

Instructor: Johannes Alberto Talero M.

El siguiente taller contiene una serie de ejercicios de los cursos *Cálculo Diferencial* y *Pre-cálculo*, basados y obtenidos de los libros *Pre-cálculo*, 6ª Edición y *Cálculo*, 7ª Edición de *James Stewart*. Estos ejercicios **no** serán calificados y tienen como único fin ser material de estudio complementario para este curso.

1 Pre-cálculo

1.1 Expresiones Algebraicas

Ejercicio 1.1.1 Defina qué es un polinomio, especificando sus grados y coeficientes.

Ejercicio 1.1.2 Explique en qué consiste la diferencia de cuadrados.

Ejercicio 1.1.3 Defina qué son los cuadrados perfectos.

Ejercicio 1.1.4 Encuentre la suma directa de las siguientes expresiones:

1. $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$
2. $(x^3 + 6x^2 - 4x + 7) + (3x^2 - 2x - 4)$

Ejercicio 1.1.5 Factorice las siguientes expresiones:

1. $16z^2 - 24z + 9$
2. $5(x^2 + 4)^4(2x)(x - 2)^4 + (x^2 + 4)^5(4)(x - 2)^3$

1.2 Ecuaciones

Ejercicio 1.2.1 Describa con sus palabras qué es una ecuación.

Ejercicio 1.2.2 Describa con sus palabras qué es una ecuación lineal y cuáles ecuaciones no son lineales.

Ejercicio 1.2.3 Una pelota se lanza directamente hacia arriba a una velocidad inicial de $V_0 = 40$ pies/s.

1. ¿Cuándo llega la pelota a una altura de 24 pies?
2. ¿Cuándo llega a una altura de 48 pies?
3. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la pelota?
4. ¿Cuándo alcanza la pelota el punto más alto de su trayectoria?
5. ¿Cuándo cae al suelo?

Ejercicio 1.2.4 Un zoológico tiene aves (bípedos) y bestias (cuadrúpedos). Si el zoológico tiene 60 cabezas y 200 patas, ¿cuántas aves y cuántas bestias viven allí?

Ejercicio 1.2.5 Una heladería vende solo helados con soda y leches malteadas. En el primero se usan 1 onza de jarabe y 4 onzas de helado. En la segunda, se utilizan 1 onza de jarabe y 3 onzas de helado. Si el expendio usa 4 galones de helado y 5 cuartos de jarabe en un día, ¿cuántos helados con soda y malteadas vende diariamente? [Equivalencias: 1 cuarto = 32 onzas; 1 galón = 128 onzas]

1.3 Geometría Analítica

Ejercicio 1.3.1 *Describa con sus palabras qué es un plano y cómo se identifican los puntos en él.*

Ejercicio 1.3.2 *Describa con sus palabras qué significa que una recta sea paralela a otra recta.*

Ejercicio 1.3.3 *Describa con sus palabras qué significa que una recta sea perpendicular a otra recta.*

Ejercicio 1.3.4 *Resuma brevemente cómo se calcula el punto medio entre dos puntos P y Q en un mismo plano.*

Ejercicio 1.3.5 *Halla el punto medio del segmento de extremos $P(3, 1)$ y $Q(-4, 3)$.*

Ejercicio 1.3.6 *¿Cuál de los puntos $A(6, 7)$ o $B(-5, 8)$ está más cercano al origen?*

Ejercicio 1.3.7 *Demuestre que para todo par de números reales a, b , los puntos (a, b) y (b, a) están a la misma distancia del origen.*

Ejercicio 1.3.8 *Demuestre que el triángulo con vértices $A(0, 2)$, $B(-3, -12)$ y $C(-4, 3)$ es isósceles.*

Ejercicio 1.3.9 *Localice los puntos $P(0, 3)$, $Q(2, 2)$ y $R(5, 3)$ en un plano de coordenadas. ¿Dónde debe estar ubicado el punto S para que la figura $PQRS$ sea un paralelogramo? Escriba una breve descripción de los pasos que tomó para hallar S , así como sus razones para tomarlos.*

1.4 Trigonometría

Ejercicio 1.4.1 *Explique brevemente cómo se construyen las funciones trigonométricas básicas mediante el círculo trigonométrico.*

Ejercicio 1.4.2 *Escriba la primera expresión en términos de la segunda si el punto terminal determinado por t está en el cuadrante dado.*

1. $\sin(t)$ en términos de $\cos(t)$; Cuadrante II
2. $\cos(t)$ en términos de $\sin(t)$; Cuadrante IV
3. $\tan(t)$ en términos de $\sin(t)$; Cuadrante IV
4. $\tan(t)$ en términos de $\cos(t)$; Cuadrante III
5. $\sec(t)$ en términos de $\tan(t)$; Cuadrante II
6. $\csc(t)$ en términos de $\cot(t)$; Cuadrante III
7. $\tan(t)$ en términos de $\sec(t)$; Cuadrante III
8. $\sin(t)$ en términos de $\sec(t)$; Cuadrante IV

Ejercicio 1.4.3 *Defina cada una de las funciones trigonométricas que dependen de otras para ser definidas.*

Ejercicio 1.4.4 *Demuestre que $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$.*

Ejercicio 1.4.5 *Usando $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, encuentre identidades trigonométricas para $\tan(x)$, $\csc(x)$ y $\sec(x)$.*

Ejercicio 1.4.6 *Exponga las identidades de ángulos dobles y de suma de ángulos.*

2 Cálculo

2.1 Reglas de Derivación

Ejercicio 2.1.1 Dada una función f definida en a , defina la derivada de f en el punto a .

Ejercicio 2.1.2 Presente brevemente las reglas básicas de derivación.

Ejercicio 2.1.3 Explique cómo funciona la regla de la cadena.

Ejercicio 2.1.4 Muestre que:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin^2(x)}{1 + \cot(x)} + \frac{\cos^2(x)}{1 + \tan(x)} \right) = -\cos(2x)$$

Ejercicio 2.1.5 Encuentre un polinomio de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$ que pase por el punto $(1, 0)$ y que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $(2, 7)$ tenga pendiente 10.

2.2 Anti-derivada e Integral

Ejercicio 2.2.1 Defina qué es una anti-derivada.

Ejercicio 2.2.2 Calcule la forma general de las anti-derivadas correspondientes a cada función:

1. $f(x) = x^k$, donde $k \neq -1$.
2. $f(x) = \sin(x^2)$.
3. $f(x) = \pi \cdot e^x$.
4. $f(x) = \frac{1}{x}$.

Ejercicio 2.2.3 Defina, usando notación integral, cuál es la integral de una función $f(x)$ en el intervalo (a, b) .

Ejercicio 2.2.4 Calcule las siguientes integrales:

1. $\int \left(t + \frac{2}{t} \right) dt$
2. $\int e^x dx$
3. $\int \left(\frac{s^{24} - s^3}{\log(x^x)} \right) ds$