

Ćwiczenie 6

Prawa autorskie zastrzeżone:
Zakład Teorii Obwodów PWr

OBWODY NIELINIOWE

Celem ćwiczenia jest obserwacja podstawowych zjawisk zachodzących w nieliniowych obwodach elektrycznych oraz pomiar parametrów charakteryzujących te zjawiska.

W ćwiczeniu należy:

- zmierzyć charakterystykę prądowo-napięciową nieliniowego elementu rezystancyjnego,
- zaobserwować zjawiska zachodzące w obwodzie z ujemną rezystancją dynamiczną,
- zmierzyć charakterystykę częstotliwościową obwodu rezonansowego z nieliniowym kondensatorem.

A. Wprowadzenie

1. Wstęp

Obwody elektryczne są właściwie zawsze obwodami nieliniowymi. W pewnych obwodach nieliniowości wywołują zjawiska niepożądane, zakłócając właściwą pracę obwodu, w innych zaś stanowią podstawę działania obwodu. Zasadniczą przyczyną występowania zjawisk nieliniowych w obwodach elektrycznych są nieliniowości charakterystyk elementów, użytych w tych obwodach. Nieliniowości te powodują występowanie na wyjściu układu sygnałów o pulsacjach, które nie występowały w sygnale wejściowym oraz ograniczeniem dynamiki układu, czyli zakresu, w którym amplituda sygnału wyjściowego jest proporcjonalna do amplitudy sygnału wejściowego. Przy analizie obwodów elektrycznych pożądana jest znajomość zależności analitycznych między napięciami i prądami. Wynika stąd potrzeba aproksymacji charakterystyk elementów nieliniowych [1].

Obwody nieliniowe w pewnych warunkach można analizować za pomocą metod liniowych. W tym celu dokonuje się linearyzacji charakterystyk elementów nieliniowych. Ważnym zagadnieniem staje się wówczas wybór zakresu prądów i napięć, w którym jest słuszny linearyzowany model całego obwodu elektrycznego.

W ćwiczeniu badany jest nieliniowy element rezystancyjny i nieliniowy kondensator oraz proste układy, w których je zastosowano.

2. Nieliniowy rezystor

2.1. Parametry nieliniowego rezystora

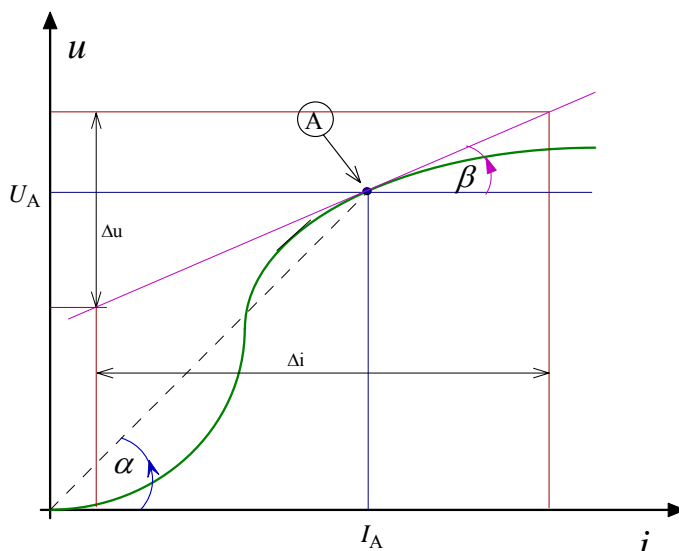
Nieliniowy rezystor można opisać za pomocą funkcji wiążącej prąd i napięcie $i = f_1(u)$ lub $u = f_2(i)$. Jeżeli $i = f_1(u)$ jest jednoznaczna funkcją napięcia, to mówimy, że element jest uzależniony napięciowo. Jeżeli $u = f_2(i)$ jest jednoznaczna funkcją prądu, to mówimy, że element jest uzależniony prądowo. Gdy zarówno $u = f(i)$, jak też $i = f^{-1}(u)$ są jednoznacznymi funkcjami swoich argumentów, wtedy element nieliniowy jest elementem o charakterystyce monotonicznej (nieuzależnionym).

Założmy, że rezystor nieliniowy jest opisany zależnością $u = f(i)$, której wykres jest przedstawiony na rys. 1.

Rezystancją statyczną R_s rezystora nieliniowego w danym punkcie pracy A (I_A , U_A) nazywamy wielkość

$$R_s = \frac{1}{G_s} = \frac{U_A}{I_A} = k \tan(\alpha) = R_s(i), \quad (1)$$

przy czym k oznacza współczynnik skali.



Rys. 1

Rezystancją dynamiczną R_d rezystora nieliniowego w danym punkcie pracy nazywamy wielkość

$$R_d = \frac{1}{G_d} = \frac{du}{di} \Big|_{u=U_A} = k \tan(\beta) = \frac{\Delta u}{\Delta i}. \quad (2)$$

Rezystancja dynamiczna określa nachylenie stycznej w danym punkcie A, zaś rezystancja statyczna nachylenie siecznej w tym punkcie.

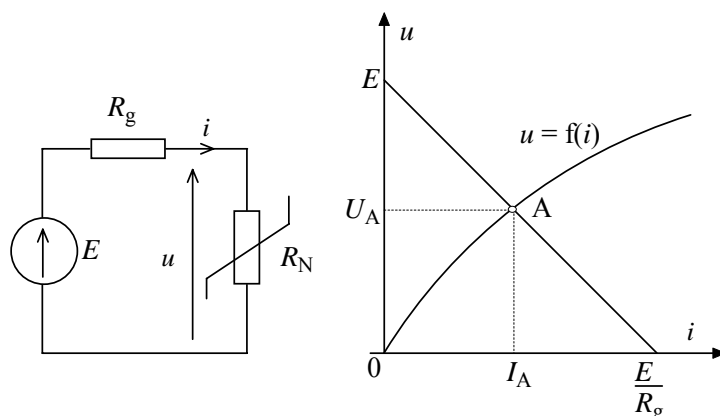
Rezystancja statyczna elementów rezystancyjnych jest wielkością dodatnią, natomiast rezystancja dynamiczna może w pewnym przedziale prądów i napięć być wielkością ujemną (np. dla takich elementów jak dioda tunelowa, dioda Gunna, łuk elektryczny).

2.2. Obwody nieliniowe przy pobudzeniu stałym

Problem rozwiązywania danego obwodu polega na wyznaczeniu reakcji w obwodzie, tj. znalezieniu wartości prądów i napięć opisujących poszczególne elementy.

Najprostszą metodą rozwiązywania obwodu nieliniowego bezinercyjnego (bez pojemności oraz indukcyjności) jest metoda graficzna [1]. Jest to metoda pogładowa i stąd mało dokładna. Na rysunku 2 przedstawiono przykładowe rozwiązanie obwodu nieliniowego z jednym elementem nieliniowym i rzeczywistym źródłem napięciowym o rezystancji wewnętrznej R_g . Gdy w sieci występuje jeden rezystor nieliniowy i wiele elementów liniowych, część liniową sieci można zawsze zastąpić obwodem zastępczym składającym się z elementów E i R_g (lub I_z i R_g), korzystając z twierdzenia Thevenina lub Nortona [1].

Metodę graficzną można zastosować do sieci z wieloma elementami nieliniowymi, konstruując graficznie charakterystyki wypadkowe elementów łączonych szeregowo lub równolegle.



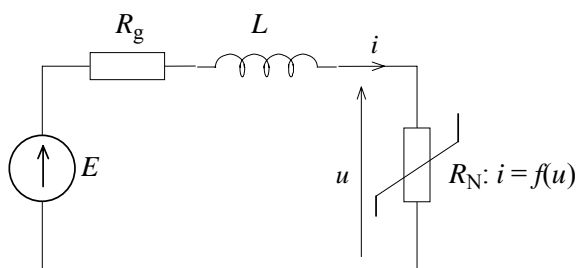
Rys. 2

Dla sieci nieliniowych można również napisać (podobnie jak dla sieci liniowych) równania wynikające z ogólnych praw i metod teorii obwodów (pod warunkiem, że charakterystyki elementów możemy zapisać analitycznie). Prowadzi to jednak do układu równań nieliniowych, którego dokładne rozwiązanie rzadko jest możliwe. Zwykle rozwiązuje się je metodami przybliżonymi. Stosowanie metod analitycznych jest najwygodniejsze, jeśli wszystkie rezystory nieliniowe są uzależnione.

2.3. Stateczność punktu pracy

Z wyborem punktu pracy ściśle jest związany problem jego stateczności. W rzeczywistym obwodzie może się zdarzyć, że układ zostanie wytrącony ze stanu równowagi na skutek np. jakiegoś zakłócenia. Jeżeli po ustąpieniu przyczyny układ powróci do stanu pierwotnego, to stan taki nazywa się statecznym stanem równowagi, a punkt pracy, ustalający te warunki, statecznym punktem pracy.

Niech obwód nieliniowy, którego schemat przedstawiono na rys. 3 składa się z elementu nieliniowego uzależnionego napięciowo o charakterystyce przedstawionej na rys. 4. Wyznamy warunki decydujące o stateczności punktu pracy analizowanego obwodu.



Rys. 3

Wartości E i R_g wyznaczają stan, w którym może znajdować się obwód z rys.3. Równanie opisujące obwód jest następujące

$$E = R_g i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u(t). \quad (3)$$

Z analizy takiego obwodu otrzymuje się następujące rozwiązanie dla niewielkiego zakłócenia występującego w obwodzie [1], [2], [3]

$$\Delta u(t) = K e^{-\frac{t}{(G_g + G_d)L}}, \quad (4)$$

gdzie

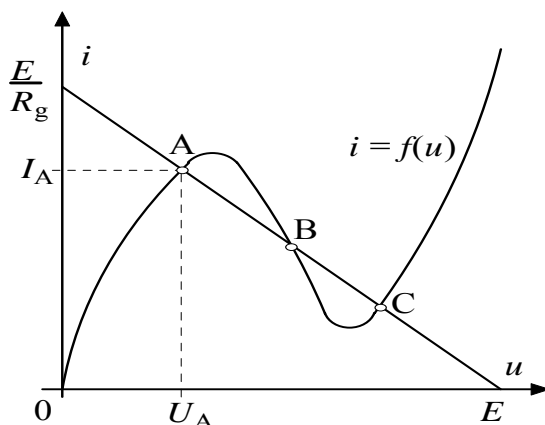
K – stała zależna od amplitudy zakłócenia,

G_d – konduktancja dynamiczna elementu nieliniowego w danym punkcie pracy,

$G_g = 1/R_g$.

Widać, że $\Delta u(t) \rightarrow 0$ dla $t \rightarrow \infty$, jeżeli jest spełniony warunek

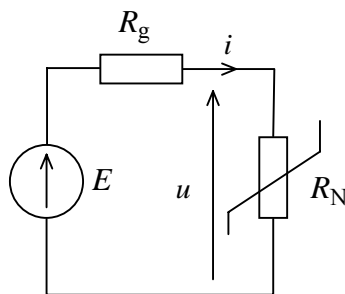
$$G_g + G_d > 0. \quad (5)$$



Rys. 4

Dla elementu nieliniowego, którego charakterystykę przedstawiono na rys. 4. punkty A i C są statecznymi punktami pracy, gdyż w obu tych punktach $G_d > 0$, a zatem i $G_g + G_d > 0$, natomiast punkt B jest niestatecznym punktem pracy, gdyż $G_d < 0$ oraz $|G_d| > G_g$.

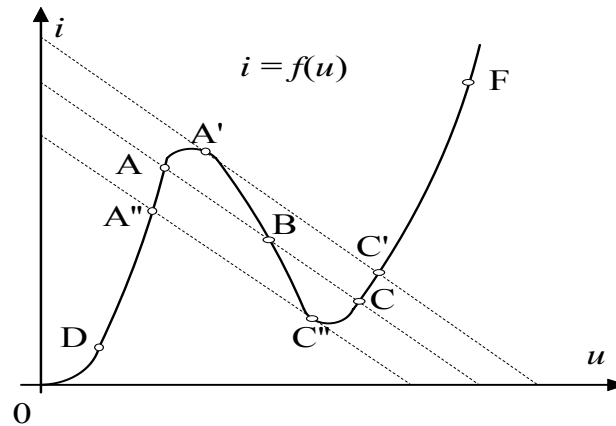
Zjawiska związane ze statecznością punktu pracy w obwodach zawierających elementy o ujemnej rezystancji dynamicznej mogą być wykorzystane w różnego rodzaju układach przerzutnikowych. Opisane zjawisko można zademonstrować w prostym obwodzie przedstawionym na rys. 5. Rezystancję R_g dobra się tak, aby prosta pracy źródła napięciowego E mogła przeciąć charakterystykę rezystora nieliniowego o uzależnieniu napięciowym (jak na rys. 4.) w trzech punktach (rys. 6).



Rys. 5

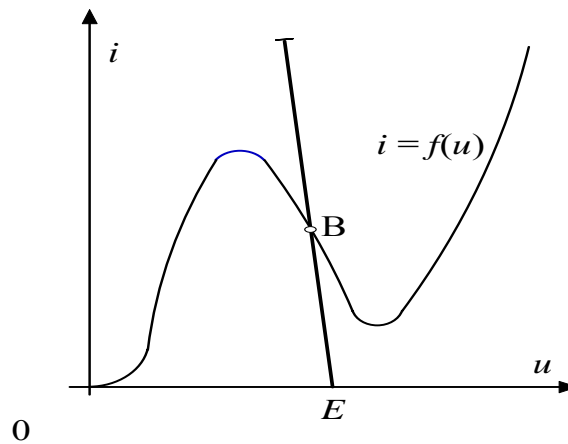
Zwiększając SEM-ą E od zera, można osiągnąć punkty pracy elementu nieliniowego w zakresie D-A'. Dalsze zwiększanie E spowoduje przeskok do punktu C' i następnie

poruszanie się po charakterystyce w kierunku punktu F. Zmniejszając SEM-ą (teoretycznie od $E = \infty$) możemy osiągnąć kolejno punkty C', C, C'', a dalsze zmniejszanie E spowoduje przeskok do punktu A'' i dalej poruszanie się po charakterystyce do punktu D.



Rys. 6

Nie można otrzymać stanu równowagi trwałej punktu pracy w przedziale A' – B - C'', położonych w zakresie ujemnych wartości rezystancji dynamicznej elementu nieliniowego. Świadczy to o niestateczności tych punktów, a więc nie jest spełniony warunek (5). Jeśli dobierze się R_g tak, jak przedstawiono na rys. 7, wszystkie punkty pracy są punktami statecznymi.



Rys. 7

3. Nieliniowy kondensator

3.1. Charakterystyka nieliniowego kondensatora

Nieliniowy kondensator nie może być opisany za pomocą funkcji algebraicznej opisującej zależność prądu od napięcia. Do opisu charakterystyki kondensatora trzeba użyć pochodnych. Pełny opis charakterystyki prądowo-napięciowej kondensatora stanowi para zależności

$$q = f(u), \quad i = \frac{dq}{dt}. \quad (6)$$

Podobnie jak dla rezystora, można również dla kondensatora nieliniowego zdefiniować pojemność statyczną i dynamiczną w danym punkcie pracy

$$C_s = \frac{q}{u} \bigg|_{u=U_A}, \quad (7)$$

$$C_d = \frac{dq}{du} \bigg|_{u=U_A}. \quad (8)$$

W praktyce jako pojemności nieliniowe wykorzystuje się najczęściej diody półprzewodnikowe spolaryzowane w kierunku zaporowym. Są to albo specjalne diody pojemnościowe (wykonywane także jako podwójne lub potrójne), albo wykorzystuje się w tym celu diody Zenera, pracujące przy napięciu mniejszym od napięcia Zenera. Pierwsze z nich mają z zasady pojemności rzędu kilkudziesięciu pF, natomiast diody Zenera mają duże pojemności (nawet powyżej 1 nF), ale za to duży rozrzut ich wartości.

Z teorii złącza p-n wiadomo, że zależność pojemności złącza C_j od napięcia można zapisać w postaci [3]

$$C_j = \frac{C_{j0}}{\left(1 - \frac{U}{U_B}\right)^\gamma}, \quad (9)$$

gdzie

C_{j0} – pojemność przy napięciu $U = 0$,

U_B – potencjał dyfuzyjny (0,7 V dla złącza Si),

γ - współczynnik zależny od sposobu wykonania złącza,

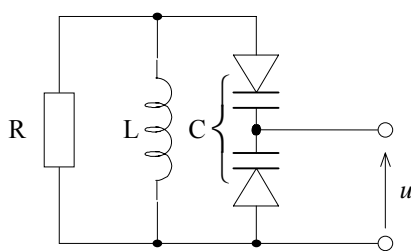
$\gamma = 1/2$ dla złącza skokowego,

$\gamma = 1/3$ dla złącza liniowego.

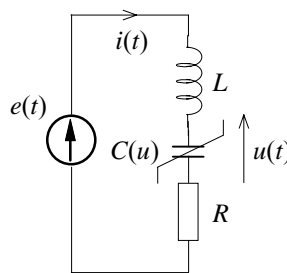
Dla diod użytych w ćwiczeniu $\gamma = 1/2$.

3.2. Nieliniowy kondensator w obwodzie rezonansowym

We współczesnej elektronice powszechnego użytku coraz częściej jako elementy obwodów rezonansowych wykorzystuje się półprzewodnikowe diody pojemnościowe służące do przestrajania obwodów wejściowych oraz heterodyny w odbiornikach radiowych, telewizyjnych, do przestrajania generatorów itp. Ze względu na nieliniową zależność $C_j = f(u)$ często stosuje się diody połączone szeregowo-przeciwstawnie (rys.8.- obwód rezonansowy z diodami pojemnościowymi).



Rys. 8



Rys. 9

Powoduje to linearyzację charakterystyki $C = f(u)$ i zwiększenie dopuszczalnego sygnału zmiennego, przy którym obwód rezonansowy zachowuje się jak obwód liniowy. Zjawiska rezonansowe występujące w obwodach z diodami pojemnościowymi przy małych sygnałach są w zasadzie identyczne jak w obwodach liniowych. Jeżeli sygnały zmiennne nie są małe, to zjawiska związane z rezonansem są zasadniczo różne od tych, jakie można stwierdzić w liniowych obwodach rezonansowych.

Niech szeregowy obwód rezonansowy z nieliniową pojemnością (rys. 9), będzie pobudzany napięciem sinusoidalnym

$$e(t) = E_m \sin(\omega t). \quad (10)$$

Dla analizowanego obwodu można zapisać równanie, wynikające z drugiego prawa Kirchhoffa

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u(t) = e(t), \quad (11)$$

przy czym

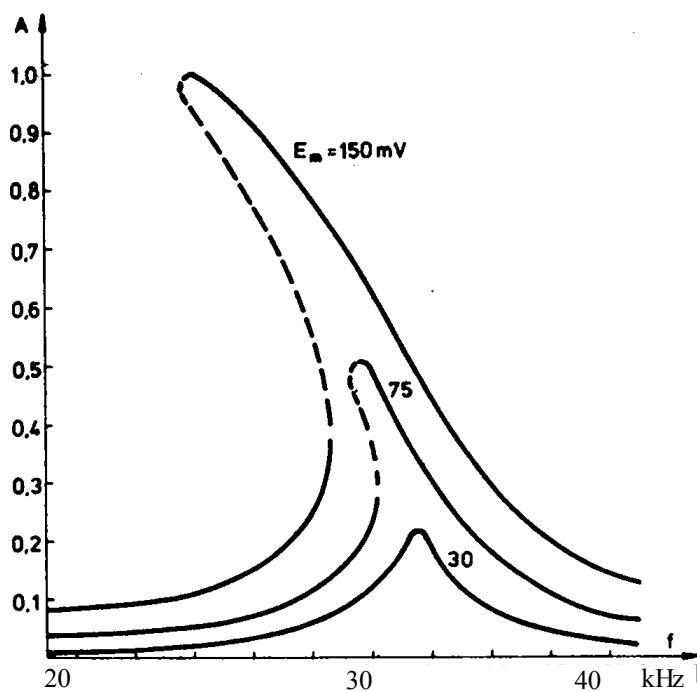
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt}.$$

Zależność $C = C(u)$ sprowadza równanie (11) do nieliniowego równania różniczkowego drugiego rzędu dla napięcia $u(t)$. Sposób rozwiązania tego równania można znaleźć w specjalistycznej literaturze. Szerzej problemy analizy nieliniowych obwodów prądu zmiennego przedstawiono w pracy [3]. Rozwiązanie równania (11) można zapisać następująco

$$x(t) = p \sin(\omega t) + r \cos(\omega t), \quad (12)$$

gdzie $x(t) = \frac{u(t)}{u_0}$, przy czym u_0 jest stałym napięciem polaryzacji diody, $A = \sqrt{p^2 + r^2}$

reprezentuje natomiast amplitudę drgań w obwodzie. Współczynniki p oraz r należy wyznaczyć z dodatkowych równań.



Rys. 10

Zależność $A = A(f)$ dla następujących danych

$$R = 200 \Omega, \quad L = 20 \text{ mH},$$

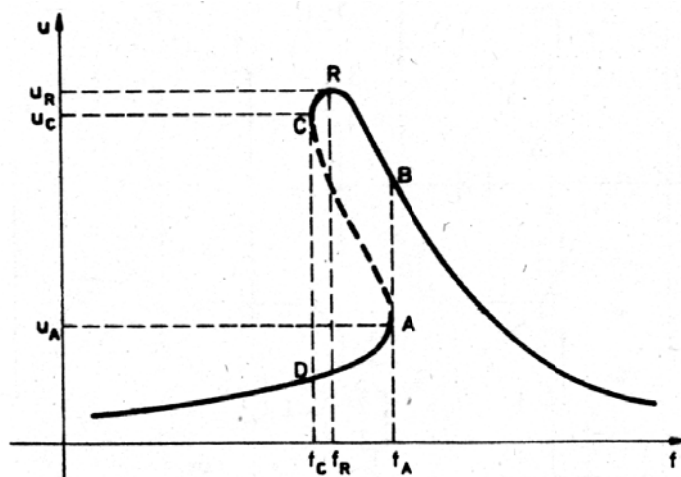
$$C_{j0} = 600 \text{ pF}, \quad u_0 = 7,2 \text{ V}$$

i różnych napięć E_m przedstawiono na rys. 10 [2].

Jak wynika z rys. 10 dla małych amplitud ($E_m = 30 \text{ mV}$) obwód zachowuje się jak liniowy obwód rezonansowy. Dla większych amplitud E_m występuje charakterystyczne wygięcie charakterystyki częstotliwościowej i mogą wystąpić niestabilne stany równowagi obwodu zaznaczone linią przerywaną.

Z charakterystyki $u(f)$ obwodu z rys. 9, zmierzonej metodą „punkt po punkcie” w kierunku rosnących częstotliwości, widać, że amplituda napięcia rośnie i zmienia się zgodnie z charakterystyką przechodzącą przez punkt D (rys. 11). Po osiągnięciu punktu A następuje przeskok do punktu B i następnie amplituda napięcia zmniejsza się wraz ze wzrostem częstotliwości.

Dla częstotliwości malejących, następuje dalszy wzrost amplitudy napięcia aż do osiągnięcia maksymalnej wartości $u = u_R$, a następnie zmniejszenie amplitudy do punktu C i przeskok do punktu D. Dalszy przebieg charakterystyki jest zgodny z charakterystyką mierzona przy wzroście częstotliwości. Odcinek A-C charakterystyki można odtworzyć na podstawie teoretycznej analizy zjawisk zachodzących w nieliniowym obwodzie rezonansowym.



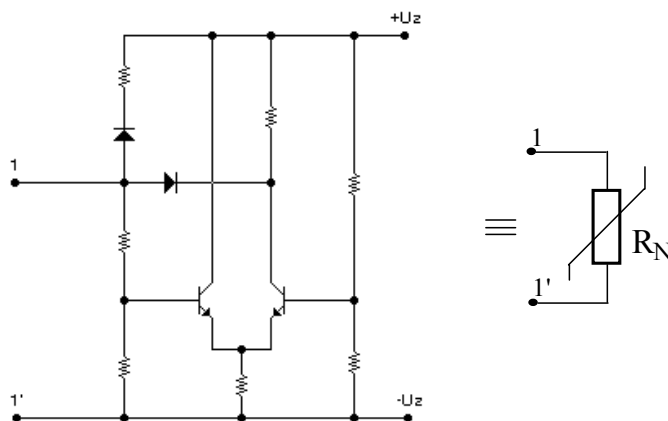
Rys.11

4. Układ laboratoryjny

4.1. Nieliniowy rezystor

Aby umożliwić demonstrację zjawisk związanych z występowaniem nieliniowych rezystancji mających przedziały charakterystyk o ujemnej rezystancji dynamicznej wykonano układ elektroniczny za pomocą, którego możliwe jest symulowanie nieliniowej rezystancji [2]. Uproszczony schemat ideowy układu przedstawiono na rys. 12. Charakterystyka tego układu jest charakterystyką o uzależnieniu napięciowym (jak na rys. 4). Zmieniając

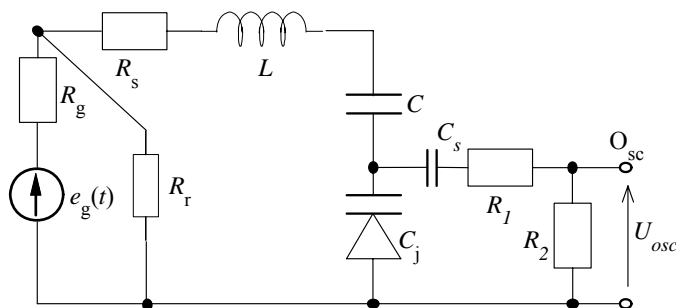
(przełącznikiem klawiszowym) niektóre rezystory w układzie, można zmieniać nachylenie i punkty załamania charakterystyki (4 różne charakterystyki). Przy badaniu układu dostępne są zaciski 1 – 1'. Należy pamiętać o podłączeniu napięcia zasilania U_z (20 V).



Rys. 12

4.2. Obwód rezonansowy z nieliniową pojemnością

Uproszczony schemat obwodu rezonansowego z nieliniową pojemnością przedstawiono na rys. 13. Jako nieliniową pojemność zastosowano diodę Zenera ze względu na jej dużą pojemność.

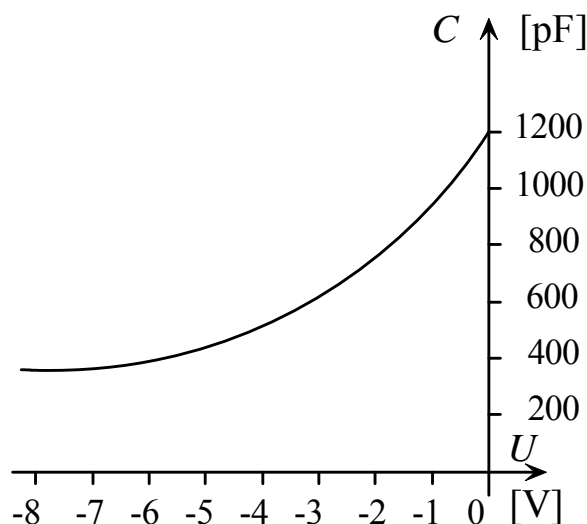


$$R_r = 220\Omega, L = 40\text{ mH}, C = 20\text{ nF},$$

$$C_s = 10\text{ nF}, R_2 = 470\text{ k}\Omega, R_1 = 4,3\text{ M}\Omega$$

Rys. 13

Charakterystykę $C = f(u)$ użytej diody przedstawiono na rys. 14. Częstotliwość rezonansowa obwodu zawiera się w przedziale 25 – 35 kHz. Dla uzyskania odpowiednio dużej dobroci obwodu rezonansowego, należy użyć generatora o rezystancji wewnętrznej $R_g \leq 50\ \Omega$. Aby zaobserwować efekty występujące w obwodach rezonansowych z nieliniową pojemnością, w układzie zamontowano dzielnik ok. 1:10 o rezystancji wejściowej $>4,5\text{ M}\Omega$. Do układu (do zacisków „O_{sc}”) należy dołączyć oscyloskop. Na zaciskach U_d (rys.18.) możliwy jest wyłącznie pomiar napięcia stałego polaryzującego diodę pojemnościową.



Rys. 14

B. Część laboratoryjna

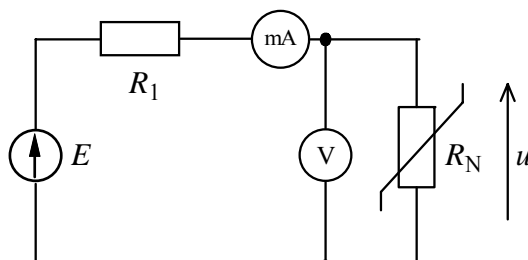
Wykaz przyrządów:

- zasilacz regulowany (podwójny),
- generator przebiegu sinusoidalnego,
- woltomierz,
- miliamperomierz,
- oscyloskop.

1. Pomiary i obserwacje zjawisk w obwodach z nieliniową rezystancją

1.1. Pomiar charakterystyki statycznej $i = f(u)$ nieliniowego rezystora

Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 15. Rezystancję R_1 dobrać tak, aby prosta pracy przecinała przewidywaną charakterystykę rezystora nieliniowego w jednym punkcie, w całym zakresie mierzonych prądów i napięć.



Rys. 15

Zwiększając (od zera) wartości napięcia E metodą „punkt po punkcie” wyznaczyć charakterystykę statyczną rezystora R_N (pomiar przeprowadzić dla jednego z czterech rezystorów).

Uwaga ! Nie przekraczać w obwodzie prądu 15 mA i napięcia 15 V.

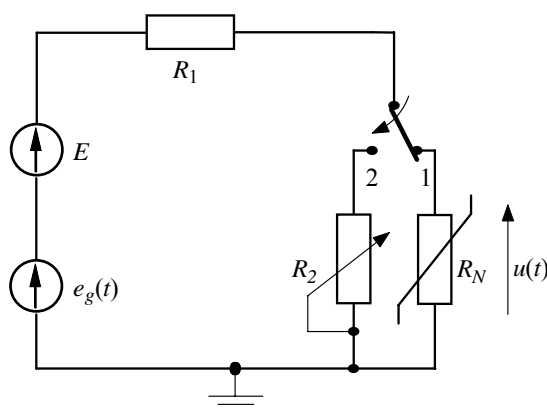
1.2. Wybór i stateczność punktu pracy

Układ pomiarowy jak na rys. 15. Dobrać tak rezystancję R_g , aby prosta pracy mogła przecinać charakterystykę elementu nieliniowego w trzech punktach. Wyznaczyć graficznie wartości prądów i napięć, przy których następują przeskok punktu pracy (dla danej wartości R_g). Zwiększając od zera napięcie E zmierzyć wartości prądu i napięcia, przy których następuje przeskok punktu pracy, a następnie zmniejszając E wykonać analogiczny pomiar.

punkt	zmierzone		wyzn. graf.	
	U[V]	I[mA]	U[V]	I[mA]
A'				
C'				
C''				
A''				

1.3. Pomiar i symulacja rezystancji dynamicznej rezystora nieliniowego

Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 16. Dobierając E oraz R_1 ustalić spoczynkowy punkt pracy na charakterystyce rezystora R_N na odcinku **D-A** (rys.6). Dla zadanej wartości napięcia zmiennego e_g , o częstotliwości mniejszej niż 200Hz, zmierzyć wartość napięcia zmiennego na rezystorze R_N .



Rys. 16

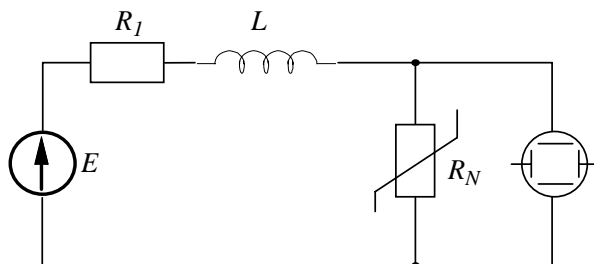
Dobrać tak e_g , aby amplituda składowej zmiennej napięcia $u(t)$ była odpowiednio mała (kilkadziesiąt mV). Następnie rezystor R_N zastąpić regulowanym rezystorem liniowym R_2 , a sem. E zmniejszyć do zera. Ustawić taką wartość rezystancji R_2 , aby wartość skuteczna napięcia zmiennego na R_2 była taka sama, jak na nieliniowym rezystorze R_N . Zmierzyć za pomocą omomierza rezystancję R_2 . Jako R_2 można wykorzystać rezystor dekadowy. Zwrócić uwagę na kolejność połączenia szeregowego E i e_g . (rys. 16 - źródło napięcia E ma zaciski odizolowane od masy układu). Wyznaczyć graficznie wartość rezystancji R_d w wybranym punkcie pracy, rysując styczną przechodzącą przez punkt pracy i wyznaczając jej nachylenie. Porównać obie wartości rezystancji dynamicznej zmierzoną i wyznaczoną graficznie.

Powtórzyć pomiary i obliczenia wybierając punkt pracy na odcinku **C-F**.

Wyznaczyć rezystancję dynamiczną dla punktu pracy **B** na odcinku **A'-C'** ($R_d < 0$).

1.4. Obserwacja zjawiska wzbudzenia się drgań w obwodzie RL z rezystorem o ujemnej rezystancji dynamicznej

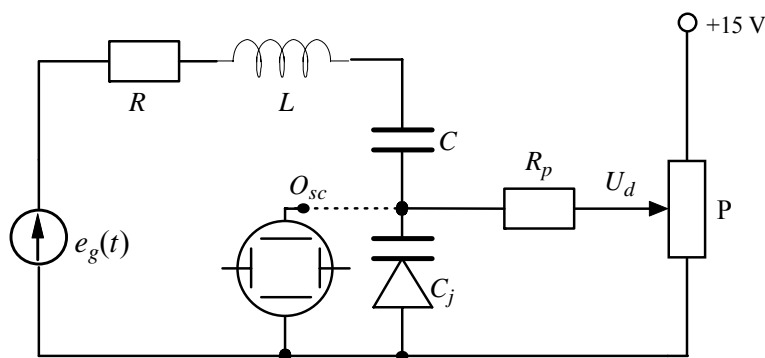
Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 17. Dobrać tak wartość R_1 , aby prosta pracy mogła przecinać charakterystykę rezystora nieliniowego tylko w jednym punkcie, w przedziale, w którym występuje ujemna rezystancja dynamiczna. Zaobserwować i wydrukować drgania kreślone na ekranie oscyloskopu przy pracy stałoprądowej (DC). Zmierzyć amplitudę generowanych drgań i współrzędne punktów charakterystycznych względem poziomu 0 V. Porównać je z punktami przeskoku z p. 1.1. Zmieniając wartość E oraz R_1 zaobserwować wpływ tych wielkości na parametry generowanego sygnału. Wydrukować maksymalnie trzy oscylogramy dla dwóch różnych wartości E i R_1 .



Rys. 17

2. Pomiary obwodu rezonansowego z nieliniowym kondensatorem

Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 18. Potencjometrem P ustalić spoczynkowy punkt pracy na charakterystyce diody pojemnościowej (rys. 14). Ustalić poziom z generatora i zmierzyć charakterystykę rezonansową „punkt po punkcie” w zakresie częstotliwości od ok. 20 kHz do 40 kHz. Za pomocą oscyloskopu mierzyć amplitudę napięcia (U_m) na diodzie.



Rys. 18

Pomiary wykonać dla **dwóch różnych wartości E_m** tak dobranych, aby zaobserwować zjawiska występujące w obwodzie rezonansowym z nieliniową pojemnością (jak na rys. 10).

Uwaga

Napięcie polaryzacji diody U_d powinno być tak dobrane, aby w rezonansie dioda była zawsze spolaryzowana zaporowo.

Pytania kontrolne

1. Omówić metody analizy stałoprądowej sieci elektrycznych z nieliniowymi rezystorami.
2. Podać definicję rezystancji statycznej i dynamicznej rezystancji nieliniowej. Kiedy te wielkości są sobie równe?
3. Pewien rezystor nieliniowy opisany jest funkcją $I = \frac{5U^3 - 30U^2 + 45U}{4}$. Wyznaczyć rezystancję statyczną R_s i dynamiczną R_d przy $U = 2 \text{ V}$ i $0,5 \text{ V}$.
4. Opisać metodę wyznaczania rezystancji dynamicznej rezystora nieliniowego? Narysować schemat pomiarowy i opisać procedurę pomiarową.
5. Zdefiniować pojęcia inercyjne i bezinercyjne elementy nieliniowe.
6. Nieliniowy rezystor o charakterystyce $u = 0.25 \cdot i^2, i \geq 0$; $u = -0.25 \cdot i^2, i < 0$ dołączono do rzeczywistego źródła prądowego $I_z = 6 \text{ A}$ o rezystancji wewnętrznej $R_w = 2 \Omega$. Obliczyć wszystkie prądy w obwodzie.
7. Do rezystora nieliniowego o charakterystyce $i = u|u|$ podłączono rzeczywiste źródło napięcia stałego $E = 10 \text{ V}$ i $R_g = 2 \Omega$. Wyznaczyć prąd płynący w tak powstałym obwodzie.
8. Narysować przykładowe charakterystyki uzależnionych prądowo (napięciowo) rezystorów nieliniowych. Wymienić podstawowe właściwości tych rezystorów.
9. Omówić metody analizy sieci elektrycznych z jednym nieliniowym rezystorem.
10. Opisać metodę graficzną wyznaczania wypadkowej charakterystyki napięciowo-prądowej dla dwóch rezystorów nieliniowych połączonych szeregowo (równolegle).

Literatura

- [1] Uruski M., Wolski W., Wybrane zagadnienia z teorii obwodów, skrypt PWt, Wrocław 1984.
- [2] Marciniak K., Przyrządy półprzewodnikowe i układy scalone, Warszawa, WNT, 1979.
- [3] Hayashi Ch., Drgania nieliniowe w układach fizycznych, Warszawa, WNT, 1968.
- [4] Mikołajuk K., Trzaska Z., Analiza i synteza elektrycznych obwodów nieliniowych, Warszawa, PWN, 1987.