles en el repositorio de GitHub [32].

Cuadro 3: Parámetros estadísticos prueba de hipótesis para medias

Categorías	Media de diferencias \bar{d}	Desviación estándar s_d	Número de instancias n
Pequeñas	0.008	0.059	55
Medianas tipo 1	0.068	0.229	77
Medianas tipo 2	0.621	0.220	49
Grandes	0.677	0.170	4
Total instancias	0.210	0.326	185

4.1. Prueba de hipótesis de media de diferencias

La información del cuadro 3 se empleó para hacer la prueba de hipótesis de media de diferencias considerando un $\alpha = 0.05$, es decir, con un intervalo de confianza del 95 %. Se espera tener un ahorro (un tiempo de recolección mejor) entre la solución encontrada por la metaheurística y el modelo matemático. Este análisis se aplicó tanto por categoría como para el total de instancias. Se realizó el cálculo analítico con base en la ecuación 1 y como criterio de prueba para comparar las medias la información del cuadro 1. También se utilizó el programa R versión 4.0.2 [33] para aplicar la prueba t mediante la función `t.test`.

Instancias pequeñas

Sea $H_0: \mu_d = 0$ como hipótesis nula y como alternativa $H_1: \mu_d \neq 0$, es decir, se quiere comprobar que estadísticamente la metaheurística encuentra un mejor tiempo de recolección que la encontrada hasta el momento por el método exacto. De acuerdo al cuadro 1 el criterio de prueba que se utilizó para comparar las medias es el de $\mu_d \neq 0$, por lo tanto, los datos necesarios

para emplear el criterio son $n = 55$, $\bar{d} = 1.92$ y $s_d = 5.58$ (datos del cuadro 3. Reemplazando los datos anteriores en la ecuación 1 se tiene que:

$$t = \frac{0.0082 - 0}{0.0589/\sqrt{55}} = 1.038.$$

Ahora, el valor de $t_{\frac{0.05}{2}, 55 - 1} = 2.005$ (hallado con la función `qt`), por lo tanto, como $|1.038| \not> 2.005$ no rechazamos la H_0 lo que significa que, en promedio el tiempo de recolección encontrado por la metaheurística no es mejor que el reportado hasta el momento por el método exacto. Este resultado es posible ya que para este tipo de instancias la metaheurística logra alcanzar la misma solución del método exacto en 44 de las 55 instancias para esta categoría. Aplicando la función `t.test` en el programa R se puede observar que el valor $p > 0.05$.

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: pequeñas
t = 1.0382, df = 54, p-value = 0.3038
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.007677009  0.024167368
sample estimates:
mean of x
0.00824518
```

Instancias medianas tipo 1

Se repite el mismo procedimiento que se realizó para las instancias pequeñas, por lo tanto, los datos necesarios para emplear el criterio son $n = 55$, $\bar{d} = 1.92$ y $s_d = 5.58$ (datos del cuadro 3. Reemplazando los datos anteriores en la ecuación 1 se tiene que:

$$t = \frac{0.068 - 0}{0.229/\sqrt{77}} = 2.626.$$

Ahora, el valor de $t_{\frac{0.05}{2}, 77-1} = 1.992$ (hallado con la función `qt`), por lo tanto, como $|2.626| > 1.992$ rechazamos la H_0 , por consiguiente, aceptamos la H_1 lo que significa que, en promedio el tiempo de recolección encontrado por la metaheurística es mejor que el reportado hasta el momento por el método exacto. Aplicando la función `t.test` en el programa R se puede observar que el valor $p < 0.05$

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: medianas1
t = 2.626, df = 76, p-value = 0.01044
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.01653629 0.12037918
sample estimates:
 mean of x
0.06845773
```

De acuerdo a lo anterior, podemos observar que hay una diferencia en el tiempo de recolección considerando el acomodo propuesto por la metaheurística y el del modelo matemático, ahora, se determina estadísticamente que tanto mejora la solución proporcionada por la metaheurística, para ello se considera una mejora del 95 % y 90 % o menor si fuera el caso.

Sea $H_0: \mu_d = 95\% \bar{d}$ como hipótesis nula y como alternativa $H_1: \mu_d > 95\% \bar{d}$, es decir que, se quiere comprobar que estadísticamente el tiempo de recolección encontrado por la metaheurística mejora en un 95 %.

De acuerdo al cuadro 1, el criterio de prueba que se utilizó para comparar las medias es el de $\mu_d > d$ (es decir, $t > t_\alpha$), por lo tanto, los datos necesarios para emplear el criterio son $n = 77$, $\bar{d} = 0.068$, $s_d = 0.229$ (datos del cuadro 3 y $\mu_d = 95\%(0.068) = 0.065$). Reemplazando los datos anteriores en la ecuación 1 se tiene que:

$$t = \frac{0.068 - 0.065}{0.229/\sqrt{77}} = 0.131.$$

Ahora, el valor de $t_{0.05, 77-1} = 1.665$ (hallado con la función `qt`), por lo tanto, como $0.131 \not> 1.665$ no se puede rechazar la H_0 , lo que significa que, en

promedio con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$ el tiempo de recolección encontrado por metaheurística no mejora en un 90 % al reportado por el método exacto, por lo tanto, se prueba con un porcentaje menor de mejora, para este caso se considera un 35 %,

Calculando nuevamente $\mu_d = 35 \%(0.068) = 0.024$ se obtiene un valor del estadístico $t = 2.037$, por lo tanto, como $1.707 > 1.674$ se rechaza la H_0 , lo que significa que, en promedio el tiempo de recolección encontrado por metaheurística mejora en un 35 % al reportado por el método exacto.

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: mejoramedianas1
t = 1.7069, df = 76, p-value = 0.04596
alternative hypothesis: true mean is greater than 0.02396021
95 percent confidence interval:
 0.02504846      Inf
sample estimates:
mean of x
0.06845773
```

El anterior procedimiento se repite para las categorías medianas tipo 2 y grandes y para las instancias totales, los resultados se consolidan en el cuadro 6.

Cuadro 4: Resultados prueba de hipótesis para comprobar si la metaheurística mejora las soluciones

Categoría	Prueba de hipótesis	Criterio de rechazo $ t > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$	Rechazo de la H_0
Mediana tipo 2	$H_0 : \mu = 0$ $H_1 : \mu \neq 0$	$ 19.774 > 2.011$	Si
Grandes		$ 7.944 > 3.182$	Si
Total instancias		$ 8.776 > 1.973$	Si

De acuerdo al cuadro 6, se puede determinar estadísticamente que tanto para las instancias medianas tipo 2, grandes y el total, en promedio el tiempo de recolección encontrado por la metaheurística es mejor que el reportado hasta el momento por el método exacto. Aplicando la función `t.test` en el programa R se puede observar que el valor $p < 0.05$.

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: medianas2
t = 19.774, df = 48, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.5579331 0.6842349
sample estimates:
mean of x
 0.621084
```

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: grandes
t = 7.9439, df = 3, p-value = 0.00416
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.4058593 0.9483968
sample estimates:
mean of x
 0.677128
```

Pruebas.txt

One Sample t-test

```
data: totalinstancias
t = 8.7762, df = 184, p-value = 1.142e-15
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.1628593 0.2573175
sample estimates:
mean of x
 0.2100884
```

A continuacion, en el cuadro 5 se presentan los resultados obtenidos para determinar en qué porcentaje se mejoran las soluciones encontradas por la metaheurística.

De acuerdo al cuadro 5, se puede determinar estadísticamente que en promedio el tiempo de recolección encontrado por la metaheurística mejora

Cuadro 5: Resultados prueba de hipótesis sobre el porcentaje de mejora de la solución encontrada por la metaheurística

Categoría	Prueba de hipótesis	Criterio de rechazo $t > t_\alpha$	Rechazo de la H_0
Mediana tipo 2	$H_0 : \mu_d = 95 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 95 \% \bar{d}$	$0.988 \not> 1.677$	No
	$H_0 : \mu_d = 90 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 90 \% \bar{d}$	$1.977 > 1.677$	Si
Grandes	$H_0 : \mu_d = 95 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 95 \% \bar{d}$	$0.397 \not> 2.353$	No
	$H_0 : \mu_d = 90 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 90 \% \bar{d}$	$0.794 \not> 2.353$	No
	$H_0 : \mu_d = 70 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 70 \% \bar{d}$	$2.383 > 2.353$	Si
Total instancias	$H_0 : \mu_d = 95 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 95 \% \bar{d}$	$0.438 \not> 1.653$	No
	$H_0 : \mu_d = 90 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 90 \% \bar{d}$	$0.878 \not> 1.653$	No
	$H_0 : \mu_d = 80 \% \bar{d}$ $H_1 : \mu_d > 80 \% \bar{d}$	$1.755 > 1.653$	Si

las soluciones reportadas hasta el momento por el método exacto en un 90 % las instancias medianas tipo 2, en un 70 % las grandes y en un 80 % el total de estas.

Con base en los resultados mostrados anteriormente, se demuestra estadísticamente que la metaheurística presenta mejores resultados en el tiempo de recolección para las instancias donde el modelo matemático presenta una mayor complejidad, como lo son las categorías medianas y grandes, lo cual es un comportamiento que se espera obtener cuando se plantea un algoritmo metaheurístico para resolver el tipo de problema presentado en este trabajo. En la figura 1 se puede observar el comportamiento del porcentaje de mejora mencionado.

Ahora, por medio de la prueba de hipótesis para proporciones se determinará estadísticamente la cantidad de instancias en las la metaheurística encuentra una mejor solución. Esta prueba se realizará para el total de las instancias en las que el modelo matemático reportó una solución y por la categoría mediana (tipo 1 y 2). Las pequeñas ni las grandes se consideran ya que

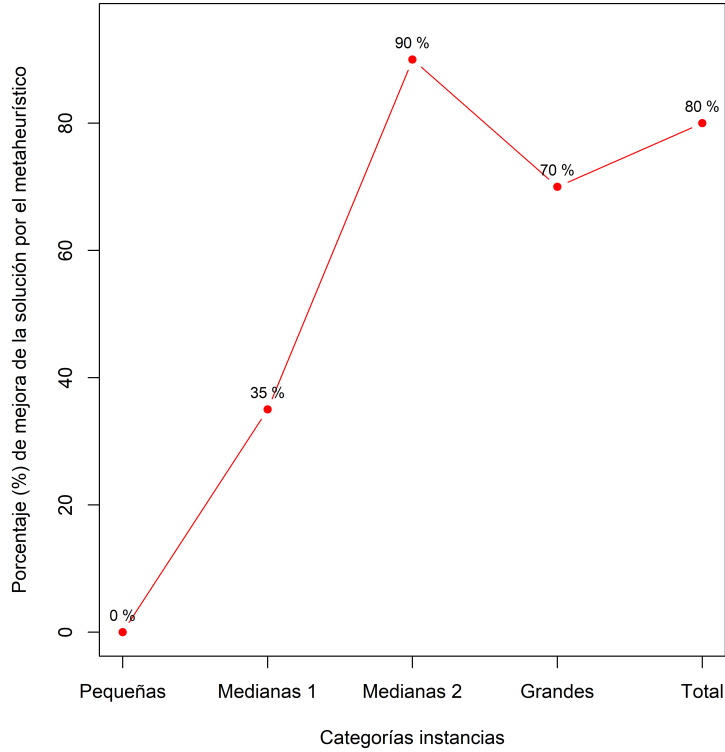


Figura 1: Comportamiento del porcentaje de mejora de la solución encontrada por la metaheurística por categorías de instancias

par a las primeras la prueba t mostró que no hay mejora y para las segundas la solución de todas las instancias fue mejorada por la metaheurística.

4.2. *Prueba de hipótesis para proporciones*

La información del cuadro 2 se empleó para hacer la prueba de hipótesis para proporciones considerando un $\alpha = 0.05$, es decir, con un intervalo de confianza del 95 %. Se espera que del total de los casos (por categoría y global) un mínimo del 60 % sean detectados como mejoras. Cabe mencionar que para los casos donde la metaheurística encontró la misma solución que el modelo, se tomará como mejora ya que el tiempo de ejecución de la metaheurística es considerablemente menor que el requerido por el modelo para encontrar una solución.

Cuadro 6: Parámetros prueba de hipótesis para proporciones

Categorías	Número de instancias n	Instancias observadas con mejora x	Proporción de instancias con mejora $\hat{\theta} = x/n$
Medianas tipo 1	77	67	0.870
Medianas tipo 2	49	48	0.980
Total instancias	185	173	0.935

Se realizó el cálculo analítico con base en la ecuación 2 y como criterio de prueba para las proporciones la información del cuadro 2. También se utilizó el programa R para aplicar esta prueba mediante la función `prop.test`.

Instancias medianas tipo 1

Sea $H_0: \theta = \theta_0$ como hipótesis nula y como alternativa $H_1: \theta > \theta_0$, es decir, se demostrará estadísticamente que la metaheurística cumple con los cantidad de casos esperados, por lo tanto, los datos necesarios para emplear el criterio son $n = 77$, $\theta_0 = 0.6$ y $\hat{\theta} = 0.870$ (datos del cuadro 3. Reemplazando los datos anteriores en la ecuación 2 se tiene que:

$$t = \frac{0.870 - 0.60}{\sqrt{(0.60(1 - 0.6))/77}} = 4.839.$$

Ahora, el valor de $z_\alpha = 1.645$ (valor más exacto de acuerdo a la tabla de distribución z consultada en Walpole et al. [31]), por lo tanto, como $4.839 > 1.645$ rechazamos la H_0 lo que significa que la proporción de instancias mejoradas por la metaheurística en las instancias medianas tipo 1 es de por lo menos un 60 %. Aplicando la función `prop.test` en el programa R se puede observar que el valor $p < 0.05$.

Pruebas.txt

1-sample proportions test without continuity correction

```
data: 67 out of 77, null probability 0.6
X-squared = 23.411, df = 1, p-value = 6.541e-07
alternative hypothesis: true p is greater than 0.6
95 percent confidence interval:
```

```

0.7943705 1.0000000
sample estimates:
      p
0.8701299

```

El anterior procedimiento se repite para las categorías medianas tipo 2 y para el total de las instancias, los resultados se consolidan en el cuadro 7.

Cuadro 7: Resultados prueba de hipótesis para las proporciones

Categorías	Prueba de hipótesis	Criterio de rechazo $z > z_{\alpha}$	Rechazo de la H_0
Medianas tipo 2	$H_0 : \theta = \theta_0$	$5.424 > 1.645$	Si
Total instancias	$H_1 : \theta > \theta_0$	$9.304 > 1.645$	Si

De acuerdo al cuadro 7, se puede determinar estadísticamente que tanto para la categoría medianas tipo 2 como para el total de instancias, la proporción de instancias mejoradas por la metaheurística es de por lo menos un 60 %.

5. Conclusiones

Las decisiones de la ubicación de almacenamiento de los productos, son de vital importancia para determinar su facilidad de acceso, por lo tanto, contar con una herramienta que permita obtener un correcto acomodo, con base en criterios como el peso de los productos, cumplimiento de demanda, entre otros, es uno de los factores principales que permite realizar la recolección de pedidos en tiempo y forma y con ello mantener un nivel de respuesta rápida a la solicitud de los clientes.

Con las pruebas de hipótesis de medias de diferencia y de proporciones se comprueba estadísticamente que la metaheurística propuesta para solucionar de manera simultánea la ubicación de almacenamiento y las rutas de recolección con base a la prioridad de peso de las cajas de los productos y cumplimiento de demanda presenta mejores resultados que las soluciones reportadas hasta el momento por el modelo matemático, principalmente en las instancias que presentaron una mayor complejidad computacional.

Como trabajo futuro ya que se comprobó estadísticamente que las metaheurística mejora las soluciones encontradas hasta el momento por el modelo,

sería interesante que estas soluciones fueran soluciones iniciales del método exacto en las instancias de altos complejos para mejorar el tiempo computacional y encontrar soluciones óptimas al problema y mediante el uso de las pruebas de hipótesis comprobar si la combinación de estos métodos aportan mejores soluciones que las encontradas hasta el momento para este tipo de problemas.

6. Agradecimientos

Al Consejo de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Universidad Autónoma de Nuevo León por apoyarme con la beca que me permite realizar mis estudios, a la Dra. Elisa Schaeffer por sus enseñanzas y conocimientos transmitidos durante la clase de modelos probabilísticos aplicados (semestre agosto 2020 - enero 2021) y a las Dra. María Angélica Salazar Aguilar y Dra. Jania Astrid Saucedo Martínez por su apoyo y asesoría durante este proyecto.

Referencias

- [1] Goetschalckx, M.; Ratliff, H. Order Picking In An Aisle. **1988**, *20*, 53–62.
- [2] Tompkins, J.; J., W.; Y., B.; A., T. J. M. *Facilities planning 4th ed*; John Wiley and Sons, 2010.
- [3] Henn, S.; Schmid, V. Metaheuristics for order batching and sequencing in manual order picking systems. *Computers and Industrial Engineering* **2013**, *66*.
- [4] Goetschalckx, M.; Ashayeri, J. Classification and design of order picking systems. *Logistics World* **1989**, *2*, 99—106.
- [5] Davarzani, H.; Norrman, A. Toward a relevant agenda for warehousing research: literature review and practitioners' input. *Logistics Research* **2016**, *8*.
- [6] De Koster, R.; Le-Duc, T.; Roodbergen, K. J. Design and control of warehouse order picking: A literature review. *European Journal of Operational Research* **2007**, *182*.

- [7] Brynzér, H.; Johansson, M. Storage location assignment: Using the product structure to reduce order picking times. *International Journal of Production Economics* **1996**, *46-47*, 595–603.
- [8] Manzini, R.; Bindi, F.; Ferrari, E.; Pareschi, A. *Correlated Storage Assignment and Iso-Time Mapping Adopting Tri-Later Stackers. A Case Study from Tile Industry*; Springer, London, 2012; pp 373–396.
- [9] Daniels, R. L.; Rummel, J. L.; Schantz, R. A model for warehouse order picking. *European Journal of Operational Research* **1998**, *105*, 1–17.
- [10] Lin, C.-C.; Kang, J.-R.; Hou, C.-C.; Cheng, C.-Y. Joint order batching and picker Manhattan routing problem. *Computers and Industrial Engineering* **2016**, *95*, 164–174.
- [11] Scholz, A.; Henn, S.; Stuhlmann, M.; Wäscher, G. A new mathematical programming formulation for the Single-Picker Routing Problem. *European Journal of Operational Research* **2016**, *253*.
- [12] Theys, C.; Bráysy, O.; Dullaert, W.; Raa, B. Using a TSP heuristic for routing order pickers in warehouses. *European Journal of Operational Research* **2010**, *200*.
- [13] Petersen, C. G.; Schmenner, I.-I.; Roger, W. An Evaluation of Routing and Volume-based Storage Policies in an Order Picking Operation. *Computers & Operations Research* **1999**, *30*, 481–501.
- [14] Ratliff, H. D.; S., R. A. Order-Picking in a Rectangular Warehouse: A Solvable Case of the Traveling Salesman Problem. *Operations Research* **1983**, *31*, 507–521.
- [15] Roodbergen, K. J.; De Koster, R. B. M. Routing methods for warehouses with multiple cross aisles. *International Journal of Production Research* **2001**, *39*, 1865–1883.
- [16] Bolaños, J.; Saucedo, J. A.; Salais, T. E.; Marmolejo, J. A. Optimization of the storage location assignment and the picker-routing problem by using mathematical programming. *Applied Science* **2020**, *10*, 534.
- [17] Dekker, R.; De Koster, R. B. M.; Roodbergen, K. J.; Van, K. H. Improving Order Picking Response Time at Ankor’s Warehouse. *Interfaces* **2004**, *34*, 303–313.

- [18] De Koster, R.; Poort, E. V. D. Routing orderpickers in a warehouse: a comparison between optimal and heuristic solutions. *IIE Transactions* **1998**, *30*, 469–480.
- [19] Vaughan, T.; Petersen, C. The effect of warehouse cross aisles on order picking efficiency. **1999**, *37*, 881–897.
- [20] Žulj, I.; Glock, C. H.; Grosse, E. H.; Schneider, M. Picker routing and storage-assignment strategies for precedence-constrained order picking. *Computers Industrial Engineering* **2018**, *123*, 338–347.
- [21] Bahrami, B.; Aghezzaf, E.; Limere, V. Using Simulation to Analyze Picker Blocking in Manual Order Picking Systems. *Procedia Manufacturing* **2017**, *11*, 1798–1808, 27th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing, FAIM2017, 27-30 June 2017, Modena, Italy.
- [22] Van Gils, T.; Ramaekers, K.; Caris, A.; De Koster, R. B. M. Designing efficient order picking systems by combining planning problems: State-of-the-art classification and review. *European Journal of Operational Research* **2018**, *267*, 1–15.
- [23] Bartholdi, J.; Hankman, S.
- [24] Chabot, T.; Lahyani, R.; Coelho, L. C.; Renaud, J. Order picking problems under weight, fragility and category constraints. *International Journal of Production Research* **2017**, *55*, 6361–6379.
- [25] Matusiak, M.; De Koster, R.; Kroon, L.; Saarinen, J. A fast simulated annealing method for batching precedence-constrained customer orders in a warehouse. *European Journal of Operational Research* **2014**, *236*, 968–977.
- [26] Saucedo, J. A. Verificación y empleo computacional de un modelo matemático utilizado para un layout en un centro de distribución. Ph.D. thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2005.
- [27] Puentes, D. E. Diseño de un modelo de distribución óptimo para un área de almacenamiento de operación manual basado en la estrategia “Forward reserve”. Ph.D. thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2016.

- [28] Gao, J.; Wu, Y.; Shen, T. Experimental comparisons of hypothesis test and moving average based combustion phase controllers. *ISA Transactions* **2016**, *65*, 504–515.
- [29] A., A. K.; S., P. Making Sense of Methods and Measurement: t Test Part II. *Clinical Simulation in Nursing* **2014**, *10*, e223.
- [30] Johnston, L. W. Student’s t-Test. *Journal of Quality Technology* **1970**, *2*, 243–245.
- [31] Walpole, R. E.; Myers, R. H.; Myers, S. L.; Ye, K. *Probability statistics for Engineers Scientists*, 9th ed.; Pearson Education, Inc., 2012.
- [32] Bolaños, J., Repositorio en GitHub de la clase de modelos probabilistas aplicados. Recursos libre, disponible en github.com/JohannaBZ/Probabilidad/tree/master/proyecto, 2020.
- [33] The R Foundation, The R Project for Statistical Computing. <https://www.r-project.org/>, 2020.