Zadanie 16.12

Jan Bronicki

Należy zaprojektować trójkątny kanał przepuszczający odpady chemiczne. Dla stałej wartości powierzchni przekroju kanału A, można napisać funkcję:

$$A = \frac{wd}{2} \rightarrow d = \frac{2A}{w}$$

Parametr p może zostać zapisany jako:

$$p = w + 2\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + d^2}$$

Może to zostać wyrażone jako funkcja w. Wtedy taka jest funkcja która należy z minimalizować:

$$f(w) = w + 2\sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(\frac{2A}{w}\right)^2}$$

Zrżnicowana funkcja $f(w)$:

$$f'(w) = 1 + \frac{w^4 - 16A^2}{w^2\sqrt{w^4 + 16A^2}}$$

f' osiąga minimum kiedy wynosi 0, tak więc:

$$f'(w) = 0$$

$$\frac{w^4 - 16A^2}{w^2\sqrt{w^4 + 16A^2}} = -1$$

Z tego otrzymujemy:

$$w^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}A$$

Oraz

$$\tan\theta = \frac{d}{\frac{w}{2}} = \frac{\frac{2A}{w}}{\frac{w}{2}} = \frac{4A}{w^2}$$

Ponieważ θ ma być takie aby parametr był jaknajmniejszy:

$$\theta = \arctan\left(\frac{4A}{\frac{4A}{\sqrt{3}}}\right) = \arctan\sqrt{3} = 60^\circ$$

Tak więc szerokość i wysokość potrzebnego trójkąto to:

$$w = \frac{2\sqrt{A}}{\sqrt[3]{4}},\ d = \frac{\sqrt{3A}}{\sqrt[3]{4}},\ \theta = 60^\circ$$