Αθανασίου Ιωάννης
03117041
9ο εξάμηνο

Άσκηση 1

1. $(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$

απλοποιώ την ισοδυναμία

$((p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$

απλοποιώ τις συνεπαγωγές

$\neg((\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$

μεταφέρω τις αρνήσεις με De Morgan

$(\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg\cancel{q}(p \vee q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$

$((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$

~~απλοποιώ περιττές παρενθέσεις~~

$\cancel{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (r \wedge s) \vee t}$

επιμερίζω τις διαζεύξεις

$((p \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q)) \vee ((r \vee t) \wedge (s \vee t))$

επιμερίζω εκ νέου την διάζευξη

$\cancel{[(p \vee \neg p) \vee (r \vee t)] \wedge [p \vee \neg p \vee s \vee t]}$

$(p \vee \neg p \vee r \vee t) \wedge (p \vee \neg p \vee s \vee t) \wedge (p \vee \neg q \vee r \vee t) \wedge (p \vee \neg q \vee s \vee t) \wedge$
$\wedge (q \vee \neg p \vee r \vee t) \wedge (q \vee \neg p \vee s \vee t) \wedge (q \vee \neg q \vee r \vee t) \wedge (q \vee \neg q \vee s \vee t)$

είναι σε CNF, η πρόταση μπορεί να γραφτεί στην μορφή:

$\{[p, \neg p, r, t], [p, \neg p, s, t], [p, \neg q, r, t], [p, \neg q, s, t],$
$[q, \neg p, r, t], [q, \neg p, s, t], [q, \neg q, r, t], [q, \neg q, s, t]\}$

- Παρατηρώ ότι τα 4 υπογραμμισμένα προτασιακά είναι ταυτολογίες.

2. $(\forall x.\forall y.\exists z.\ q(x,y,z) \lor \exists x.\forall y.\ p(x,y)) \land \neg(\exists x.\exists y.\ p(x,y))$

· μετακινώ την άρνηση

$(\forall x\forall y\exists z\ q(x,y,z) \lor \exists x\forall y\ p(x,y)) \land (\forall x\forall y\ \neg p(x,y))$

· δίνω μοναδικά ονόματα

$\cancel{(\forall x\forall y\exists z\ q(x,y,z) \lor \exists a\forall b\ p(a,b)) \land}$

$(\forall x\forall y\exists z.\ q(x,y,z) \lor \exists \psi.\forall w.\ p(\psi,w)) \land (\forall r.\forall s.\ \neg p(r,s))$

· αφαιρώ υπαρξιακούς ποσοδείκτες με skolemisation

$(\forall x\forall y.\ q(x,y,f(x,y)) \lor \forall w.\ p(c,w)) \land (\forall r.\forall s.\ \neg p(r,s))$

· μετακινώ καθολικούς ποσοδείκτες ~~([illegible])~~ και τους διαγράφω

$(q(x,y,f(x,y)) \lor p(c,w)) \land (\neg p(r,s))$

που είναι σε CNF και μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$\{[\ q(x,y,f(x,y)),\ p(c,w)\ ],\ [\ \neg p(r,s)\ ]\}$

Άσκηση 2

⇨ Ζεύγος 1+2:

- Επιλέγω το μοντέλο:

$\Delta^I = \{a, b, c\}$

$R^I = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,b), (b,a), (a,c), (c,a)\}$

- Ισχύει η πρόταση (1) (ανακλαστική) αφού: το R^I περιέχει τα (a,a), (b,b), (c,c)

- Ισχύει και η πρόταση (2) (συμμετρική) αφού: το R^I περιέχει τα (a,b), (b,a) και (a,c), (c,a).

- Όμως, δεν ισχύει η πρόταση (3) (μεταβατική) αφού:
  - το R^I περιέχει τα (b,a) και (a,c) αλλά όχι το (b,c)

⇨ Ζεύγος 1+3:

- $\Delta^I = \{a, b, c\}$

  $R^I = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,b), (b,c), (a,c)\}$

- Προφανώς, όπως και πριν, ισχύει η (1).
- Ισχύει η (3) αφού (a,b), (b,c) και (a,c)
- Δεν ισχύει η (2) αφού ισχύει (a,b) αλλά όχι (b,a)

⇒ Ζεύγος 2+3 :

· Επιλέγω το $\Delta^z = \{a, b, c\}$

$$R^z = \{(a,b),(b,a), (a,c),(c,a), (b,c),(c,b)\}$$

· Προφανώς ισχύει η συμμετρική (σχέση (2))

· Ισχύει και η μεταβατική αφού

ισχύουν τα $(a,b),(b,c)$ και το (a,c)

$(b,a),(a,c)$ και το (b,c)

$(a,c),(c,b)$ και το (a,b)

$(c,a),(a,b)$ και το (c,b)

$(b,c),(c,a)$ και το (b,a)

$(c,b),(b,a)$ και το (c,a)

· Δεν ισχύει η συμμετρική αφού το R^z δεν περιλαμβάνει τα (a,a), (b,b), (c,c)

⇒ Συμπέρασμα

~~[illegible]~~

· Κανένα ζεύγος δεν συνεπάγεται την ικανοποίηση της ~~τρίτης~~ πρότασης που απομένει

Άρα καμία από τις τρεις προτάσεις δεν αποτελεί λογική συνέπεια του ζεύγους των άλλων δύο.

Άσκηση 4

1. $\forall x (\text{χώρα}(x) \rightarrow \exists y . \text{Ήπειρος}(y) \land \text{ΑνήκειΣε}(x,y))$

2. $\exists x . (\text{χώρα}(x) \land \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(x), 300.000.000))$

3. $\forall x . \forall \eta_1 . \forall \eta_2 . \forall \eta_3 . ($
   $\text{Χώρα}(x) \land \text{Ήπειρος}(\eta_1) \land \text{Ήπειρος}(\eta_2) \land \text{Ήπειρος}(\eta_3) \land$
   $\land\ \eta_1 \neq \eta_2 \land \eta_1 \neq \eta_3 \land \eta_2 \neq \eta_3 \rightarrow$
   $\neg(\text{ΑνήκειΣε}(x,\eta_1) \land \text{ΑνήκειΣε}(x,\eta_2) \land$
   $\text{ΑνήκειΣε}(x,\eta_3))$
   $)$

~~4. $\exists x_1 . ((\text{Χώρα}(x_1) \land \text{ΑνήκειΣε}(x_1, \text{αμερική})) \rightarrow$~~
~~$\forall x_2 . \text{Χώρα}(x_2)$~~

4. $\exists x_1 . \forall x_2 (\text{Χώρα}(x_1) \land \text{ΑνήκειΣε}(x_1, \text{αμερική}) \land$
   $(\text{Χώρα}(x_2) \land \text{ΑνήκειΣε}(x_2, \text{ευρώπη}) \land$
   $x_1 \neq x_2 \rightarrow$
   $\text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(x_1), \text{πληθυσμός}(x_2)))$
   $)$

5. $$\exists x_1 \exists x_2 . \big(\text{Χώρα}(x_1) \land \text{Χώρα}(x_2) \land x_1 \neq x_2 \land \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(x_1), 1.000.000.000) \land \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(x_2), 1.000.000.000) \big)$$

$$\land$$

$$\forall x_3 \big(\text{Χώρα}(x_3) \land x_3 \neq x_1 \land x_3 \neq x_2 \rightarrow \neg \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(x_3), 1.000.000.000) \big)$$

6. $$\forall x . \big(\text{Χώρα}(x) \land x \neq \text{Κίνα} \land x \neq \text{Ινδία} \rightarrow \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(\text{Κίνα}), \text{πληθυσμός}(x)) \land \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{πληθυσμός}(\text{Ινδία}), \text{πληθυσμός}(x)) \big)$$

Άσκηση 5

1. Πρέπει να ισχύει: $q_1 \wedge \neg q_2 \equiv$

$[\forall x.(p(x) \Rightarrow q(a))] \wedge \neg[\forall x.p(x) \Rightarrow q(a)] \equiv$

$[\forall x(\neg p(x) \vee q(a))] \wedge \neg[\neg(\forall x.p(x)) \vee q(a)] \equiv$

$[\forall x(\neg p(x) \vee q(a)] \wedge [\forall x.p(x) \wedge \neg q(a)] \equiv$

$\neg p(x) \vee q(a) \wedge \forall x.[p(x) \wedge \neg q(a)] \equiv$

$[\neg p(x) \vee q(a)] \wedge [p(x) \wedge \neg q(a)] \equiv$

$(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge p(x) \wedge \neg q(a)$

που αποτελεί αντίφαση, αφού

ισοδυναμεί με

$[\underbrace{\cancel{(\neg p(x) \wedge p(x))}}_{\text{False}} \vee (q(a) \wedge p(x))] \wedge \neg q(a) \equiv$

$[q(a) \wedge p(x)] \wedge \neg q(a) \equiv$

$q(a) \wedge \neg q(a) \wedge p(x)$

Αντίφαση

άρα δεν υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί την πρώτη πρόταση και όχι την δεύτερη

2. ⇒ Πρέπει να ισχύει:

$$q_1 \quad \wedge \quad \neg q_2 \equiv$$

$$\exists x(p(x) \Rightarrow q(a)) \wedge \neg(\exists x.p(x) \Rightarrow q(a)) \equiv$$

$$\exists x(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge \neg(\neg(\exists x.p(x)) \vee q(a)) \equiv$$

$$\exists x.(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge (\exists x.p(x) \wedge \neg q(a)) \equiv$$

$$(\neg p(c_1) \vee q(a)) \wedge (p(c_2) \wedge \neg q(a)) \equiv$$

$$(\neg p(c_1) \vee q(a)) \wedge p(c_2) \wedge \neg q(a) \equiv$$

$$(\neg p(c_1) \vee q(a)) \wedge \neg q(a) \wedge p(c_2) \equiv$$

$$[(\neg p(c_1) \wedge \neg q(a)) \vee (\overset{\text{False}}{\cancel{q(a) \wedge \neg q(a)}})] \wedge p(c_2) \equiv$$

$$\underline{\neg p(c_1)} \wedge \underline{\neg q(a)} \wedge \underline{p(c_2)}$$

⇒ Άρα μία ερμηνεία που ικανοποιεί την q_1 και όχι την q_2 είναι η:

$$\Delta^I = \{a, b\}$$

$$p^I = \{b\}$$

$$q^I = \{a\}$$

Άσκηση 3

·Μετατρέπω τις προτάσεις της γνώσης σε CNF:

1) $\forall x . \exists y . (A(x) \Rightarrow R(x,y) \land C(y)) \equiv$

$\forall x . \exists y \, (\neg A(x) \lor (R(x,y) \land C(y))) \equiv$

$\forall x \, (\neg A(x) \lor (R(x, f(x)) \land C(f(x)))) \equiv$

$\neg A(x) \lor (R(x, f(x)) \land C(f(x))) \equiv$

$(\neg A(x) \lor R(x, f(x))) \land (\neg A(x) \lor C(f(x))) \equiv$

$\{ [\neg A(x), R(x, f(x))] , [\neg A(x), C(f(x))] \}$

2) $\forall x \exists y \, (B(x) \Rightarrow S(y,x) \land D(y)) \equiv$

$\forall x \exists y \, (\neg B(x) \lor (S(y,x) \land D(y))) \equiv$

$\forall x \, (\neg B(x) \lor (S(f(x),x) \land D(f(x)))) \equiv$

$\neg B(x) \lor (S(f(x),x) \land D(f(x))) \equiv$

$(\neg B(x) \lor S(f(x),x)) \land (\neg B(x) \lor D(f(x))) \equiv$

$\{ [\neg B(x), S(f(x),x)] , [\neg B(x), D(f(x))] \}$

3) $\forall x . (D(x) \Rightarrow A(x)) \equiv$

$\forall x \, (\neg D(x) \lor A(x)) \equiv$

$\neg D(x) \lor A(x) \equiv$

$\{ [\neg D(x), A(x)] \}$

4) $\forall x \forall y . (S(x,y) \Rightarrow T(y,x)) \equiv$

$\forall x \forall y (\neg S(x,y) \lor T(y,x)) \equiv$

$\neg S(x,y) \lor T(y,x) \equiv$

$\{ [\neg S(x,y), T(y,x)] \}$

5) $\forall x \forall y \forall z (T(x,y) \land R(y,z) \land C(z) \Rightarrow Q(x)) \equiv$

$\forall x \forall y \forall z (\neg (T(x,y) \land R(y,z) \land C(z)) \lor Q(x)) \equiv$

$\forall x \forall y \forall z (\neg T(x,y) \lor \neg R(y,z) \lor \neg C(z) \lor Q(x)) \equiv$

$\neg T(x,y) \lor \neg R(y,z) \lor \neg C(z) \lor Q(x) \equiv$

$\{ [\neg T(x,y), \neg R(y,z), \neg C(z), Q(x)] \}$

Άρα έχω συνοπτικά την γνώση:

(1) $\{ [\neg A(x), R(x, f(x))], [\neg A(x), C(f(x))] \}$

(2) $\{ [\neg B(x), S(f(x), x)], [\neg B(x), D(f(x))] \}$

(3) $\{ [\neg D(x), A(x)] \}$

(4) $\{ [\neg S(x,y), T(y,x)] \}$

(5) $\{ [\neg T(x,y), \neg R(y,z), \neg C(z), Q(x)] \}$

• Θέλω νδο $K \models \forall x\,(B(x) \Rightarrow Q(x))$

• Εισάγω στην γνώση την άρνηση της πρότασης σε CNF και (θα) εάν, εφαρμόζοντας τον ~~[illegible]~~ αλγόριθμο της ανάλυσης, καταλήξω σε αντίφαση, τότε η πρόταση θα συμπεραίνεται από την γνώση.

$$\neg \forall x\,(B(x) \Rightarrow Q(x)) \equiv$$
$$\neg \forall x\,(\neg B(x) \lor Q(x)) \equiv$$
$$\exists x\,(B(x) \land \neg Q(x)) \equiv$$
$$B(c) \land \neg Q(c) \equiv$$

$$\{\, [B(c)],\ [\neg Q(c)] \,\} \quad (6)$$

Και εφαρμόζω διαδοχικά τα βήματα, προσθέτοντας νέες προτάσεις στην γνώση K:

(αφού δώσω μοναδικά ονόματα στις μεταβλητές των διαφορετικών όρων)

$$[\neg A(x), R(x,f(x))]_{1},\ [\neg A(x), C(f(x))]_{2},\ [\neg B(y), S(f(y),y)]_{3},\ [\neg B(y), D(f(y))]_{4},\ [\neg D(z), A(z)]_{5},\ [\neg S(w,\psi), T(\psi,w)]_{6},$$

$$[\neg T(p,r), \neg R(r,q), \neg C(q), Q(p)]_{7},\ [B(c)]_{8},\ [\neg Q(c)]_{9}$$

Μεταβλητές: $x, y, z, w, \psi, p, r, q$

Σταθερές: c

$\Rightarrow$ $y \to c$: 3, 8 $\Rightarrow [S(f(c), c)]$ 10

4, 8 $\Rightarrow [D(f(c))]$ 11

$\Rightarrow$ $z \to f(c)$: 5, 11 $\Rightarrow [A(f(c))]$ 12

$\Rightarrow$ $x \to f(c)$: 1, 12 $\Rightarrow [R(f(c), f^2(c))]$ 13

$\Rightarrow$ $w \to f(c)$, $\psi \to c$: 6, 10 $\Rightarrow [T(c, f(c))]$ 14

$\Rightarrow$ $p \to c$, $r \to f(c)$, $q \to f^2(c)$: 7, 9, 14, 13, $\cancel{8}$, 2 $\Rightarrow [\neg A(f(c))]$ που ~~(8)~~ μαζί με την 12 οδηγούν σε αντίφαση

Άρα ισχύει ότι: $K \models \forall x (B(x) \Rightarrow Q(x))$

Άσκηση 6

· Πρόγραμμα 1

$r(x,b) \leftarrow r(a,x)$

$r(x,z) \leftarrow r(x,y), r(y,z)$

$U = \{a, b\}$

$B = \{ r(a,b), r(b,a) \}$

· Πρόγραμμα 2

$q(0) \leftarrow .$

$p(x) \leftarrow p(f(x)).$

$U = \{ 0, a, f(a), f(f(a)), \dots \}$

$B = \{ q(0), p(a), p(f(a)), p(f(f(a))), \dots \}$

(*) Σύγκρινα με τον αλγόριθμο, επαναλαμβάνω την επέκταση του S, μέχρι αυτό να μην μπορεί να επεκταθεί άλλο, ή μέχρι να περιλαμβάνει όλες τις ζητούμενες προτάσεις

Άσκηση 7

Forward Chaining για το ερώτημα cousin(A,F)

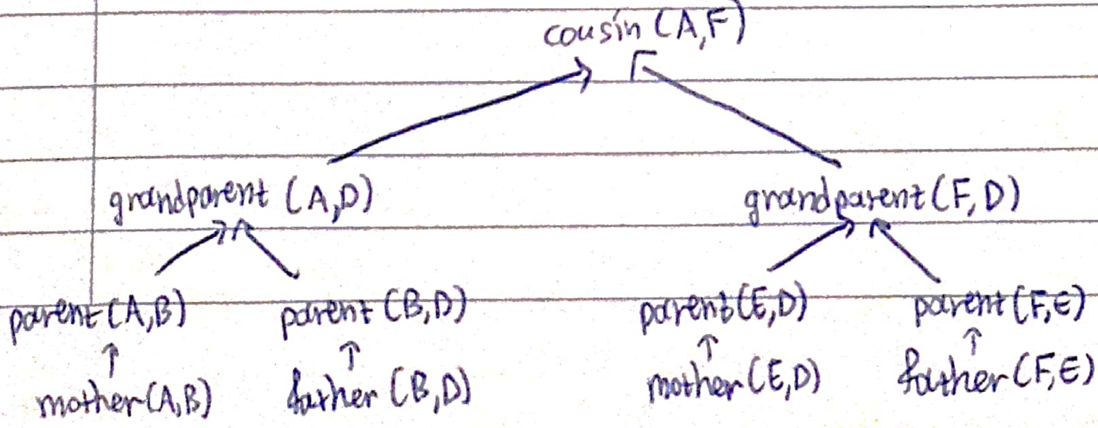
K = { mother(A,B), father(A,C), ~~father~~ mother(B,D),
mother(E,D), father(F,E), father(G,E) }

(*)

- S := K
- parent(A,B) ← mother(A,B) άρα S := S ∪ { parent(A,B) }
- parent(B,D) ← ~~father~~ mother(B,D) άρα S := S ∪ { parent(B,D) }
- grandparent(A,D) ← parent(A,B), parent(B,D)
  άρα S := S ∪ { grandparent(A,D) }
- ~~mother~~ parent(E,D) ← mother(E,D) άρα S := S ∪ { parent(E,D) }
- parent(F,E) ← father(F,E) άρα S := S ∪ { parent(F,E) }
- grandparent(F,D) ← parent(F,E), parent(E,D)
  άρα S := S ∪ { grandparent(F,D) }
- cousin(A,F) ← grandparent(A,D), grandparent(F,D)
  άρα S := S ∪ { cousin(A,F) }
- cousin(A,F) ∈ S

return YES — το ερώτημα cousin(A,F) επιτυγχάνει

Σχηματικά



η διαδικασία θα ήταν η ίδια έως εδώ

Forward Chaining για το ερώτημα sibling(A,G)

συνεχίζω από το S που είχα μείνει στο προηγούμενο ερώτημα:

- parent(G,E) ← father(G,E) άρα S := S ∪ { parent(G,E) }
- parent(A,C) ← father(A,C) άρα S := S ∪ { parent(A,C) }
- sibling(B,E) ← parent(B,D), parent(E,D) άρα ...
- grandparent(G,D) ← parent(G,E), parent(E,D) άρα ...
- sibling(E,B) ← sibling(B,E) άρα ...
- sibling(F,G) ← parent(F,E), parent(F,G) άρα ...
- sibling(G,F) ← sibling(F,G) άρα ...

~~grandparent(F,D) ← parent(...)~~

- cousin(F,A) ← grandparent(F,D), grandparent(A,D) άρα ...
- cousin(F,G) ← grandparent(F,D), grandparent(G,D) άρα ...
- cousin(G,F) ← grandparent(G,D), grandparent(F,D) άρα ...
- cousin(A,G) ← grandparent(A,D), grandparent(G,D) άρα ...
- cousin(G,A) ← grandparent(G,D), grandparent(A,D) άρα ...

- δεν μπορεί να παραχθεί άλλος κανόνας, (S' == S)

  return NO

  το ερώτημα sibling(A,G) αποτυγχάνει

Backward chaining για την cousin (A,F):

cousin(A,F) ? ⟵ cousin(A,F)

⑥ $cousin(Y_1,Z_1) \leftarrow gp(Y_1,X_1)\, gp(Z_1,X_1) \mid Y_1/A,\ Z_1/F$

$\leftarrow gp(A,X_1)\, gp(F,X_1)$

⑤ $gp(Y_2,Z_2) \leftarrow p(Y_2,\psi_2)\, p(\psi_2,Z_2) \mid Y_2/A,\ Z_2/X_1$

$\leftarrow p(A,\psi_2)\, p(\psi_2,X_1)\, gp(F,X_1)$

② $p(X_3,Y_3) \leftarrow m(X_3,Y_3)$ $X_3/A,\ Y_3/\psi_2$

① $p(X_3,Y_3) \leftarrow f(X_3,Y_3) \mid X_3/A,\ Y_3/\psi_2$

$\leftarrow m(A,\psi_2)\, p(\psi_2,X_1)\, gp(F,X_1)$

$\leftarrow f(A,\psi_2)\, p(\psi_2,X_1)\, gp(F,X_1)$

ψ_2/B

ψ_2/C

$\leftarrow \cancel{m(A,B)}\, p(B,X_1)\, gp(F,X_1)$

$\leftarrow \cancel{f(A,C)}\, p(C,X_1)\, gp(F,X_1)$

② $p(X_4,Y_4) \leftarrow m(X_4,Y_4) \mid X_4/B,\ Y_4/X_1$

$\leftarrow m(B,X_1)\, gp(F,X_1)$

$\leftarrow f(B,X_1)\, gp(F,X_1)$

$\leftarrow m(C,X_1)\, gp(F,X_1)$

$\leftarrow f(C,X_1)\, gp(F,X_1)$

X_1/D

$\leftarrow \cancel{f(B,D)}\, gp(F,D)$

$\leftarrow gp(F,D)$

16

← gp(F,D)

p(F,ψ) p(ψ,D)

m(F,ψ) p(ψ,D)   f(F,ψ) p(ψ,D)

ψ/E

$\cancel{f(F,E)}$ p(E,D)

p(E,D)

m(E,D)   f(E,D)

[ ]

επιτυχία

Backward chaining για την sibling(A,G):

sibling(A,G) ? ← sibling(A,G)

sibling(y1,z1) ← p(y1,x) p(z1,x) | y1/A, z1/G

← p(A,x) p(G,x)

p(x1,y1) ← m(x1,y1) | x1/A, y1/x

← m(A,x) p(G,x)

x/B

← m(A,B) p(G,B)

← p(G,B)

p(x1,y1) ← m(x1,y1)

← m(G,B)

X

p(x1,y1) ← f(x1,y1)

← f(G,B)

X

p(x1,y1) ← f(x1,y1) | x1/A, y1/x

← f(A,x) p(G,x)

x/C

← f(A,C) p(G,C)

← p(G,C)

← m(G,C)

X

← f(G,C)

X

sibling(x,y) ← sibling(y,x) | x/A, y/G

← sibling(G,A)

sibling(y,z) ← parent(y,x) parent(z,x)

y/G, z/A

← p(G,x) p(A,x)

← m(G,x) p(A,x)

X

← f(G,x) p(A,x)

x/E

← f(G,E) p(A,E)

← p(A,E)

X

- κανένας κλάδος δεν οδηγεί σε επιτυχία
- το ερώτημα αποτυγχάνει

Άσκηση 8

add(s(0), v, s(s(0)))?

$\leftarrow$ add(s(0), v, s(s(0)))

/ add(x, s(y), s(z)) $\leftarrow$ add(x, y, z) | x/s(0), s(y)/v, z/s(0)

$\leftarrow$ add(s(0), y, s(0))

/ add(x, 0, x) $\leftarrow$. | x/s(0), 0/y

[ ]

· Η αντικατάσταση που οδήγησε σε επιτυχία :

$\left.\begin{array}{l} v \to s(y) \\ y \to 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v \to s(0)}$

Άσκηση 9

· $IN = \{ a \}$

· $CN = \{A, B, C\}$

· $RN = \{ r, s \}$

Αξιώματα:

① $A \sqsubseteq \exists r.B$

② $B \sqsubseteq \exists s.(A \sqcap C)$

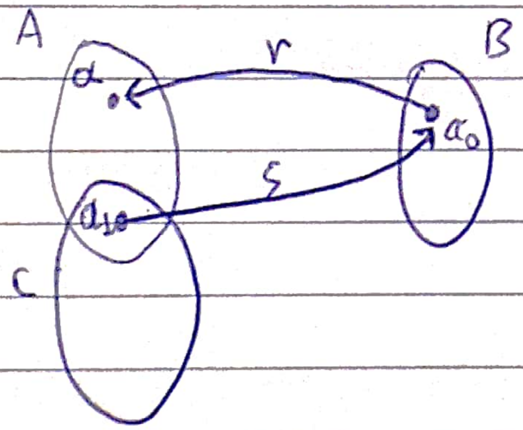
③ $s \equiv r^-$

④ $A(a)$

⑤ $\neg C(a)$

· Δεν υπάρχει μοντέλο

· Εικόνα



Σχηματικά

από ①: στο σημείο της (a) πρέπει να καταλήγει ένα βέλος r από σημείο στο (B), έστω (a_0)

από ②: σε κάθε σημείο του (B), άρα και στο (a_0) πρέπει να καταλήγει βέλος s από σημείο που ανήκει και στο (A) και στο (C), έστω (a_1)

από ③: όμως $s \equiv r^-$, άρα τα σημεία (a) και (a_1) πρέπει να συμπέσουν

ΑΤΟΠΟ αφού

$A(a)$ και $\neg C(a)$

$A(a_1)$ και $C(a_1)$

άρα δεν υπάρχει μοντέλο