

#### Exercice 4

**Démonstration** Nous voulons montrer que  $(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8)$  est faux. C'est la même chose que de montrer que  $\neg(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8)$  est vrai. Par la première loi de De Morgan généralisée :

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8) \iff (\exists x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 < 8)$$

Montrons donc plutôt que  $(\exists x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 < 8)$  est vrai. Prenons  $x = 4$ , un tel  $x$  existe et appartient à  $\mathbb{N}$  par construction. Maintenant,

$$(4 - 4)^2 = 0 < 8$$

comme requis. □