

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ 2021-2022

3Η ΓΡΑΠΤΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ονοματεπώνυμο: Αθανασίου Ιωάννης

Εξάμηνο: 9ο

Αριθμός μητρώου: 03117041

ΑΣΚΗΣΗ 1

1. Εκπαιδεύω σε 3 epochs.

- Για τα διανύσματα των features x , θεωρήσα ότι είναι της μορφής $(-1, x_1, x_2, x_3)$, ώστε στο άθροισμα $\sum w_i x_i$, να πάρω το:
 - $\sum w_i x_i - w_0$
- Εφαρμόζω τις σχέσεις της θεωρίας:
 - $u(k) = \sum w_i x_i - w_0$
 - $W(k+1) = w(k) + \beta \cdot (y(k) - f(u(k))) \cdot x(k)$
- και βρίσκω:

| Υ | Epoch | (w0, w1, w2, w3) | (x0, x1, x2, x3) | $\sum w_i x_i$ | u_k | $f(u_k)$ | $y_k - f(u_k)$ | $\beta \cdot (y_k - f(u_k)) \cdot x_k$ | $W(k+1)$ |
|----|-------|----------------------|------------------|----------------|-------|----------|----------------|----------------------------------------|----------------------|
| 0 | 1 | [1 1 -1 -1] | [-1 0 -1 4] | -4 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0 -0.2 0.8] | [0.8 1. -1.2 -0.2] |
| 1 | 1 | [0.8 1. -1.2 -0.2] | [-1 4 0 -1] | 3.4 | 1 | 0 | -1 | [0.2 -0.8 0 0.2] | [1. 0.2 -1.2 0] |
| 2 | 1 | [1. 0.2 -1.2 0] | [-1 2 2 -1] | -3 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0.4 0.4 -0.2] | [0.8 0.6 -0.8 -0.2] |
| 3 | 1 | [0.8 0.6 -0.8 -0.2] | [-1 3 -1 0] | 1.8 | 1 | 0 | -1 | [0.2 -0.6 0.2 0] | [1. 0 -0.6 -0.2] |
| 4 | 1 | [1. 0 -0.6 -0.2] | [-1 2 1 -3] | -1 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] | [0.8 -0.4 -0.4 -0.8] |
| 5 | 1 | [0.8 -0.4 -0.4 -0.8] | [-1 0 -2 -1] | 0.8 | 1 | 0 | -1 | [0.2 0 0.4 0.2] | [1. -0.4 0 -0.6] |
| 6 | 2 | [1. -0.4 0 -0.6] | [-1 0 -1 4] | -3.4 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0 -0.2 0.8] | [0.8 -0.4 -0.2 0.2] |
| 7 | 2 | [0.8 -0.4 -0.2 0.2] | [-1 4 0 -1] | -2.6 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0.8 -0.4 -0.2 0.2] |
| 8 | 2 | [0.8 -0.4 -0.2 0.2] | [-1 2 2 -1] | -2.2 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0.4 0.4 -0.2] | [0.6 0 0.2 0] |
| 9 | 2 | [0.6 0 0.2 0] | [-1 3 -1 0] | -0.8 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0.6 0 0.2 0] |
| 10 | 2 | [0.6 0 0.2 0] | [-1 2 1 -3] | -0.4 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] | [0.4 -0.4 0.4 -0.6] |
| 11 | 2 | [0.4 -0.4 0.4 -0.6] | [-1 0 -2 -1] | -0.6 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0.4 -0.4 0.4 -0.6] |
| 12 | 3 | [0.4 -0.4 0.4 -0.6] | [-1 0 -1 4] | -3.2 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0 -0.2 0.8] | [0.2 -0.4 0.2 0.2] |
| 13 | 3 | [0.2 -0.4 0.2 0.2] | [-1 4 0 -1] | -2 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0.2 -0.4 0.2 0.2] |
| 14 | 3 | [0.2 -0.4 0.2 0.2] | [-1 2 2 -1] | -0.8 | 0 | 1 | 1 | [-0.2 0.4 0.4 -0.2] | [0 0 0.6 0] |
| 15 | 3 | [0 0 0.6 0] | [-1 3 -1 0] | -0.6 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0 0 0.6 0] |
| 16 | 3 | [0 0 0.6 0] | [-1 2 1 -3] | 0.6 | 1 | 1 | 0 | [0 0 0 0] | [0 0 0.6 0] |
| 17 | 3 | [0 0 0.6 0] | [-1 0 -2 -1] | -1.2 | 0 | 0 | 0 | [0 0 0 0] | [0 0 0.6 0] |

- Για να επαληθεύσω τα αποτελέσματα αυτά, έγραψα ένα μικρό πρόγραμμα σε Python, που εκτελεί την διαδικασία εκπαίδευσης του perceptron, και οδήγησε κι αυτό στην ίδια έξοδο:

```

(venv) atha@DESKTOP-K6S0UHR: ~/py_stuff$ python3 perceptron.py
Epoch (w0, w1, w2, w3) (x0, x1, x2, x3) Σwixi uk f(uk) yk-f(uk) b*(yk-f(uk))*xk w(k+1)
1 [ 1 1 -1 -1] [-1 0 -1 4] -4 0 1 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.8 1. -1.2 -0.2]
1 [ 0.8 1. -1.2 -0.2] [-1 4 0 -1] 3.4 1 0 -1 [ 0.2 -0.8 0. 0.2] [ 1. 0.2 -1.2 0.]
1 [ 1. 0.2 -1.2 0.] [-1 2 2 -1] -3 0 1 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0.8 0.6 -0.8 -0.2]
1 [ 0.8 0.6 -0.8 -0.2] [-1 3 -1 0] 1.8 1 0 -1 [ 0.2 -0.6 0.2 0.] [ 1. -0. -0.6 -0.2]
1 [ 1. -0. -0.6 -0.2] [-1 -2 1 -3] -1 0 1 1 [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] [ 0.8 -0.4 -0.4 -0.8]
1 [ 0.8 -0.4 -0.4 -0.8] [-1 0 -2 -1] 0.8 1 0 -1 [ 0.2 0. -0.4 0.2] [ 1. -0.4 0. -0.6]
2 [ 1. -0.4 0. -0.6] [-1 0 -1 4] -3.4 0 1 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2 [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2] [-1 4 0 -1] -2.6 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2 [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2] [-1 2 2 -1] -2.2 0 1 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0.6 0. 0.2 0.]
2 [ 0.6 0. 0.2 0.] [-1 3 -1 0] -0.8 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0.6 0. 0.2 0.]
2 [ 0.6 0. 0.2 0.] [-1 -2 1 -3] -0.4 0 1 1 [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6]
2 [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6] [-1 0 -2 -1] -0.6 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6]
3 [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6] [-1 0 -1 4] -3.2 0 1 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.2 -0.4 0.2 0.2]
3 [ 0.2 -0.4 0.2 0.2] [-1 4 0 -1] -2 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0.2 -0.4 0.2 0.2]
3 [ 0.2 -0.4 0.2 0.2] [-1 2 2 -1] -0.8 0 1 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0. 0. 0.6 0.]
3 [ 0. 0. 0.6 0.] [-1 3 -1 0] -0.6 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0. 0. 0.6 0.]
3 [ 0. 0. 0.6 0.] [-1 -2 1 -3] 0.6 1 1 0 [-0. -0. 0. -0.] [ 0. 0. 0.6 0.]
3 [ 0. 0. 0.6 0.] [-1 0 -2 -1] -1.2 0 0 0 [ 0. 0. 0. 0.] [ 0. 0. 0.6 0.]
(venv) atha@DESKTOP-K6S0UHR: ~/py_stuff$

```

2. Για την ταξινόμηση του διανύσματος $(-1, 2, 2)$:

- Θα υπολογίσω με τις προηγούμενες σχέσεις το $f(u(k))$:
 - $u = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 - w_0$, με $w = [0, 0, 0.6, 0]$
 - $u = 0.6 \cdot x_2$
 - $u = 1.2$
 - $f(u) = 1$

- Άρα θα ταξινομηθεί στην κλάση B.
- Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγει και το πρόγραμμα:

```

(py_stuff) atha@DESKTOP-K6S0UHR: ~/py_stuff$ python3 perceptron.py
Epoch (w0, w1, w2, w3) (x0, x1, x2, x3) Σwixi uk f(uk) yk-f(uk) b*(yk-f(uk))*xk w(k+1)
1 [ 1 1 -1 -1] [-1 0 -1 4] -4 0 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.8 1. -1.2 -0.2]
1 [ 0.8 1. -1.2 -0.2] [-1 4 0 -1] 3.4 1 0 [-0.2 -0.8 -0. 0.2] [ 1. 0.2 -1.2 0. ]
1 [ 1. 0.2 -1.2 0. ] [-1 2 2 -1] -3 0 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0.8 0.6 -0.8 -0.2]
1 [ 0.8 0.6 -0.8 -0.2] [-1 3 -1 0] 1.8 1 0 [-0.2 -0.6 0.2 -0. ] [ 1. -0. -0.6 -0.2]
1 [ 1. -0. -0.6 -0.2] [-1 -2 1 -3] -1 0 1 [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] [ 0.8 -0.4 -0.4 -0.8]
1 [ 0.8 -0.4 -0.4 -0.8] [-1 0 -2 -1] 0.8 1 0 [-0.2 0. -0.4 0.2] [ 1. -0.4 0. -0.6]
2 [ 1. -0.4 0. -0.6] [-1 0 -1 4] -3.4 0 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2 [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2] [-1 4 0 -1] -2.6 0 0 [-0. 0. 0. -0. ] [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2 [ 0.8 -0.4 -0.2 0.2] [-1 2 2 -1] -2.2 0 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0.6 0. 0.2 0. ]
2 [ 0.6 0. 0.2 0. ] [-1 3 -1 0] -0.8 0 0 [-0. 0. -0. 0. ] [ 0.6 0. 0.2 0. ]
2 [ 0.6 0. 0.2 0. ] [-1 -2 1 -3] -0.4 0 1 [-0.2 -0.4 0.2 -0.6] [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6]
2 [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6] [-1 0 -2 -1] -0.6 0 0 [-0. 0. -0. -0. ] [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6]
3 [ 0.4 -0.4 0.4 -0.6] [-1 0 -1 4] -3.2 0 1 [-0.2 0. -0.2 0.8] [ 0.2 -0.4 0.2 0.2]
3 [ 0.2 -0.4 0.2 0.2] [-1 4 0 -1] -2 0 0 [-0. 0. 0. -0. ] [ 0.2 -0.4 0.2 0.2]
3 [ 0.2 -0.4 0.2 0.2] [-1 2 2 -1] -0.8 0 1 [-0.2 0.4 0.4 -0.2] [ 0. 0. 0.6 0. ]
3 [ 0. 0. 0.6 0. ] [-1 3 -1 0] -0.6 0 0 [-0. 0. -0. 0. ] [ 0. 0. 0.6 0. ]
3 [ 0. 0. 0.6 0. ] [-1 -2 1 -3] 0.6 1 1 [-0. -0. 0. -0. ] [ 0. 0. 0.6 0. ]
3 [ 0. 0. 0.6 0. ] [-1 0 -2 -1] -1.2 0 0 [-0. 0. -0. -0. ] [ 0. 0. 0.6 0. ]

-----
[-1 -1 2 2] belongs to class B
(py_stuff) atha@DESKTOP-K6S0UHR: ~/py_stuff$

```

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ταξινομητής πλησιέστερου γείτονα

- Θα υπολογίσουμε τις αποστάσεις του διανύσματος από τα άλλα διανύσματα.
- Η κλάση του διανύσματος θα είναι εκείνη του κοντινότερου του γείτονα.
- Υπολογίζω τις ευκλείδειες αποστάσεις:

| Διάνυσμα 1 | Διάνυσμα 2 | Απόσταση (ευκλείδεια) |
|--------------|---------------|-----------------------|
| $(-1, 2, 2)$ | $(0, -1, 4)$ | 3.74 |
| $(-1, 2, 2)$ | $(4, 0, -1)$ | 6.16 |
| $(-1, 2, 2)$ | $(2, 2, -1)$ | 4.24 |
| $(-1, 2, 2)$ | $(3, -1, 0)$ | 5.39 |
| $(-1, 2, 2)$ | $(-2, 1, -3)$ | 5.20 |
| $(-1, 2, 2)$ | $(0, -2, -1)$ | 5.10 |

- Το διάνυσμα $(0, -1, 4)$ έχει την μικρότερη απόσταση και ανήκει στην κλάση B.
- Επομένως, το διάνυσμα $(-1, 2, 2)$ θα ταξινομούταν στην κλάση B.

Ταξινομητής τριών πλησιέστερων γειτόνων

- Με βάση τον προηγούμενο πίνακα, οι 3 πλησιέστεροι γείτονες είναι οι:
 - $(0, -1, 4)$ της κλάσης B
 - $(2, 2, -1)$ της κλάσης B
 - $(0, -2, -1)$ της κλάσης A
- Αφού δύο γείτονες ανήκουν στην κλάση B και ένας στην A, αν θεωρήσουμε ότι ο ταξινομητής δεν χρησιμοποιεί κάποιον συντελεστή (ανάλογα πχ με την απόσταση) όταν λαμβάνει υπόψη την κλάση του κάθε γείτονα, θα ταξινομήσει το διάνυσμα $(-1, 2, 2)$ στην κλάση B.

ΑΣΚΗΣΗ 3

1. Η ζητούμενη πιθανότητα είναι η $P(\text{άνδρας} \mid \text{ενήλικας})$.

Όπως δίνεται στην εκφώνηση, ισχύει: $P(\text{άνδρας} \mid \text{ενήλικας}) = 51\%$

2. Εφόσον οι ανήλικοι είναι παράνομο να καπνίζουν, θεωρώ ότι όλες οι πιθανότητες του ερωτήματος είναι δεσμευμένες για ενήλικες:

1. 9.5% των ανδρών καπνιστές $\Rightarrow P(\text{καπνιστής} \mid \text{άνδρας}) = 9.5\%$

2. 1.7% των γυναικών καπνίστριες $\Rightarrow P(\text{καπνιστής} \mid \text{γυναίκα}) = 1.7\%$

3. Ζητάμε την πιθανότητα: $P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνιστής, ενήλικας})$, άρα την

$P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνιστής})$ για το ερώτημά μας

Εφαρμόζω Bayes:

$$P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνιστής}) = [P(\text{άνδρας}) \cdot P(\text{καπνιστής} \mid \text{άνδρας})] / P(\text{καπνιστής})$$

Με

- $P(\text{καπνιστής} \mid \text{άνδρας}) = 9.5\%$
- $P(\text{άνδρας}) = P(\text{άνδρας} \mid \text{ενήλικας}) = 51\%$ αφού ασχολούμαστε μόνο με τους ενήλικες
- $P(\text{καπνιστής}) = P(\text{καπνιστής, άνδρας}) + P(\text{καπνιστής, γυναίκα}) =$
 $= P(\text{καπνιστής} \mid \text{άνδρας}) \cdot P(\text{άνδρας}) +$
 $P(\text{καπνιστής} \mid \text{γυναίκα}) \cdot P(\text{γυναίκα}) =$
 $= 9.5\% \cdot 51\% + 1.7\% \cdot 49\% =$
 $= 5.68\%$
- Άρα, τελικά:

$$P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνιστής}) = (51\% \cdot 9.5\%) / 5.68\% = 85\%$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

1. Έχουμε τα ασαφή σύνολα:

a. $A_1 = 0.2/x_1 + 1/x_2 + 0.8/x_3$

b. $A_2 = 1/y_1 + 0.09/y_2$ αλλά θα ασχοληθούμε με το σύνολο “σχετικά A_2 ($\mu \rightarrow \mu^{1/2}$)”, έστω A_2' , που είναι το: $A_2' = 1/y_1 + 0.3/y_2$

c. $B = 0.7/z_1 + 1/z_2$

2. Η πρόταση που δίνεται:

“αν η X είναι A_1 και η Y είναι σχετικά A_2 , τότε η Z είναι B”, ισοδυναμεί με την:

- $R(X, Y, Z) = J\min(i(A_1(X), A_2'(Y)), B(Z))$
- Με: $i(A_1(x), A_2'(y)) = \min(A_1, A_2') =$
 $= 0.2/(x_1 y_1) + 0.2/(x_1 y_2) + 1/(x_2 y_1) + 0.3/(x_2 y_2) + 0.8/(x_3 y_1) + 0.3/(x_3 y_2)$
- Και επομένως:

$$\begin{aligned} J\min(i(A_1(X), A_2'(Y)), B(Z)) &= \min(i(A_1, A_2'), B) = \\ &= 0.2/(x_1 y_1 z_1) + 0.2/(x_1 y_1 z_2) + 0.2/(x_1 y_2 z_1) + 0.2/(x_1 y_2 z_2) + \\ &+ 0.7/(x_2 y_1 z_1) + 1/(x_2 y_1 z_2) + 0.3(x_2 y_2 z_1) + 0.3(x_2 y_2 z_2) + \\ &+ 0.7/(x_3 y_1 z_1) + 0.8/(x_3 y_1 z_2) + 0.3/(x_3 y_2 z_1) + 0.3/(x_3 y_2 z_2) \end{aligned}$$

- Άρα, για $X = x_2$ και $Y = y_1$, η έξοδος είναι:
 $0.7/z_1 + 1/z_2$