Exercice 6

Commençons par calculer $b_n - b_{n-1} = \langle 2n+4 \rangle_{n\in\mathbb{N}^*} = \langle f(n) \rangle_{n\in\mathbb{N}^*}$ et calculons ensuite $f(0) = 2\cdot 0 + 4 = 4 = b_0$. Ainsi, $f(n) = 2n+4$ est une suite arithmétique avec un premier terme 4 et une différence 2. Si nous appliquons ensuite le Théorème 2.4.6, nous obtenons

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{(4+4+2n)(n+1)}{2} && \langle \text{ par le théorème 2.4.6 } \rangle \\
&= \frac{2n^2+10n+8}{2} && \langle \text{ arithmétique } \rangle \\
&= n^2+5n+4 && \langle \text{ arithmétique } \rangle
\end{aligned}$$

Calculons maintenant quelques termes à l'aide de la relation et de la forme géneral.

$$\begin{aligned}
b_1 &= 4+2\cdot 1+4 = 10 && b_1 = 1^2+5\cdot 1+4 = 10 \\
b_2 &= 10+2\cdot 2+4 = 18 && b_2 = 2^2+5\cdot 2+4 = 18 \\
b_3 &= 18+2\cdot 3+4 = 28 && b_3 = 3^2+5\cdot 3+4 = 28 \\
b_4 &= 28+2\cdot 4+4 = 40 && b_4 = 4^2+5\cdot 4+4 = 40
\end{aligned}$$

Ainsi, notre forme général $b_n = n^2+5n+4$ semble être correcte.