Exercice 3

1.

$$C = \{[0]_{mod4}, [1]_{mod4}, [2]_{mod4}, [3]_{mod4}\}$$

$$f(0) = [0]_{mod4} \qquad \text{car} \qquad 0 = 0 \mod 4 \qquad \langle 0 = 0 + 4 \cdot 0 \rangle$$

$$f(42) = [2]_{mod4} \qquad \text{car} \qquad 42 = 2 \mod 4 \qquad \langle 42 = 2 + 4 \cdot 10 \rangle$$

$$f(43) = [3]_{mod4} \qquad \text{car} \qquad 43 = 3 \mod 4 \qquad \langle 43 = 3 + 4 \cdot 10 \rangle$$

2. Oui l'image de f couvre les classes de θ car par définition les classes partitionnent S et leur union doivent couvrir S.

3. Non, ce n'est pas toujours vrai, mais cela peut l'être. Par exemple $\mathbb{N}$ avec la définition habituelle de l'égalité comme sa relation d'équivalence est injective. Mais par exemple le modulo 4 comme ci-dessus n'est pas injectif. l'image de f couvre les classes modulo 4 plusieurs fois. En effet,

$$f(0) = [0]_{mod4} = f(4) \qquad \langle 4 = 0 \mod 4 \rangle$$

et pourtant $0 \neq 4$ dans $\mathbb{N}$