

Exercice 4

Démonstration Nous voulons montrer que $(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8)$ est faux. C'est la même chose que de montrer que $\neg(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8)$ est vrai. Par la première loi de De Morgan généralisée :

$$\neg(\forall x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 \geq 8) \iff (\exists x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 < 8)$$

Montrons donc plutôt que $(\exists x \in \mathbb{N} \mid (x - 4)^2 < 8)$ est vrai. Prenons $x = 4$, un tel x existe et appartient à \mathbb{N} par construction. Maintenant,

$$(4 - 4)^2 = 0 < 8$$

comme requis. □