

**Abschlussprojekt im Modul**

**E980 Schaltkreisentwurf u. Simulation elektronischer Schaltungen**

**Entwurf eines Rechenwerks zur Umsetzung des**

**Euklidischen Algorithmus**

Johannes Trummer

Johannes.trummer@stud.htwk-leipzig.de

Wallroda 29

06647 Bad Bibra

**Betreuender Professor**

**Prof. Dr.-Ing. habil. Marco Krondorf**

**marco.krondorf@htwk-leipzig.de**

Inhaltsverzeichnis

[1. Erklärung der algorithmischen Idee 3](#_Toc192960879)

[1.1 Einleitung 3](#_Toc192960880)

[1.2 Algorithmik für eine Simulation 4](#_Toc192960881)

[1.3 Algorithmik für einen realen FPGA 7](#_Toc192960882)

[2. Dokumentation der HDL-Module 8](#_Toc192960883)

[2.1 Hauptrechenwerk 8](#_Toc192960884)

[2.2 Modulo-Rechenwerk 14](#_Toc192960885)

[3. Verschaltung der HDL-Module 18](#_Toc192960886)

[3.1 Hauptrechenwerk 18](#_Toc192960887)

[3.2 Modulo-Rechenwerk 19](#_Toc192960888)

[4. Test und Verifikation 20](#_Toc192960889)

[4.1 Funktionstests mit Hilfe von ModelSim 20](#_Toc192960890)

[4.2 Funktionstests auf dem realen FPGA 27](#_Toc192960891)

[4.3 Timing-Analyse 29](#_Toc192960892)

[4.3.1 Mit ModelSim 29](#_Toc192960893)

[4.3.2 Mit Quartus Prime 29](#_Toc192960894)

[4.4 Analyse des Stromverbrauchs mit Quartus Prime 30](#_Toc192960895)

[5. Zusammenfassung der Abgabestruktur 31](#_Toc192960896)

[5.1 Fileliste der Code-Dateien 31](#_Toc192960897)

[5.2 Fileliste der Simulationsdateien 31](#_Toc192960898)

[5.3 Quartus-Prime-Projekt 32](#_Toc192960899)

[5.4 Wichtige Dokumentationsdateien 32](#_Toc192960900)

[6. Quellen 32](#_Toc192960901)

# Erklärung der algorithmischen Idee

## Einleitung

Der Euklidische Algorithmus ist ein iterativer Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers (ggT, engl. gcd) zweier Zahlen. Er ist effizient und schnell und kann optimal mittels eines Rechenwerkes, bestehend aus Controller, Datapath und ALU, umgesetzt werden.

Der Algorithmus basiert auf der iterativen Restbildung der beiden Zahlen. Das bedeutet, die erste Zahl wird durch die zweite Zahl dividiert, sodass ein ganzzahliges Ergebnis entsteht. Anschließend wird der Restbetrag identifiziert. Diese Operation wird auch als Modulo bezeichnet und wird in dieser Dokumentation noch eine besondere Rolle einnehmen. Eine Voraussetzung für diesen Algorithmus ist, dass die erste Zahl (Zahl1) die größere der beiden Zahlen sein muss. Sonst würde die Restberechnung nicht funktionieren. An dieser Stelle erscheint eine Definition sinnvoll, ob der Algorithmus nur funktionieren soll, wenn die beschriebene Voraussetzung gegeben ist, oder ob er automatisch die Zahlen tauschen soll, sodass die Berechnung anschließend möglich ist.

Im Falle dieser Dokumentation wird festgelegt, dass der umgesetzte Algorithmus die Zahlen automatisch tauscht, sollten sie in falscher Reihenfolge eingegeben worden sein.

Ein weiteres wichtiges Kriterium ist die Festlegung des Zahlenbereichs, der abgedeckt werden soll. Es erscheint hier sinnvoll, den Bereich der natürlichen Zahlen zu wählen, da einerseits die negativen Zahlen keine sinnvolle Erweiterung des Bereichs, sondern nur eine Dopplung wären und andererseits ist die Erweiterung auf die rellen Zahlen ebenfalls nicht sinnvoll, da die Berechnung des ggT zweier reller Zahlen nicht nur unüblich ist, sondern auch weitere Probleme und Schwierigkeiten mit sich bringt. Da das Rechenwerk auf einem FPGA umgesetzt werden soll, muss zudem die Bitbreite der Zahlen festgelegt werden. Mit einer Bitbreite von 16 Bit sind Berechnung von Zahlen bis 65.535 möglich. Dies erscheint ausreichend. Folglich wird der Wertebereich auf natürliche Zahlen von 0 bis 65.535 festgelegt.

Im folgenden Schema ist eine beispielhafte Restberechnung mittels Modulo-Operator (%-Operator) dargestellt:

## Algorithmik für eine Simulation

Auch wenn eine Unterteilung in eine simulierte und eine real umsetzbare Algorithmik auf den ersten Blick unsinnig erscheint, macht es durchaus Sinn, mit einer Simulation zu beginnen. Das Kriterium, welches die Simulation von der echten Synthese unterscheidet, ist nämlich der Modulo-Operator, oder genauer gesagt die Division, die im Modulo-Operator verwendet wird.

In einem FPGA kann die Division nicht ohne weiteres mittels bekannten Operators wie beispielsweise in Python oder C genutzt werden. Um eine Modulo-Operation durchzuführen, muss dafür ein eigenes Rechenwerk umgesetzt werden. Diese Überlegung ist ein Ergebnis aus dem Gedanken, dass sich das umgesetzte Rechenwerk nicht auf Zahlen beschränken soll, die der Menge aller Zahlen entspringen. Mit diesen Zahlen wäre es deutlich einfacher, da Division hier durch Shiften möglich ist. Allerdings soll das Rechenwerk den größten gemeinsamen Teiler von verschiedensten Zahlen berechnen können.

Im ersten Schritt, dem Entwurf für Simulation mit ModelSim kann der Modulo-Operator allerdings verwendet werden, denn die ModelSim-Software unterstützt diesen. Die Simulation wird nun also verwendet, um die Architektur des Euklidischen Algorithmus in prinzipieller Form umzusetzen, ohne der Modulo-Operation zu früh eine zu große Bedeutung zu verleihen.

Im folgenden Schema soll nun die Struktur und Algorithmik der Berechnung gezeigt werden. Wie bereits erwähnt, ist die größere der beiden Zahlen als Zahl1 zu wählen. Anschließend wird im ersten Schritt die erste Modulo-Berechnung durchgeführt, wie ebenfalls bereits gezeigt:

Im folgenden Schritt wird die Modulo-Operation erneut durchgeführt, allerdings mit anderen Zahlen. Zahl2 (12.540) wird nun zu Zahl1 und das Ergebnis der Berechnung wird zu Zahl2:

Diese Berechnung wird so lange fortgeführt, bis das Ergebnis der Modulo-Operation Null beträgt:

Da dies im vierten Schritt der Fall ist, wird nun das Ergebnis des vorherigen Schrittes, also dem dritten Schritt (165) herangezogen und dieses Zwischenergebnis bildet den größten gemeinsamen Teiler der beiden Zahlen 24.255 und 12.540.

🡪ggT (24255, 12540) = 165

Mit dieser iterativen Berechnung kann nun ein Datenflussgraph erstellt werden, mit dem die Architektur des Rechenwerks umgesetzt werden kann. Aus Platzgründen wird der Graph hier nur stellenweise erwähnt und wird stattdessen vollumfänglich im Anhang bzw. im Abgabeordner abgebildet.

Schritte des Controllers

In der linken Spalte befinden sich die einzelnen Schritte des Controllers mit den zugehörigen, im Code vergebenen localparams und den passenden Ziffern. Die folgende Abbildung zeigt die Definition dieser lokalen Parameter in der Datei controller.v:

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Definition der Schritte in controller.v

Write-Enable-Flags vom Controller an den Datapath

Die Write-Enable-Flags bilden einen Teil der blauen waagerechten Pfeile im Datenflussgraph. Sie sind mit „wren\_...“ beschriftet und zeigen an, dass ein neuer Wert in ein Register geschrieben werden soll. Dieser neue Wert kann sowohl der Ergebniswert aus der ALU sein, aber auch der Wert, den ein anderes Register hält.

…to\_alu -Flags vom Controller an den Datapath

Die …to\_alu-Flags bilden den zweiten Teil der blauen Pfeile im Datenflussgraph und haben immer die Richtung nach rechts. Sie symbolisieren, dass ein gewisser Wert auf einen Operanden der ALU geladen wird. Diese Flags sind immer mit einer ALU-Operation verbunden.

ALU-Modes

Die verschiedenen ALU-Modes sind ganz rechts dargestellt und ebenfalls mit Namen gekennzeichnet. Der ALU-Mode „**ALU\_give\_back\_bigger**“ gibt beispielsweise den größeren der beiden angelegten Operanden zurück.

Der Datenflussgraph hat insgesamt neun Schritte, einen weiteren als IDLE-Schritt, der hier allerdings nicht aufgeführt ist. Begonnen wird der Algorithmus mit einem initialen Schreiben der registerten Eingänge auf die Register **Zahl1\_r** und **Zahl2\_r** im Schritt **STATE\_initial\_write.** Im nächsten Schritt werden diese beiden Zahlen an die ALU übergeben und die ALU gibt als Ergebnis die größere der beiden Zahlen aus. In Schritt **STATE\_find\_smaller** wird das Ergebnis der vorigen Operation in das Register **zwischen\_groß\_r** geschrieben und erneut werden beide Zahlen (**Zahl1\_r** und **Zahl2\_r**) an die ALU übergeben, die diesmal die kleinere Zahl als Ergebnis ausgibt. Das Ergebnis wird im nächsten Schritt in **zwischen\_klein\_r** geschrieben. Anschließend in **STATE\_write\_zwischenspeicher** werden die Werte beider Zwischenregister (**zwischen\_klein\_r** und **zwischen\_groß\_r**) in die Register **Zahl1\_r** und **Zahl2\_r** geschrieben. **Zwischen\_groß\_r** in **Zahl1\_r** und **zwischen\_klein\_r** in **Zahl2\_r.** Weiterhin wird in diesem Schritt der Wert von **zwischen\_klein\_r** in das Register **ergebnis\_zuvor\_r** geschrieben. Mehr zu dieser Besonderheit unter dem Punkt **Sonderfall zwei gleiche Zahlen**.

Damit sind die Zahlen nun in jedem Fall so gedreht, dass die größere in **Zahl1\_r** und die kleinere in **Zahl2\_r** steht und der Algorithmus kann beginnen.

Der Schritt **STATE\_calc** übergibt über die beiden Flags die Register **Zahl1\_r** und **Zahl2\_r** an die ALU. Diese führt die Modulo-Operation durch und gibt das Ergebnis zurück an den Datapath. Im Folgenden Schritt (**STATE\_write\_erg**) wird das Ergebnis ins Register **erg\_modulo\_r** geschrieben. Nun wird im kommenden Schritt (**STATE\_check\_if\_zero**) überprüft, ob das eben geschriebene Ergebnis Null ist. Dies erfolgt über das Flag **check\_for\_termination,** welches der Controller dem Datapath übergibt. Sollte das Ergebnis Null sein, wird der nächste Schritt **STATE\_IDLE** sein, von dem eine neue Berechnung gestartet werden kann. Ist das Ergebnis nicht null, werden die Zahlen, verteilt über zwei Schritte, wie oben gezeigt verschoben: **Zahl1\_r** nimmt den Wert von **Zahl2\_r** an, welches nun den Wert von **erg\_modulo\_r** annimmt. Der gleiche Wert wird in **erg\_zuvor\_r** geschrieben, um im nächsten Schritt auf dieses Ergebnis zugreifen zu können, sollte die Berechnung fertig sein.

Ist dies nicht der Fall, ist der nächste Schritt **STATE\_calc** und die zweite Iteration beginnt von vorn.

Sonderfall zwei gleiche Zahlen

Der größte gemeinsame Teiler zweier gleicher Zahlen (zum Beispiel ggT(123, 123)) ist immer die Zahl selbst. In diesem Fall ergibt die erste Modulo-Berechnung des Algorithmus sofort eine Null und das Ende des Algorithmus wird eingeleitet. Das Ergebnis des Algorithmus wird nun aus dem Register **erg\_zuvor\_r** bezogen. Da dieses aber ohne eine vorherige Berechnung noch nicht beschrieben wurde und somit keinen Wert hält, würde dies nicht funktionieren. Aus diesem Grund wird das Register **erg\_zuvor\_r** im Schritt **STATE\_write\_zwischenspeicher** mit dem Wert des Registers **zwischen\_klein\_r** beschrieben, sodass dieser Wert dann als Ergebnis ausgegeben werden kann.

## Algorithmik für einen realen FPGA

Möchte man den vorgestellten Algorithmus für einen FPGA synthetisieren, so muss man auf den Modulo-Operator (%) verzichten und andere Wege der Berechnung finden. Da eine Begrenzung der Eingaben ausgeschlossen wurde, ist es hier naheliegend ein eigenes Rechenwerk für die Modulo-Funktionalität umzusetzen. Dies wird im Folgenden beschrieben.

Die Modulo-Berechnung kann umgesetzt werden, indem die kleinere Zahl von der größeren Zahl abgezogen wird und die größere Zahl als neuen Wert das Ergebnis dieser Differenz annimmt. Folglich wird wieder voneinander subtrahiert. Dies wird so lange durchgeführt, bis das Ergebnis kleiner ist als die kleinere Zahl. Der Rest entspricht dann der übriggebliebenen kleineren Zahl. An folgendem Beispiel soll dies anschaulicher gezeigt werden.

Da im fünften Schritt das Ergebnis kleiner ist als die zweite Zahl (8), wird die Berechnung hier beendet, das Ergebnis ist 2.

Dieser Algorithmus funktioniert ebenfalls nur, wenn die erste Zahl die größere der beiden Zahlen ist. Allerdings kann durch die Einbettung in das zuvor beschriebene Rechenwerk und den enthaltenen Teilcode zum Drehen der Zahlen davon ausgegangen werden, dass diesem Modulo-Rechenwerk immer die korrekte Reihenfolge der Zahlen vorgegeben wird, sodass ein Drehen der Zahlen an dieser Stelle nicht notwendig ist.

Die Umsetzung dieses Algorithmus erfolgt ebenfalls mit der Struktur eines Controllers, Datapath und einer ALU. Wie auch bei dem Hauptrechenwerk wird der Datenflussgraph nach dem gezeigten Schema erstellt und ist ebenfalls im Abgabeordner zu finden.

# Dokumentation der HDL-Module

## 2.1 Hauptrechenwerk

Im Folgenden werden die einzelnen Verilog-Module anhand ihrer Ein- und Ausgangsports vorgestellt. Die Blockbilder wurden mit dem Quartus-internen RTL-Viewer automatisch anhand des Codes erstellt. Zwar wird hier nicht mit Pfeilen dargestellt, ob es sich um einen Eingangs- oder Ausgangsport handelt, allerdings befinden sich alle Eingangsports auf der linken Seite des Blocks und alle Ausgangsports auf der rechten Seite des Blocks. Weiterhin gibt die Endung der Namen Aufschluss darüber, ob es sich um einen Eingang oder Ausgang handelt. Die Namen der Eingänge enden mit \_i, die Namen der Ausgänge enden auf \_o.

**ggt\_top.v**

Ein Bild, das Text, Screenshot, Diagramm, Reihe enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls ggt\_top.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Signal** | **Semantik** | **Input/Output** |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| start\_i | High aktives reset Signal | I |
| Zahl1\_i | 16 bit Eingang Zahl1 | I |
| Zahl2\_i | 16 bit Eingang Zahl2 | I |
| ergebnis\_o | 16 bit Ausgang Ergebnis | O |
| valid\_o | High aktives valid Signal wenn Berechnung erledigt | O |

**controller.v**

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls controller.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| start\_i | High aktives start Signal | I |
| valid\_i | High aktives valid signal wenn erledigt, von datapath.v | I |
| modulo\_ready\_i | High aktives Signal, wenn Modulo-Operation erledigt, von datapath.v | I |
| check\_for\_termination\_o | High aktives Signal um zu Checken, ob das Ergebnis von Modulo = 0, zu datapath.v | O |
| wren\_Zahl\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_zw\_klein\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_zw\_gross\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_erg\_modulo\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_to\_new\_numbers\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_zw\_in\_zahlen\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| wren\_initial\_o | High aktives Write-enable Signal, zu datapath.v | O |
| Zahl1\_to\_alu\_a\_o | High aktives Write-enable Signal, schreiben auf alu\_a, zu datapath.v | O |
| Zahl2\_to\_alu\_b\_o | High aktives Write-enable Signal, schreiben auf alu\_b, zu datapath.v | O |
| modulo\_start\_o | High aktives start Signal zum Starten der Modulo-Operation, zu datapath.v | O |
| alu\_mode\_o | 3 bit Ausgang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll, zu datapath.v | O |

**datapath.v**

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls datapath.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| wren\_Zahl\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_zw\_klein\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_zw\_gross\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_erg\_modulo\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_to\_new\_numbers\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_zw\_in\_Zahlen\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| wren\_initial\_i | High aktives Write-enable Signal, von controller.v | I |
| Zahl1\_to\_alu\_a\_i | High aktives Write-enable Signal, schreiben auf alu\_a, von controller.v | I |
| Zahl2\_to\_alu\_b\_i | High aktives Write-enable Signal, schreiben auf alu\_b, von controller.v | I |
| modulo\_start\_i | High aktives start Signal zum Starten der Modulo-Operation, von controller.v | I |
| alu\_mode\_i | 3 bit Eingang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll, von controller.v | I |
| Zahl1\_i | 16 bit Eingang für Zahl1, von ggt\_top.v | I |
| Zahl2\_i | 16 bit Eingang Zahl2, von ggt\_top.v | I |
| check\_for\_termination\_i | High aktives Signal um zu Checken, ob das Ergebnis von Modulo = 0, von controller.v | I |
| modulo\_ready\_o | High aktives signal, wenn Modulo-Operation erledigt, zu controller.v | O |
| valid\_o | High aktives valid Signal, wenn Berechnung erledigt, zu controller.v und ggt\_top.v | O |
| ergebnis\_o | 16 bit Ergebnis der Operation, zu ggt\_top.v | O |

**alu.v**

**Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Diagramm enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls ALU.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| modulo\_start\_i | High aktives start Signal um Modulo-Operation zu starten, von datapath.v | I |
| alu\_mode\_i | 3 bit Eingang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll, von datapath.v | I |
| op\_a\_i | 16 bit Eingang für Operator A, von datapath.v | I |
| op\_b\_i | 16 bit Eingang für Operator B, von datapath.v | I |
| modulo\_ready\_o | High aktives Signal, wenn Modulo-Operation erledigt, zu datapath.v | O |
| res\_o | 16 bit Ergebnisausgang, zu datapath.v | O |

## 2.2 Modulo-Rechenwerk

**modulo\_top.v**

**Ein Bild, das Text, Screenshot, Diagramm, Reihe enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls modulo\_top.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset signal | I |
| start\_i | High aktives start signal, von alu.v | I |
| Zahl1\_i | 16 bit Eingang für Zahl1, von alu.v | I |
| Zahl2\_i | 16 bit Eingang für Zahl2, von alu.v | I |
| valid\_o | High aktives valid Signal, wenn Berechnung erledigt, zu alu.v | O |
| ergebnis\_o | 16 bit Ausgang, Ergebnis der Berechnung, zu alu.v | O |

**controller\_modulo.v**

**Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls controller\_modulo.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| valid\_i | High aktives valid Signal, wenn Berechnung erledigt | I |
| start\_i | High aktives start Signal, von modulo\_top.v | I |
| check\_for\_termination\_o | High aktives signal zum Checken, ob das Ende des Algorithmus eingeleitet werden soll, zu datapath\_modulo.v | O |
| wren\_update\_Zahlen\_o | High aktives Write-enable signal, zu datapath\_modulo.v | O |
| wren\_term\_erg\_o | High aktives Write-enable signal, zu datapath\_modulo.v | O |
| wren\_Zahl1\_to\_erg\_o | High aktives Write-enable signal, zu datapath\_modulo.v | O |
| wren\_res\_to\_erg\_o | High aktives Write-enable signal, zu datapath\_modulo.v | O |
| erg\_to\_alu\_a\_o | High aktives Write-enable signal, schreiben auf alu\_a, zu datapath\_modulo.v | O |
| Zahl2\_to\_alu\_b\_o | High aktives Write-enable signal, schreiben auf alu\_b, zu datapath\_modulo.v | O |
| alu\_mode\_o | 3 bit Ausgang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll | O |

**datapath\_modulo.v**

**Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls datapath\_modulo.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| check\_for\_termination\_i | High aktives signal zum Checken, ob das Ende des Algorithmus eingeleitet werden soll, von controller\_modulo.v | I |
| wren\_update\_Zahlen\_i | High aktives Write-enable signal, von controller\_modulo.v | I |
| wren\_term\_erg\_i | High aktives Write-enable signal, von controller\_modulo.v | I |
| wren\_Zahl1\_to\_erg\_i | High aktives Write-enable signal, von controller\_modulo.v | I |
| wren\_res\_to\_erg\_i | High aktives Write-enable signal, von controller\_modulo.v | I |
| alu\_mode\_i | 3 bit Eingang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll, von controller\_modulo.v | I |
| erg\_to\_alu\_a\_i | High aktives Write-enable signal, schreiben auf alu\_a, von controller\_modulo.v | I |
| Zahl2\_to\_alu\_b\_i | High aktives Write-enable signal, schreiben auf alu\_b, von controller\_modulo.v | I |
| Zahl1\_i | 16 bit Eingang für Zahl1, von modulo\_top.v | I |
| Zahl2\_i | 16 bit Eingang für Zahl2, von modulo\_top.v | I |
| valid\_o | High aktives valid Signal, wenn Berechnung erledigt, zu modulo\_top.v und controller\_modulo.v | O |
| ergebnis\_o | 16 bit Ausgang, Ergebnis der Berechnung, zu modulo\_top.v | O |

**alu\_modulo.v**

**Ein Bild, das Text, Screenshot, Diagramm, Schrift enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : Mit dem RTL-Viewer generierter Block des Moduls alu\_modulo.v

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Signal | Semantik | Input/Output |
| clk | Clock | I |
| rst\_i | High aktives reset Signal | I |
| alu\_mode\_i | 3 bit Eingang, der beschreibt, welche Operation die ALU durchführen soll, von datapath\_modulo.v | I |
| op\_a\_i | 16 bit Eingang für alu\_a, von datapath\_modulo.v | I |
| op\_b\_i | 16 bit Eingang für alu\_b, von datapath\_modulo.v | I |
| res\_o | 16 bit Ausgang, Ergebnis der jeweiligen Operation, zu datapath\_modulo.v | O |

# Verschaltung der HDL-Module

## Hauptrechenwerk

**ggt\_top.v**

Im Modul ggt\_top.v werden die beiden Module controller.v und datapath.v instanziiert und über wire miteinander verbunden.

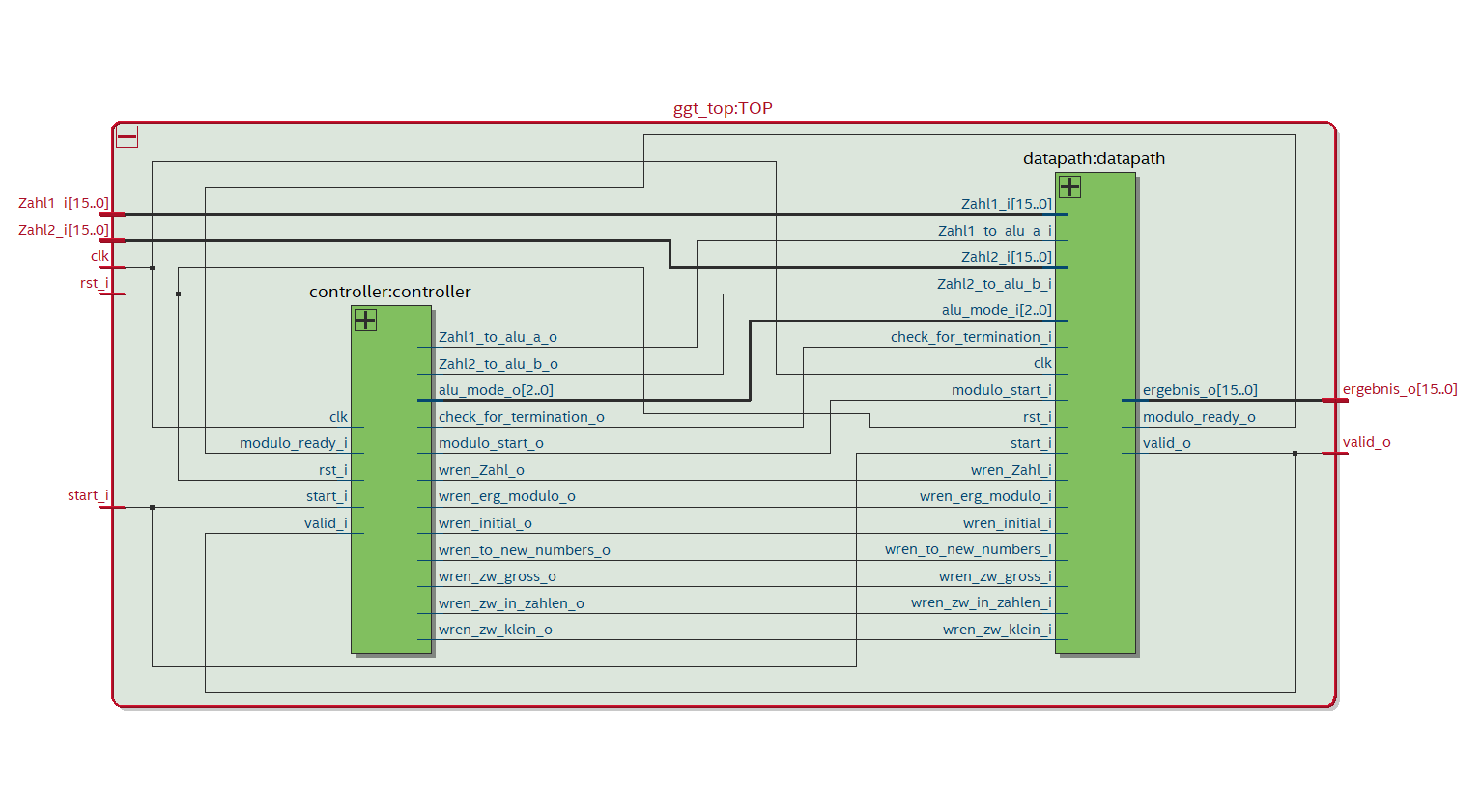


Abbildung : Interne Verschaltung im Modul ggt\_top.v

**datapath.v**

Aus Platzgründen wird hier auf die Darstellung des Moduls datapath.v verzichtet, denn die Darstellung wäre durch die große interne Schaltung wahrscheinlich kaum erkennbar. Zu erwähnen ist, dass das Modul alu.v im datapath.v instanziiert wird und dadurch die Werte an die ALU übergeben werden können.

Die Schaltung des Datapath.v kann allerdings in den mitgelieferten Quartus-Dateien im RTL-Viewer eingesehen werden.

**alu.v**

Auch für die alu.v muss auf eine bildliche Darstellung der internen Verschaltung verzichtet werden, obwohl die Darstellung durchaus interessant wäre. Denn die alu.v instanziiert das Modulo-Rechenwerk in Form vom Modul modulo\_top.v. Das Eingangssignal modulo\_start\_i des Moduls alu.v wird an den Eingangsport start\_i der modulo\_top.v übergeben und die beiden angelegten Operanden op\_a\_i und op\_b\_i werden an die Ports Zahl1\_i und Zahl2\_i der modulo\_top.v übergeben. Der Controller des Hauptrechenwerks bleibt dann so lange im aktuellen Schritt, bis das Modulo-Rechenwerk über valid\_o das Signal gibt, mit der Berechnung fertig zu sein. Nun wird das Ergebnis dem datapath.v übergeben und der nächste Schritt wird eingeleitet.

## Modulo-Rechenwerk

**modulo\_top.v**

**Ein Bild, das Text, Diagramm, Screenshot, Reihe enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.**

Abbildung : Interne Verschaltung im Modul modulo\_top.v

Die Datei modulo\_top.v instanziiert ähnlich zur ggt\_top.v die beiden Module controller\_modulo.v und datapath\_modulo.v und verbindet diese mittels einiger wires.

**datapath\_modulo.v**

Auch hier muss auf eine Darstellung der Schaltung verzichtet werden, da diese durch die enthaltene Logik zu umfangreich wäre, um sie bildlich darzustellen.

Die datapath\_modulo.v instanziiert ebenfalls die ALU (alu\_modulo.v). Die Schaltung kann ebenfalls in den Quartus-Dateien im RTL-Viewer eingesehen werden.

# Test und Verifikation

## Funktionstests mit Hilfe von ModelSim

Im ersten Schritt der Verifikation der Funktion wurde eine testbench.v geschrieben. Diese testbench.v instanziiert die ggt\_top.v und übergibt ihr zwei vorgegebene, fest einprogrammierte Zahlenwerte (einen für Zahl1, den anderen für Zahl2). Weiterhin sorgt die Testbench dafür, dass wichtige Steuersignale, wie clk, start\_i oder rst\_i an die ggt\_top.v übergeben werden.

Bevor eine Analyse mit Matlab möglich war, wurden nun erstmal mit der testbench.v einzelne Werte an die ggt\_top.v übergeben, indem diese Werte fest im Code geschrieben wurden, das Projekt in ModelSim kompiliert und anschließend simuliert wurde. Am Beispiel der Zahlen 24255 und 12540 wird dies nun gezeigt:

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Initialisierung der beiden Zahlen im Code mittels eines festgeschriebenen Wertes

In dieser Abbildung sieht man, dass die beiden Werte 24255 und 12540 fest vorgegeben sind. Sie werden zur Laufzeit nicht mehr verändert.

Mit Hilfe eines online-Rechners ([ggT-Rechner - Matheretter](https://www.matheretter.de/rechner/ggt)) wird vor der Simulation das erwartete Ergebnis ermittelt, dieses beträgt laut dem Rechner 165.

Im folgenden Schritt wird die Simulation mit ModelSim durchgeführt.

Ein Bild, das Screenshot, Text, Multimedia-Software, Software enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Durchgeführte Simulation in ModelSim mit dem Ergebnis 165, signalisiert durch steigende valid-Flanke

In dieser Abbildung ist zu sehen, dass bei der korrekten Reihenfolge der beiden Eingabezahlen das korrekte Ergebnis 165 nach etwa 1530 ps anliegt. Dabei gilt ein Hauptaugenmerk der steigenden Flanke des valid-Signals, da dieses signalisiert, dass das nun anliegende Ergebnis das korrekte ist. Dies ist notwendig, da auch schon vorher Zwischenergebnisse auf den Ausgangsport ergebnis\_o geschrieben werden, diese sind aber noch nicht korrekt. Valid signalisiert, dass die Berechnung abgeschlossen und das Ergebnis das richtige ist.

Diese Simulation wird nun erneut durchgeführt, aber mit der vertauschten Eingabe der Zahlen, sodass Zahl1 die kleinere und nicht wie üblich die größere der beiden Zahlen ist. Die Erwartungshaltung ist hier, dass das gleiche Ergebnis herauskommt.

Ein Bild, das Screenshot, Text, Software, Multimedia-Software enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Durchgeführte Simulation mit vertauschten Eingaben in ModelSim mit dem Ergebnis 165, signalisiert durch steigende valid-Flanke

So sieht man auch in dieser Abbildung, dass das Ergebnis 165 nach 1535 ps korrekt am Ausgang anliegt. Dieser Simulationsaufbau wird nun für folgende Zahlen wiederholt:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Zahl1 | Zahl2 | Erwartetes Ergebnis | Korrekt in Sim? |
| 554 | 192 | 2 | korrekt |
| 192 | 554 | 2 | korrekt |
| 728 | 259 | 7 | korrekt |
| 259 | 728 | 7 | korrekt |
| 944 | 648 | 8 | korrekt |
| 648 | 944 | 8 | korrekt |

Da alle Werte korrekt berechnet werden, kann auf Vorbehalt von einer richtigen Funktion ausgegangen werden. Dieser Test soll nun mit Hilfe von Matlab erweitert werden. Dafür wurde ein Matlab Skript (Matlab\_GGT.m) geschrieben, welches zufällige Zahlenpaare in eine Textdatei namens „ggt\_zahlen.txt“ schreibt. Die Anzahl der Zahlenpaare kann eigens festgelegt werden und wird hier auf 1000 gesetzt. Gleichzeitig wird zu jedem Zahlenpaar der ggT mittels Matlab-Funktion gcd() (engl. greatest common divisor) berechnet und zeilenweise in eine zweite Textdatei namens „ggt\_ergebnisse.txt“ geschrieben. Die beiden Textdateien sehen nach einmaligem Durchlaufen des Skriptes folgendermaßen aus:

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Zufallszahlenpaare in ggt\_zahlen.txt

Ein Bild, das Text, Screenshot, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : ggT-Ergebnisse der Zahlenpaare, berechnet mit der Matlab-Funktion gcd()

Nun wird auch die Testbench entsprechend so erweitert, dass sie die Textdatei „ggt\_zahlen.txt“ öffnen kann und die Werte zeilenweise aus dieser Datei liest, an ggt\_top.v übergibt und anschließend auf das valid-Signal wartet, bevor die nächste Zeile gelesen wird. Kommt das valid-Signal, wird der ergebnis-Wert aus der ggt\_top.v gelesen und in eine dritte Textdatei namens „ggt\_ergebnisse\_euklid.txt“ geschrieben. Ebenfalls zeilenweise. Die Testbench tut dies in einer Schleife so lange, bis eof, also End of File erreicht ist. Dann werden die beiden Textdateien geschlossen und die Simulation beendet.

In der Theorie müssten die beiden Textdateien „ggt\_ergebnisse.txt“ und „ggt\_ergebnisse\_euklid.txt“ exakt gleichen Inhalt haben. Da 1000 Zeilen aber manuell nicht verglichen werden können, wird ein zweites Matlab-Skript (Vergleich.m) geschrieben, welches die beiden Textdateien miteinander vergleicht und dem Anwender eine Zusammenfassung über die Gleichheit gibt. Die Ausgabe sieht im Ausgabe-Fenster von Matlab folgendermaßen aus:

Ein Bild, das Text, Screenshot, Dokument, Zahl enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Ausgabe des Matlab-Skripts Vergleich.m

Erfreulicherweise sind alle Werte als gleich bestimmt, was bedeuten würde, dass das Rechenwerk korrekt funktioniert und keinerlei Fehler ausweist.

Um das Vergleichsskript einem kleinen Test zu unterziehen, werden in einer der beiden Textdateien nun drei Werte per Hand verändert (zwischen Zeile 970 und Zeile 1000, sodass dies in der Ausgabe des Skripts gut sichtbar ist).

Ein Bild, das Text, Screenshot, Dokument, Schrift enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Ausgabe des Matlab-Skripts Vergleich.m mit drei manuell veränderten Werten

Wie man in dieser Abbildung sieht, erkennt das Skript die drei manuell veränderten Werte. Dies verdeutlicht, dass es ordnungsgemäß funktioniert und die Werte aus der Matlab-Funktion gcd() und aus dem Rechenwerk übereinstimmen.

Die beiden Matlab-Skripte und die drei Textdateien liegen im Ordner Simulation\_Hauptrechenwerk, damit die Simulation in ModelSim auf die Textdateien zugreifen kann. Das Simulationsprojekt ist im gleichen Ordner unter Sim\_gesamt.mpf zu finden.

## Funktionstests auf dem realen FPGA

Die aktuelle Testbench war mit den beinhalteten File-Handlings, der wait-Funktion und $stop nicht kompilierbar. Aus diesem Grund wurde die testbench.v weiter umgebaut. Es wurde nun eine define-Präprozessor-Direktive eingebaut, mit der verschiedene Code-Teile „ein- oder ausgebeblendet“ werden können. Die Unterteilung des Codes wird nach folgendem Schema vorgenommen:  
Ein Bild, das Text, Screenshot, Software enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Schema, nach dem die Unterteilung der testbench.v vorgenommen wird

So kann die Testbench.v für beide Zwecke genutzt werden und bleibt trotzdem übersichtlich. Für die Nutzung in Quartus Prime muss die Zeile also auskommentiert, für eine Simulation in ModelSim einkommentiert werden.

Für den Code für Quartus Prime wurde nun noch eine ALTPLL sowie ein RAM-Block hinzugefügt, in den das Ergebnis geschrieben werden soll.

Auf dem realen FPGA ist eine automatisierte Überprüfung wie mit Matlab leider nicht möglich, daher muss wieder auf eine manuelle Prüfung zurückgegriffen werden, die etwas zeitintensiver ist, aber ihren Zweck ebenso erfüllt.

Also wurde folgende Tabelle aufgesetzt mit verschiedenen Zahlen. Hier wurde sowohl das Verdrehen berücksichtigt als auch gleiche Zahlen als Eingabe. Es wurde ebenso das erwartete Ergebnis in Hexadezimal-Darstellung ergänzt, da der RAM-Block das Ergebnis als Hex-Code ausgibt.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Zahl1 | Zahl2 | erwartetes Ergebnis (hex) | korrekt? |
| 554 | 192 | 2 | korrekt |
| 192 | 554 | 2 | korrekt |
| 728 | 259 | 7 | korrekt |
| 259 | 728 | 7 | korrekt |
| 944 | 648 | 8 | korrekt |
| 648 | 944 | 8 | korrekt |
| 180 | 90 | 5A | korrekt |
| 90 | 180 | 5A | korrekt |
| 180 | 180 | B4 | korrekt |
| 240 | 95 | 5 | korrekt |
| 95 | 240 | 5 | korrekt |
| 744 | 685 | 1 | korrekt |
| 685 | 744 | 1 | korrekt |

Die farbliche Darstellung der Zeilen gilt der besseren Sichtbarkeit der Zahlenpaare.

Auch hier sind alle Werte, die in den RAM-Block geschrieben werden, korrekt und erfüllen die Erwartungen. Die folgende Abbildung zeigt einerseits links die testbench.v, in der die beiden Werte 180 und 180 an Zahl1 und Zahl2 übergeben sind. Andererseits ist im Fenster des In-System Memory Content Editor an der Speicherstelle 0 der Wert des berechneten Ergebnisses zu sehen. Dieses entspricht der Erwartung: B4.

Ein Bild, das Text, Screenshot, Software, Computersymbol enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Beispielhafter Darstellung der Ergebnisausgabe an der Speicherstelle 0 im RAM-Block

## Timing-Analyse

## Mit ModelSim

Eine Timing-Analyse kann in ModelSim relativ einfach durchgeführt werden. Hierfür wird zuallererst die eingestellt Frequenz der Clock berechnet. Diese berechnet sich wie folgt:

Anhand folgender drei Beispiele, gemessen in ModelSim soll gezeigt werden, wie schnell die Schaltung arbeitet:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zahl1 | Zahl2 | Zeit von start bis valid |
| 53393 | 59362 | 3.715 ps |
| 59859 | 8323 | 3.668 ps |
| 41442 | 6393 | 2.518 ps |
| 63520 | 1 | 3,176145 ms |
| 400 | 200 | 248 ps |

Die fünf Beispiele zeigen, dass die Zeit, die vom Signal start bis zum Signal valid vergeht, in einem gewissen Maße variieren kann. Diese Zeit hängt stark von der Wahl der Zahlen ab, wie man bei den letzten beiden Beispielen sehen kann. Das Beispiel mit den Zahlen 63520 und 1 benötigt deutlich mehr Zeit, da viel mehr Durchläufe nötig sind, um die Berechnung abzuschließen, wohingegen die Berechnung mit den Zahlen 400 und 200 sehr schnell durchgeführt wird. Trotzdem ist auch die gezeigte sehr intensive Berechnung mit etwa 3 ms durchaus schnell ausgeführt worden.

An dieser Stelle ist zu bemerken, dass diese Simulation zusätzlich das Schreiben und Lesen in den Textdateien sowie das Schreiben mittels $display beinhaltet. Ohne diese Operationen würde die Berechnung vermutlich noch um einiges schneller ablaufen können.

## Mit Quartus Prime

In Quartus Prime lässt sich die Durchlaufzeit mit dem aktuellen Aufbau leider nicht so einfach bestimmen.

Die verwendete ALTPLL nutzt eine Input-Taktrate von 12 MHz und teilt diese so, dass die ausgehende und anschließend verwendete logic\_clk eine Taktrate von 1MHz besitzt.

Sollte diese Information hohen Wert haben, so wäre die Vorgehensweise, die Frequenz in ModelSim zu simulieren und die Durchlaufzeit für verschiedene Zahlen zu messen. Die reale Durchlaufzeit auf dem FPGA kann damit abgeschätzt werden.

Außerdem müsste die UART-Schnittstelle mittels Python und dem Signal Tap Logic Analyzer eingerichtet werden, was in dieser Arbeit leider nicht gelungen ist. Diese Form der Datenauswertung würde deutlich mehr Klarheit über die Laufzeiten des Algorithmus geben.

## Analyse des Stromverbrauchs mit Quartus Prime

Quartus Prime bietet mit dem Power Analyzer Tool eine Möglichkeit, die thermische Verlustleistung des FPGA mit dem aktuellen Design abzuschätzen. Mit dem vorgestellten Rechenwerk beträgt diese schätzungsweise 131.61mW, wie in der folgenden Abbildung zu sehen ist.

Ein Bild, das Text, Screenshot, Software, Webseite enthält.

KI-generierte Inhalte können fehlerhaft sein.

Abbildung : Zusammenfassung des Power Analyzer Tools nach dem Kompilieren

# Zusammenfassung der Abgabestruktur

## Fileliste der Code-Dateien

Im Ordner „Code“ befindet sich der komplette Source-Code. Die Dateien für das Hauptrechenwerk und das Modulo-Rechenwerk liegen gemeinsam in diesem Ordner.

Um die eigenen Rechenwerke übersichtlicher darzustellen, sind jedoch zwei Unterordner erstellt worden für „modulo“ und „ggt“. Im Ordner „modulo“ befinden sich nur Dateien des Modulo-Rechenwerks, im Ordner „ggt“ nur Dateien des Hauptrechenwerks für den ggT.

**Wichtige Code-Dateien:**

* ggt\_top.v
* datapath.v
* controller.v
* testbench.v
* alu.v
  + modulo\_top.v
  + datapath\_modulo.v
  + controller\_modulo.v
  + testbench\_modulo.v
  + alu\_modulo.v

## Fileliste der Simulationsdateien

Es gibt zwei Ordner für die Simulation: „Sim\_Modulo“ und „Simulation\_Hauptrechenwerk“. Die Simulation des gesamten Rechenwerks befindet sich im zweitgenannten Ordner. Der Ordner „Sim\_Modulo“ beinhaltet Simulationsdateien für den Modulo-Algorithmus.

**Wichtige Simulations-Dateien:**

* Simulation\_Hauptrechenwerk 🡪Matlab\_GGT.m
* Simulation\_Hauptrechenwerk 🡪Vergleich.m
* Simulation\_Hauptrechenwerk 🡪ggt\_zahlen.txt
* Simulation\_Hauptrechenwerk 🡪ggt\_ergebnisse.txt
* Simulation\_Hauptrechenwerk 🡪ggt\_ergebnisse\_euklid.txt
* Simulation\_Hauptrechenwerk🡪 Sim\_gesamt.mpf
* Sim\_Modulo 🡪Sim\_Modulo.mpf

## Quartus-Prime-Projekt

Das gesamte Quartus-Prime-Projekt befindet sich im Ordner „Quartus“. In diesem Ordner befinden sich alle Dateien, die das Quartus-Prime-Projekt umfasst.

**Wichtige Quartus-Dateien:**

* Quartus 🡪 Euklidischer\_Algorithmus.qpf

## Wichtige Dokumentationsdateien

Im Ordner „Doku“ befindet sich einerseits diese Doku, aber auch die beiden erstellten Datenflussgraphen, nach denen der Code entworfen wurde. Die beiden Power-Point-Dateien, mit denen die Datenflussgraphen entworfen wurden, sind ebenfalls in diesem Ordner.

**Wichtige Doku-Dateien:**

* Doku 🡪 Dokumentation\_Trummer\_Euklidischer\_Algorithmus.pdf
* Doku 🡪 Datenflussgraph\_Modulo.pdf
* Doku 🡪 Datenflussgraph\_GGT.pdf

# Quellen

* [ggT berechnen – Euklidischer Algorithmus](https://www.youtube.com/watch?v=a9mMkMYGMYo&t=186s)
* [Euklidischer Algorithmus – Wikipedia](https://de.wikipedia.org/wiki/Euklidischer_Algorithmus)