

Ćwiczenie 3

Zmodyfikowano 05.12.2016

Prawa autorskie zastrzeżone:
Katedra Systemów
Przetwarzania Sygnałów PWr

POMIAR PARAMETRÓW CZWÓRNIKÓW

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie podstawowych parametrów charakteryzujących liniowy, bierny czwórnik symetryczny i niesymetryczny.

W ćwiczeniu należy:

- wyznaczyć elementy macierzy admitancyjnej i łańcuchowej czwornika,
- wyznaczyć parametry robocze czwornika.

A. WPROWADZENIE

1. Wstęp

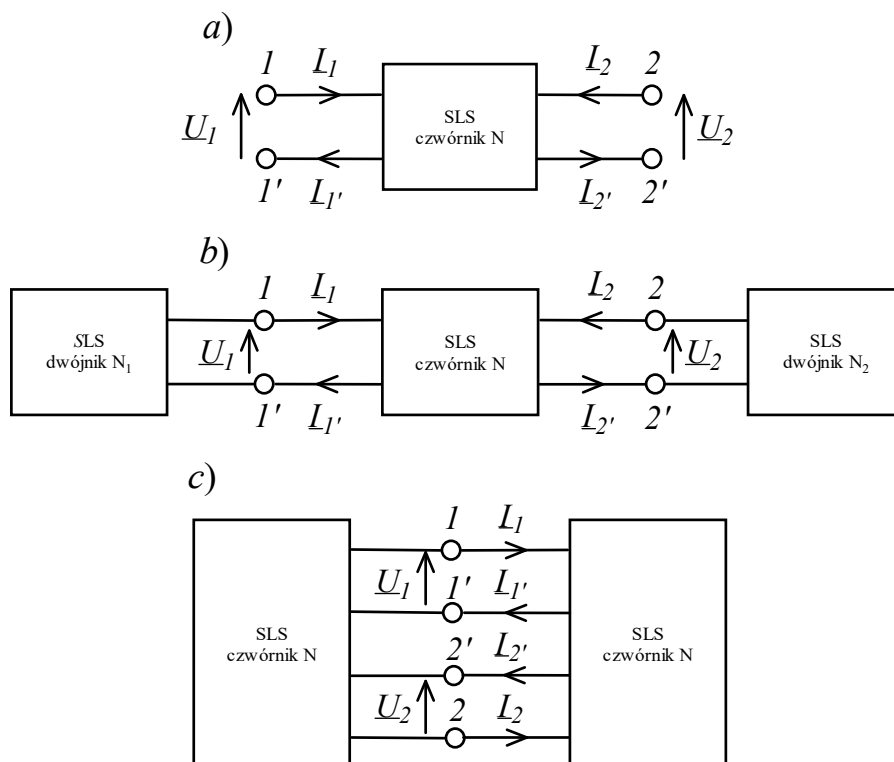
Czwórnikiem N nazywa się dowolnie złożony (rys. 1a), czterozaciskowy układ elektryczny, w którym:

- zostały wyróżnione cztery zaciski 11'22', zgrupowane w dwie pary (wrota): 11' i 22';
- jest spełniony warunek regularności (zrównoważenia):

$$\underline{I}_{1'} = \underline{I}_1 \wedge \underline{I}_{2'} = \underline{I}_2, \quad (1)$$

zapewniający, że stan zaciskowy czwornika można określić przez dwa napięcia \underline{U}_1 , \underline{U}_2 między zaciskami tworzącymi pary (napięcia wrót) oraz tylko dwa prądy \underline{I}_1 , \underline{I}_2 (prądy wrót);

- wielkości zaciskowe \underline{U}_1 , \underline{U}_2 , \underline{I}_1 , \underline{I}_2 są ze sobą związane dwoma równaniami, zwanymi równaniami czwornika i stanowiącymi jego opis.



Rys. 1

Zaciski 11' nazywamy umownie zaciskami pierwotnymi, zaś zaciski 22' zaciskami wtórnymi. Jeśli czwórnik jest włączony między dwa dwójniki (rys. 1b) to mówimy, że pracuje on w sposób transmisyjny, wówczas na pewno spełniony jest warunek regularności. Między dwójnikiem

N_1 i N_2 nie mogą występować dodatkowe sprzężenia (np. magnetyczne). Czwórnik może także współpracować z otoczeniem w sposób pokazany na rys. 1c, pod warunkiem, że spełniony jest warunek (1).

Teoria czwórników zajmuje się badaniem własności transmisyjnych czwórników, tzn. właściwości występujących podczas przepływu przez czwórnik sygnałów elektrycznych oraz badaniem warunków współpracy czwórnika z zewnętrznymi obwodami dołączonymi do jego zacisków. Stosowane w teorii czwórników parametry uogólnione pozwalają określić wpływ rozpatrywanego czwórnika na przesyłane przez niego sygnały, bez wnikania w wewnętrzną strukturę układu.

Rozważania poniższe dotyczą tylko czwórników SLS w stanie ustalonym w warunkach pobudzenia sinusoidalnego. Własności czwórnika jako układu transmisyjnego są całkowicie określone zależnościami między napięciami a prądami na wejściu i wyjściu układu. Wielkości \underline{U}_1 , \underline{U}_2 , \underline{I}_1 i \underline{I}_2 spełniają równania liniowe, zwane równaniami czwórnika.

Współczynniki równań opisujących czwórnik są nazywane jego parametrami własnymi, gdyż nie zależą one od układów współpracujących N_1 i N_2 . Do grupy parametrów własnych zalicza się również tzw. parametry charakterystyczne stosowane wówczas, gdy czwórnik pracuje w warunkach dopasowania falowego.

Własności czwórnika występującego podczas współpracy ze źródłem i obciążeniem charakteryzują tzw. parametry robocze.

2. Parametry własne czwórnika

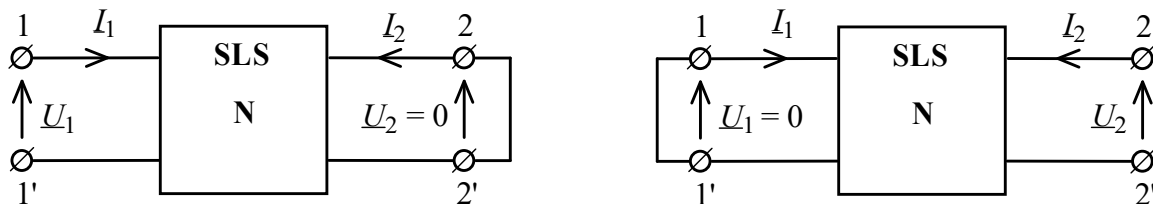
Równania admitancyjne czwórnika mają następującą postać

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{y}_{12}\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2 \end{cases} \quad (2)$$

lub równoważną postać macierzową

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{Y}} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gdzie $\underline{\mathbf{Y}}$ – zwarciowa macierz admitancji czwórnika.



Rys. 2

Korzystając z równań admitancyjnych czwórnika można wyznaczyć prądy \underline{I}_1 oraz \underline{I}_2 dla danych napięć \underline{U}_1 i \underline{U}_2 . Współczynniki występujące w równaniach admitancyjnych mają charakter transmitancji i mogą być wyznaczone przez pomiar odpowiednich napięć i prądów przy zwartych zaciskach wejściowych lub wyjściowych czwórnika (rys. 2).

Prawdziwe są następujące zależności

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad \underline{y}_{11} &= \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{U}_2 = 0}, & \text{b)} \quad \underline{y}_{12} &= \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_1 = 0}, \\
 \text{c)} \quad \underline{y}_{21} &= \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{U}_2 = 0}, & \text{d)} \quad \underline{y}_{22} &= \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_1 = 0}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Postać równań łańcuchowych czwórnika jest następująca

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{a}_{11}\underline{U}_2 - \underline{a}_{12}\underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{a}_{21}\underline{U}_2 - \underline{a}_{22}\underline{I}_2 \end{cases} \tag{5}$$

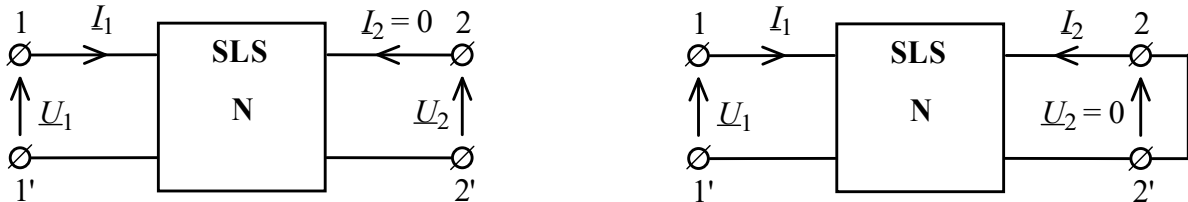
lub

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

gdzie $\underline{\mathbf{A}}$ jest macierzą łańcuchową.

Równania (5) i (6) dają odpowiedź na pytanie, jakie muszą być wielkości wejściowe \underline{U}_1 i \underline{I}_1 , aby otrzymać zadane napięcie \underline{U}_2 i prąd \underline{I}_2 na wyjściu. Współczynniki równań łańcuchowych są określone następująco (rys. 3)

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad \underline{a}_{11} &= \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2 = 0}, & \text{b)} \quad \underline{a}_{12} &= \left. \frac{\underline{U}_1}{-\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2 = 0}, \\
 \text{c)} \quad \underline{a}_{21} &= \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2 = 0}, & \text{d)} \quad \underline{a}_{22} &= \left. \frac{\underline{I}_1}{-\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2 = 0}.
 \end{aligned} \tag{7}$$



Rys. 3

W pewnych przypadkach opis czwórnika upraszcza się. Dla czwórnika odwracalnego opisanego macierzą $\underline{\mathbf{Y}}$ (macierz ta istnieje), spełniającego zasadę wzajemności, tj.

$$\left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{U}_1 = 0} = \left. \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{U}_2 = 0}, \tag{8}$$

zwarciowa macierz admitancyjna $\underline{\mathbf{Y}}$ jest macierzą symetryczną

$$\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{Y}}^t \tag{9}$$

lub równoważnie

$$\underline{y}_{12} = \underline{y}_{21}. \tag{10}$$

Warunek odwracalności czwórnika wyrażony dla macierzy łańcuchowej jest następujący

$$\det(\underline{\mathbf{A}}) = 1. \quad (11)$$

Do opisu czwórnika odwracalnego wystarczy, zatem podanie trzech elementów macierzy.

Czwórnik symetryczny jest szczególnym przypadkiem czwórnika odwracalnego, dla którego dodatkowo spełniona jest równość

$$y_{11} = y_{22} \quad (12)$$

lub

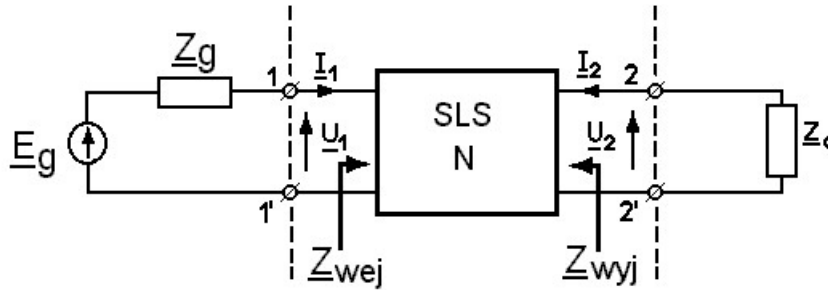
$$a_{11} = a_{22}. \quad (13)$$

Do opisu czwórnika symetrycznego wystarczy podać dwa elementy macierzy.

Czwórnik złożony z elementów RLCM jest odwracalny !

3. Parametry robocze czwórnika

Parametry robocze czwórnika wyznacza się uwzględniając wartości sem \underline{E}_g i impedancji \underline{Z}_g współpracującego z czwórnikiem źródła oraz wartość impedancji obciążenia \underline{Z}_0 (rys. 4).



Rys. 4

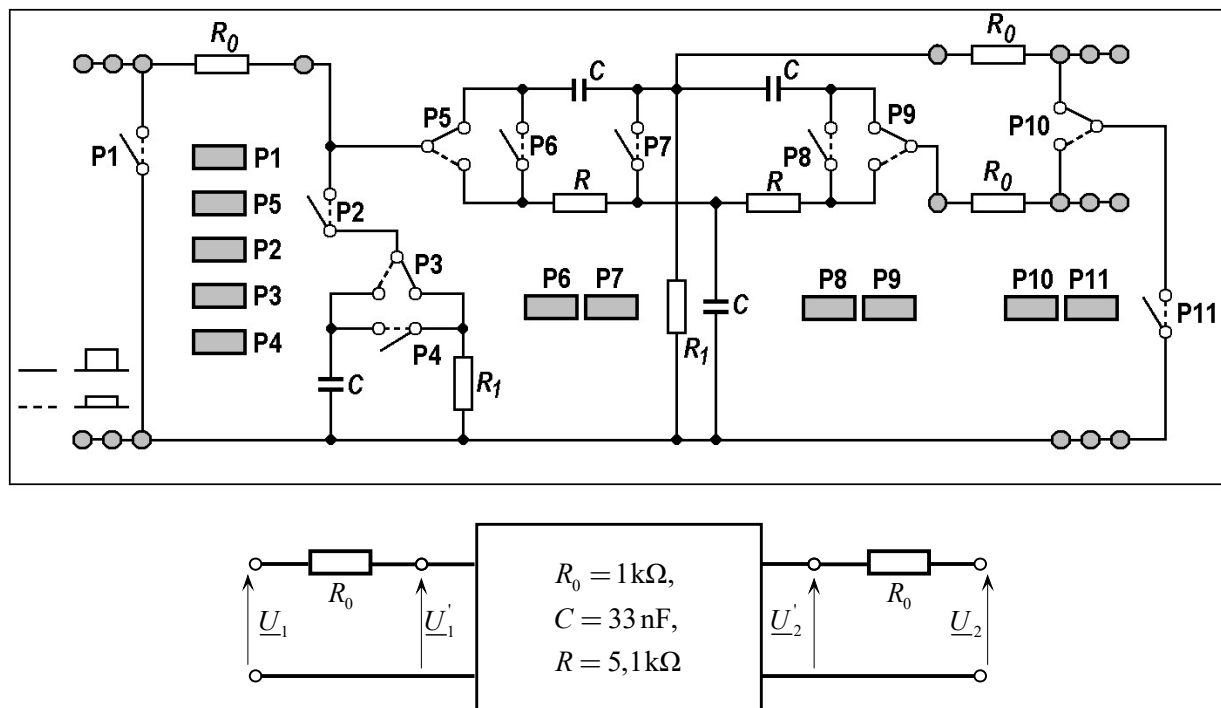
Poniżej podano definicje parametrów roboczych i określające je wzory, wyrażone przez elementy macierzy $\underline{\mathbf{Y}}$ i $\underline{\mathbf{A}}$.

impedancja wejściowa	$\underline{Z}_{wej} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1 + y_{22} \underline{Z}_0}{y_{11} + \det(\underline{\mathbf{Y}}) \underline{Z}_0} = \frac{a_{11} \underline{Z}_0 + a_{12}}{a_{21} \underline{Z}_0 + a_{22}},$
impedancja wyjściowa	$\underline{Z}_{wyj} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{1 + y_{11} \underline{Z}_g}{y_{22} + \det(\underline{\mathbf{Y}}) \underline{Z}_g} = \frac{a_{22} \underline{Z}_g + a_{12}}{a_{21} \underline{Z}_g + a_{11}},$
wzmocnienie napięciowe	$\underline{K}_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-y_{21} \underline{Z}_0}{1 + y_{22} \underline{Z}_0} = \frac{\underline{Z}_0}{a_{11} \underline{Z}_0 + a_{12}},$
wzmocnienie prądowe	$\underline{K}_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{y_{21}}{y_{11} + \det(\underline{\mathbf{Y}}) \underline{Z}_0} = \frac{-1}{a_{21} \underline{Z}_0 + a_{22}},$
skuteczne wzmacnienie napięciowe	$\underline{K}_{usk} = \frac{U_2}{E_g} = \frac{-y_{21} \underline{Z}_0}{1 + y_{11} \underline{Z}_g + y_{22} \underline{Z}_0 + \det(\underline{\mathbf{Y}}) \underline{Z}_0 \underline{Z}_g} = \frac{\underline{Z}_0}{a_{12} + a_{11} \underline{Z}_0 + a_{22} \underline{Z}_g + a_{21} \underline{Z}_0 \underline{Z}_g},$

skuteczne wzmocnienie mocy	$K_{psk} = \frac{P_2}{P_{1d}} = 4 K_{usk} ^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z_0} \right\} \operatorname{Re} \{ Z_g \},$
----------------------------------	--

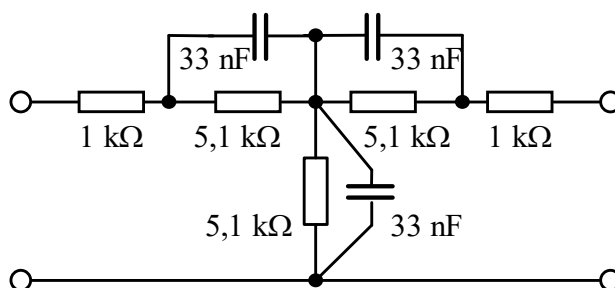
gdzie P_2 – moc czynna wydzielona w obciążeniu Z_0 ,
 P_{1d} – moc dysponowana źródła.

5. Układ laboratoryjny



Rys. 5

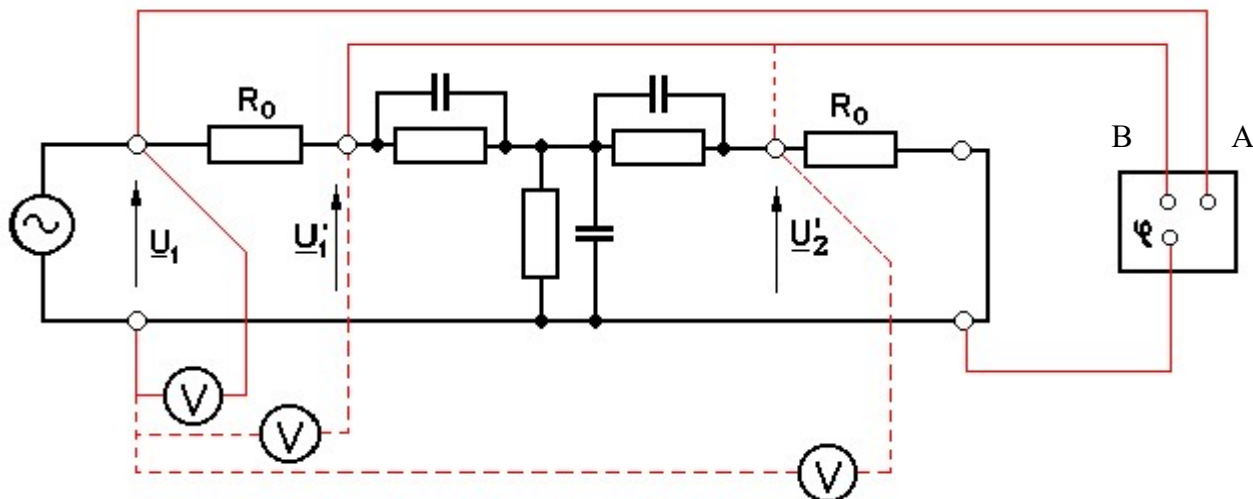
Układ laboratoryjny (rys. 5) umożliwia zbudowanie z elementów RC czwórników symetrycznych i niesymetrycznych. Przykładowo, jeżeli przełączniki P_6 , P_7 i P_8 znajdują się w pozycjach oznaczonych linią przerywaną, a pozostałe przełączniki w pozycjach oznaczonych linią ciągłą, to otrzymuje się symetryczny czwórnik typu T (rys. 6).



Rys. 6

Wyznaczając, np. element y_{11} należy zmierzyć napięcia \underline{U}_1 i \underline{U}'_1 przy zwartych zaciskach wyjściowych (dla układu z rys. 5 przełączniki P_{10} i P_{11} w pozycjach oznaczonych linią przerywaną). Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 7. Element y_{11} określa się ze wzoru

$$\underline{y}_{11} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} \right|_{\underline{u}_2=0} = \left. -\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}'_1}{\underline{U}_1 R_0} \right|_{\underline{U}_2=0} \quad (27)$$



Rys. 7

Przy wyznaczaniu \underline{a}_{22} należy zmierzyć napięcia \underline{U}_1 , \underline{U}'_1 i \underline{U}'_2 w układzie jak na rys. 7 i obliczyć

$$\underline{a}_{22} = \left. \frac{\underline{I}_1}{-\underline{I}_2} \right|_{\underline{u}_2=0} = \left. -\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}'_1}{\underline{U}'_2 R_0} \right|_{\underline{U}_2=0} \quad (28)$$

B. CZĘŚĆ LABORATORYJNA

Wykaz przyrządów:

- generator,
- woltomierz,
- miernik fazy,
- miernik impedancji,
- dekada rezystorowa,
- dekada kondensatorowa.

W punktach 1.1 i 3.1 dla wybranej częstotliwości z przedziału 1-5 kHz należy zmierzyć wartości modułów i przesunięć fazowych napięć i prądów zaciskowych czwórnika w stanie zwarcia i rozwarcia. Wartości prądów \underline{I}_1 i \underline{I}_2 określa się przez pomiar odpowiednich napięć na rezystorze $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$, (patrz(27) i (28)).

Pomiary przesunięć fazy są wykonywane za pomocą miernika fazy, przy założeniu, że faza początkowa napięcia z generatora równa się zero. W trakcie ćwiczenia należy korzystać z programu komputerowego 'Czwórniki'. Wyniki uzyskane z programu najlepiej w postaci: **moduł, argument** przepisać do protokołu.

Uruchomić **Dosshell** znajdujący się na pulpicie ekranu komputera, następnie uruchomić program Czwórnik. Można prowadzić protokół elektroniczny wykorzystując do tego program IrfanView. Za pomocą tego programu można łączyć (**Edit -> Past Special (add on side) -> to Bottom**) zrzuty okienek z programu Czwórnik (**Alt + prt sc**). Po każdym zrzucie należy składować powstały obraz do katalogu #. Pięć zrzutów (1. Schemat połączeń, 2. Macierz Y, 3. Macierz A, 4. Parametry robocze na podstawie pomiarów. 5. Parametry robocze z macierzy Y.) powinno być na jednej kartce, oddzielnie dla czwornika symetrycznego i niesymetrycznego.

Uwaga ! Przed drukowaniem należy bezwzględnie odwrócić kolory (Image ->Negative (invert image) -> All channel).

1. Wyznaczanie elementów macierzy admitancyjnej i łączuchowej czwornika symetrycznego

W sprawozdaniu należy narysować schematy czworników bez kluczy i elementów zbędnych!

1.1 Wyznaczyć elementy macierzy admitancyjnej i łączuchowej czwornika symetrycznego.

W sprawozdaniu zamieścić macierz A zmierzoną i obliczoną z macierzy Y oraz macierz Y zmierzoną i obliczoną z macierzy A. Porównać wyniki.

2. Wyznaczanie parametrów roboczych

2.1 Dla czwornika symetrycznego badanego w punkcie 1, przy wybranej częstotliwości, wyznaczyć wzmocnienie napięciowe \underline{K}_u oraz wzmocnienie prądowe \underline{K}_i (wykorzystać program ‘Czwórnik’ – pkt. 5.1), uwzględniając wskazaną przez prowadzącego ćwiczenie admitancję obciążenia (zalecana wartość $\underline{Y}_0 \approx \underline{y}_{22}$ wyznaczona w pkt. 1.1). Dwójnik o admitancji \underline{Y}_0 zrealizować oczywiście w postaci równoległego połączenia rezystora o wartości R_0 oraz kondensatora o pojemności C_0 , tzn. $\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0$. Wyznaczyć impedancję $\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0}$. Impedancja ta potrzebna jest w pkt. 2.2.

2.2 Wyznaczyć wzmocnienie napięciowe i prądowe dla wyznaczonej w punkcie 1 macierzy Y czwornika (wykorzystać program ‘Czwórnik’ – pkt. 5.2 – wprowadzić obliczoną wcześniej impedancję \underline{Z}_0). Porównać wyniki.

3. Wyznaczanie elementów macierzy admitancyjnej i łączuchowej czwornika niesymetrycznego

3.1 Wyznaczyć elementy macierzy admitancyjnej i łączuchowej czwornika niesymetrycznego.

W sprawozdaniu zamieścić macierz A zmierzoną i obliczoną z macierzy Y oraz macierz Y zmierzoną i obliczoną z macierzy A. Porównać wyniki.

4. Wyznaczanie parametrów roboczych

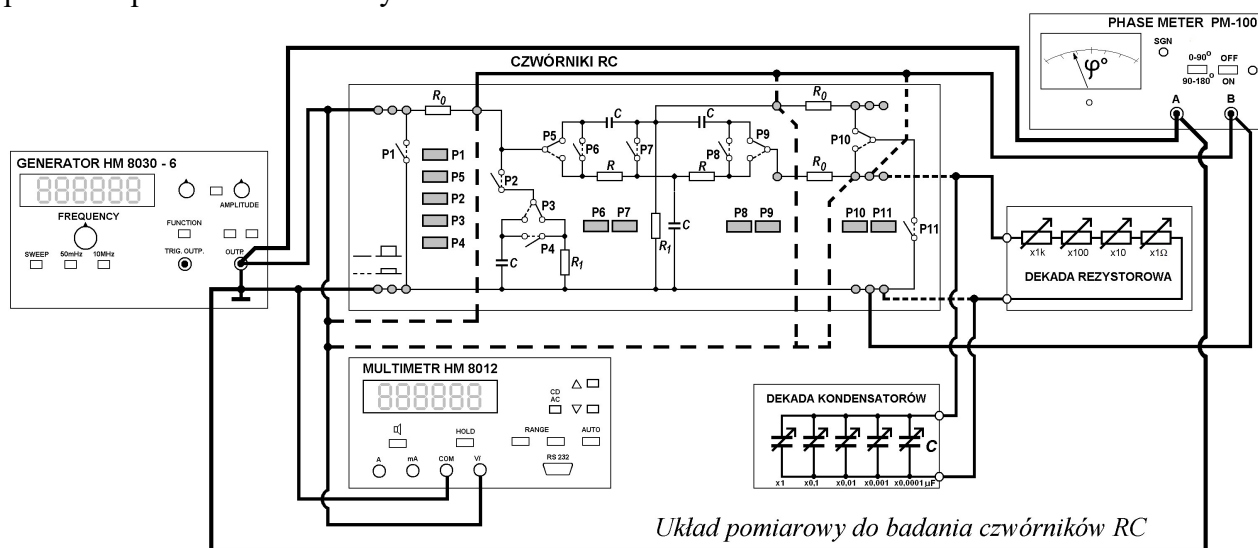
4.1 Dla czwornika niesymetrycznego badanego w punkcie 3, przy wybranej częstotliwości, wyznaczyć wzmocnienie napięciowe \underline{K}_u oraz wzmocnienie prądowe \underline{K}_i (wykorzystać program ‘Czwórnik’ – pkt. 5.1), uwzględniając wskazaną przez prowadzącego ćwiczenia admitancję obciążenia

(zalecana wartość $\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0 \approx \underline{y}_{22}$ wyznaczona w pkt. 3.1). Wyznaczyć impedancję

$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0}$. Impedancja ta potrzebna jest w pkt. 4.2.

4.2 Wyznaczyć wzmocnienie napięciowe i prądowe dla wyznaczonej w punkcie 3 macierzy \underline{Y} czwórnika (wykorzystać program 'Czwórniki'- pkt. 5.2 – wprowadzić obliczoną wcześniej impedancję \underline{Z}_0). Porównać wyniki.

Poniżej podano przykładowy schemat połączeń wykorzystywany w ćwiczeniu (rys. 8) przy pomiarze parametrów roboczych.



Rys. 8

5. Weryfikacja pomiarów

5.1 Wyznaczyć w sprawozdaniu, korzystając z definicji (wykorzystując schemat czwórnika i wartości elementów), jeden wybrany przez siebie element macierzy: admitancyjnej i łańcuchowej jednego z mierzonych w ćwiczeniu czwórników (schemat ogólny czwórników wraz z wartościami elementów jest przedstawiony na rys. 5). Porównać obliczone wyniki z wynikami pomiarów.

Uwagi dla studentów:

1. Należy wybrać czwórnik RC o strukturze niesymetrycznej i symetrycznej, który można zrealizować konfigurując czwórnik z panelu laboratoryjnego. Należy narysować te czwórniki i zapisać te przyciski na płycie, które zostały wciśnięte.
2. W trakcie pomiarów należy korzystać z programu komputerowego opracowanego specjalnie do tego ćwiczenia. Dane pomiarowe i wyniki obliczeń, jeśli nie korzystamy z programu IrfanView, należy wpisać do protokołu (**tylko moduł i argument**) upraszczając nieco przydługą zapis wyników na ekranie monitora.
3. Napięcie generatora podawane na jedno z wrót czwórnika powinno być mniejsze od 5V i mierzone na zakresie 'auto' przyrządu.
4. **Wejście A miernika fazy (dokładniej różnicy przesunięć fazowych) należy dołączyć zawsze bezpośrednio do zacisków generatora.**

5. **Wejście B miernika fazy należy połączyć razem z wejściem woltomierza** (mierzyć jednocześnie fazę oraz wartość skuteczną napięcia).
6. Zwarcie na wejściu i wyjściu czwórnika realizuje się odpowiednio za pomocą klucza P1 i P11 (rys.5).
7. Wyniki obliczeń komputerowych należy konfrontować z teorią czwórników, a w razie większych niezgodności należy powtórzyć pomiar.

Pytania kontrolne

1. Zdefiniować pojęcia: układ czterozaciskowy, trójzaciskowy, czwórnik.
2. Podać definicje parametrów roboczych czwórnika.
3. W jaki sposób można za pomocą czwórnika dopasować odbiornik do rzeczywistego źródła.
4. Znane są elementy macierzy \underline{A} czwórnika. Wyznaczyć na jej podstawie macierz impedancyjną \underline{Z} tego czwórnika.
5. Czwórnik opisany macierzą łańcuchową \underline{A} współpracuje ze źródłem sygnału \underline{E}_g \underline{Z}_g i obciążeniem \underline{Z}_o . Wyprowadzić zależność na wzmacnienie napięciowe $\underline{k}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$.
6. Czwórnik opisany macierzą impedancyjną \underline{Z} współpracuje ze źródłem sygnału \underline{E}_g \underline{Z}_g i obciążeniem \underline{Z}_o . Wyprowadzić zależność na wzmacnienie prądowe $\underline{k}_i = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}$.

Literatura

- [1] WOLSKI W., Teoretyczne podstawy techniki analogowej, PWr., Wrocław 2007
[2] ATABIEKOW G., Teoria obwodów elektrycznych, WPTT, Warszawa 1967.