Johannes Talero M.

A continuación, se presentan los ejercicios correspondientes al taller desarrollado en clase el día 3 de octubre de 2016. Este debe ser entregado al inicio de la clase del jueves 6 de octubre, de manera que su calificación se incorporará a la nota del quiz que se realizará ese mismo día. Solo deben entregar los ejercicios de la Sección II.

1 Sección I

Ejercicios Conceptuales (No más de una línea por respuesta):

1. ¿Qué es el *Span* de un conjunto de vectores?
2. ¿Qué es una combinación lineal?
3. ¿Qué es un sub-espacio vectorial?
4. ¿Qué es el espacio afín?

2 Sección II

Ejercicio 2.1 *Muestre que* $\mathbb{R}$ *no posee sub-espacios propios.*

Ejercicio *2.2 Considere el conjunto* $\mathbb{R}^+$ *de todos los reales positivos. Defina la suma entre los vectores* v, w *como* $v \oplus w = v \cdot w$*, que corresponde al producto habitual en* $\mathbb{R}$*. Para* v *un vector y* α *un escalar, defina el producto como:* $\alpha \circ v = v^\alpha$*. ¿Este espacio posee sub-espacios propios? En caso afirmativo, identifique alguno; de lo contrario, demuestre por qué no existen.*

Ejercicio *2.3 Se sabe que el espacio nulo de una matriz* A *es un sub-espacio vectorial de* $\mathbb{R}^n$ *(siendo* n *el número de columnas). Siguiendo esta línea de pensamiento, la imagen de* A *se define como:*

$$W = \{v \mid v = Aw, \ \text{con } w \in \mathbb{R}^n\}.$$

¿Es W *un sub-espacio vectorial? Justifique su respuesta.*

Ejercicio *2.4 Calcule el sub-espacio en* $\mathbb{R}^3$ *asociado a la matriz* A *(el espacio nulo). Demuestre que es un sub-espacio vectorial.*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

3 Sección III

Sea Γ *un sistema de* m *ecuaciones:*

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \cdots + \cdots + \cdots + \cdots + \cdots &= b_i \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Determine si el conjunto de soluciones siempre constituye un espacio afín.