

**Ćwiczenie 1**

(wersja z dn. 13.04.2017)

Prawa autorskie zastrzeżone:  
Katedra Systemów  
Przetwarzania Sygnałów PWr

**PODSTAWOWE TWIERDZENIA TEORII OBWODÓW**

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z

- zasadą superpozycji,
- twierdzeniem o zastępczym źródle napięciowym,
- twierdzeniem o dopasowaniu na maksimum mocy czynnej.

W ćwiczeniu należy

- zastosować zasadę superpozycji do wyznaczania reakcji obwodu liniowego,
- wyznaczyć wartości elementów zastępczego dwójnika Thevenina,
- dopasować odbiornik do rzeczywistego źródła napięciowego na maksymalną moc czynną.

**A. Wprowadzenie****1. Zasada superpozycji, liniowość układu**

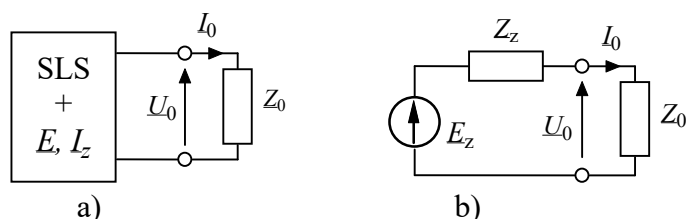
Zasada (definicja) superpozycji odniesiona do obwodu elektrycznego głosi, że w układzie złożonym wyłącznie z elementów liniowych i źródeł autonomicznych, dowolna reakcja pochodząca od wielu źródeł jest równa sumie reakcji, jakie zostałyby wywołane oddzielnie przez każde ze źródeł, przy wyłączonych pozostałych (napięciowe zastąpione zwarciami, a prądowe rozwarciem). Zasada superpozycji wynika wprost z liniowości układu.

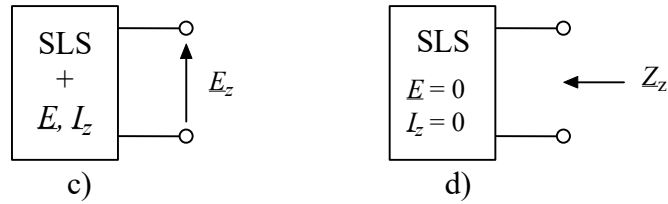
W szczególności zasada superpozycji obowiązuje w układach liniowych w stanie ustalonym przy pobudzeniach sinusoidalnie zmiennych o tej samej pulsacji. Może być wówczas wyrażona matematycznie za pomocą zespolonych wartości skutecznych pobudzeń i reakcji [1] i w takiej postaci będzie stosowana w ćwiczeniu.

**2. Twierdzenie Thevenina**

Podobnie jak zasadę superpozycji, twierdzenie Thevenina można również sformułować dla dwójnika znajdującego się w stanie ustalonym, zawierającego elementy SLS (Skupione, Liniowe i Stacjonarne) oraz źródła sinusoidalnie zmiennie o tej samej pulsacji.

Dowolny dwójnik N zawierający elementy SLS oraz źródła autonomiczne, można zastąpić dwójnikiem równoważnym, złożonym ze źródła napięciowego o wartości skutecznej zespolonej siły elektromotorycznej  $\underline{E}_z$ , równej wartości skutecznej zespolonej napięcia na rozwartych zaciskach dwójnika N (rys. 1c) i szeregowo połączonego z nim dwójnika impedancyjnego. Impedancja  $\underline{Z}_z$  tego dwójnika jest równa impedancji dwójnika N pozbawionego źródeł autonomicznych (rys. 1d).





Rys. 1

### 3. Dopasowanie na maksymalną moc czynną

Moc czynna  $P$  wydzielona w odbiorniku o impedancji  $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$  dołączonym do źródła o impedancji wewnętrznej  $\underline{Z}_z = R_z + jX_z$  i SEM  $\underline{E}_z$  (rys. 1b) wyraża się następującą zależnością [1]

$$P = \frac{R_0 |\underline{E}_z|^2}{(R_0 + R_z)^2 + (X_0 + X_z)^2}. \quad (1)$$

Gdy  $\underline{Z}_z = \underline{Z}_0^*$ , tzn.

$$R_z = R_0 \text{ i } X_z = -X_0, \quad (2)$$

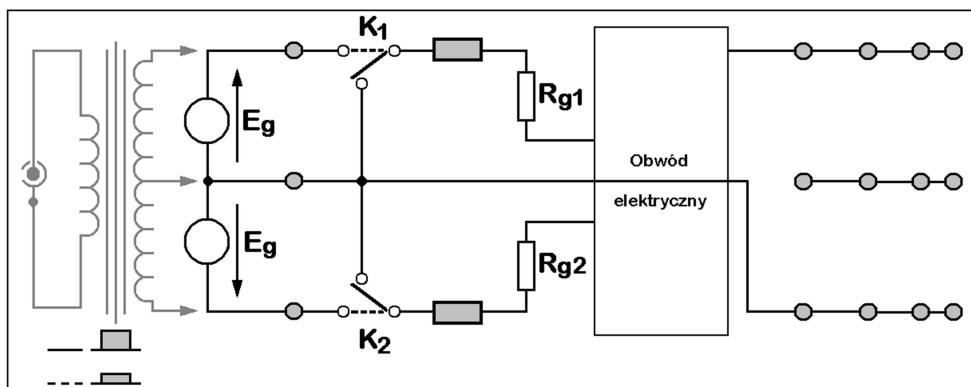
moc ta osiąga maksimum i jest równa mocy dysponowanej (rozporządzalnej) źródła

$$P_{\max} = P_d = \frac{|\underline{E}_z|^2}{4R_z}. \quad (3)$$

### B. Część laboratoryjna

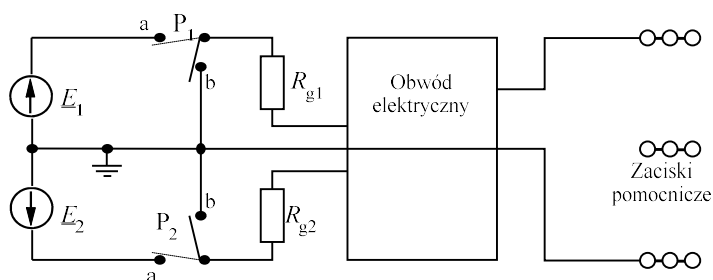
**Uwaga: Wszystkie fazy od punktu 1.1 do 2.2 mierzyć względem fazy początkowej tego samego źródła np.  $\underline{E}_1$ .**

Układ laboratoryjny jest zbudowany z elementów RLC i transformatora z dzielonym uzwojeniem wtórnym o przekładni obniżającej ( $n \approx 3$ ) (rys.2).



Rys. 2

Zastosowanie transformatora o przekładni obniżającej powoduje, że transformowana rezystancja wewnętrzna generatora dołączonego do wejścia układu ( $W_e$ ) jest do pominięcia w porównaniu z wielokrotnie większymi rezystancjami  $R_{g1}$  i  $R_{g2}$ . Można, zatem przyjąć, że rezystancje  $R_{g1}$  i  $R_{g2}$  reprezentują całkowite rezystancje wewnętrzne źródeł, a same źródła traktować w tych warunkach jako idealne. Konieczne przy zasadzie superpozycji i pomiarze impedancji zastępczej wyłącznie źródeł napięciowych (zastąpienie ich zwarciami) jest realizowane w ćwiczeniu przez odłączanie źródeł  $E_1$ ,  $E_2$  od reszty układu i dołączanie rezystorów  $R_{g1}$ ,  $R_{g2}$  jednym zaciskiem do masy (rys.3).



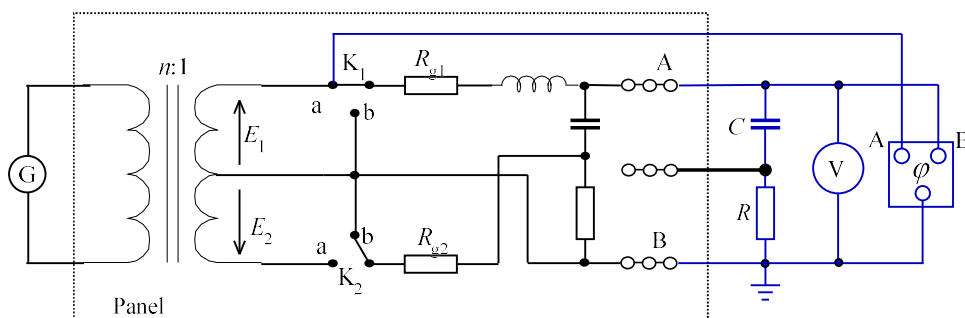
Rys. 3

## 1. Zasada superpozycji

Dołączyć do panelu, wskazany przez prowadzącego, dwójnik szeregowy o impedancji

$$\underline{Z} = R - j \frac{1}{\omega C}.$$

Ustawić częstotliwość ( $0,5 \div 2,5$  kHz), przy której przeprowadzane będą pomiary w trakcie całego ćwiczenia oraz poziom napięcia z generatora G tak, aby na rozwartych zaciskach panelu (A – B) było zadane napięcie  $U_0$  ( $0,4 - 0,65V$  przy włączonym  $E_1$ ). Zapisać w protokole numer badanego panelu.



Rys. 4

**1.1.** Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcie  $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\varphi_1}$ , gdy włączone jest źródło  $E_1$  i wyłączone źródło  $E_2$  ( $K_1$  w pozycji a,  $K_2$  w pozycji b).

**1.2.** Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcia  $\underline{U}_2 = U_2 e^{j\varphi_2}$ , gdy włączone jest źródło  $E_2$  i wyłączone źródło  $E_1$  ( $K_2$  w pozycji a,  $K_1$  w pozycji b).

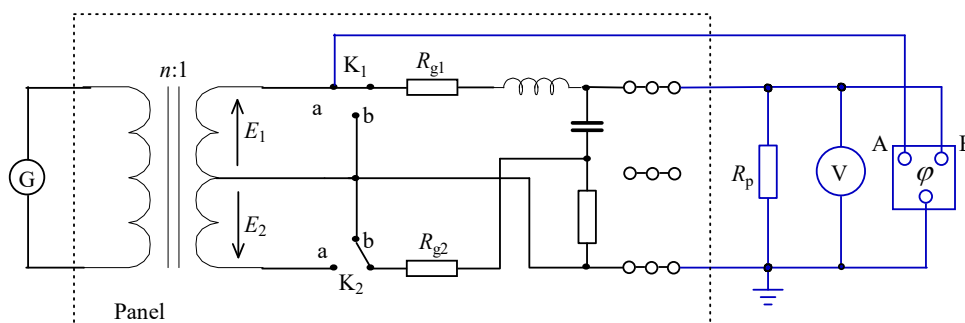
**1.3.** Na zaciskach dołączonego dwójnika zmierzyć napięcie  $\underline{U} = U e^{j\varphi}$ , gdy włączone są obydwa źródła  $E_1$  i  $E_2$  ( $K_1$  i  $K_2$  w pozycji a).

**Sprawdzić na stanowisku (używając np. kalkulatora) czy uzyskane wyniki są zgodne z zasadą superpozycji, tzn. sprawdzić czy  $U_1 e^{j\varphi_1} + U_2 e^{j\varphi_2} = U e^{j\varphi}$  (porównać moduły i argumenty)!**

## 2. Twierdzenie Thevenina

2.1 Włączyć źródło  $E_1$ , a rezystor  $R_{g2}$  dołączyć jednym zaciskiem do masy (tzn. wyłączyć  $E_2$ ). Zmierzyć napięcie  $\underline{U}_0 = U_0 e^{j\varphi_0}$  pomiędzy rozwartymi zaciskami wyjściowymi.

Dołączyć do układu (rys. 5) rezystor  $R_p$  o rezystancji wybranej z przedziału  $(100 \div 1000) \Omega$  i zmierzyć napięcie na tym rezystorze  $\underline{U}_R = U_R e^{j\varphi_R}$  (zaleca się dobierać rezystor pomocniczy  $R_p$  tak, aby  $U_R \approx \frac{1}{2} U_0$ ).



Rys. 5

Obliczyć w trakcie ćwiczenia impedancję zastępczą układu ze wzoru

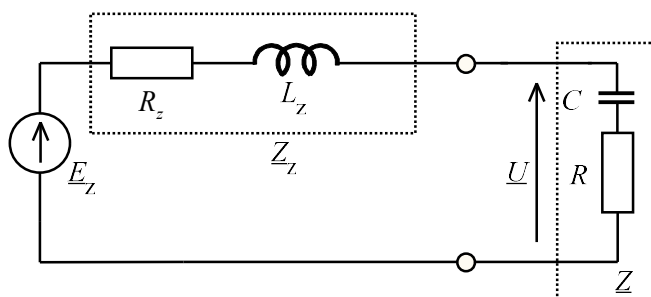
$$\underline{Z}_Z = \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{U}_R} - 1 \right) R_p.$$

Wynik przedstawić w postaci wykładniczej i algebraicznej!

2.2. Powtórzyć pomiary i obliczenia z p. 2.1 dla włączonego źródła  $E_2$  oraz  $E_1$  i  $E_2$ .

2.3. Odłączyć generator i inne przyrządy pomiarowe, wyłączyć źródła napięciowe w badanym dwójniku. Zmierzyć impedancję  $\underline{Z}_Z$  dwójnika za pomocą miernika impedancji dla wybranej w ćwiczeniu częstotliwości. Porównać rezultat z wynikami uzyskanymi w p. 2.1 i 2.2. Przyjąć tą impedancję w schemacie zastępczym wynikającym z tw. Thevenina.

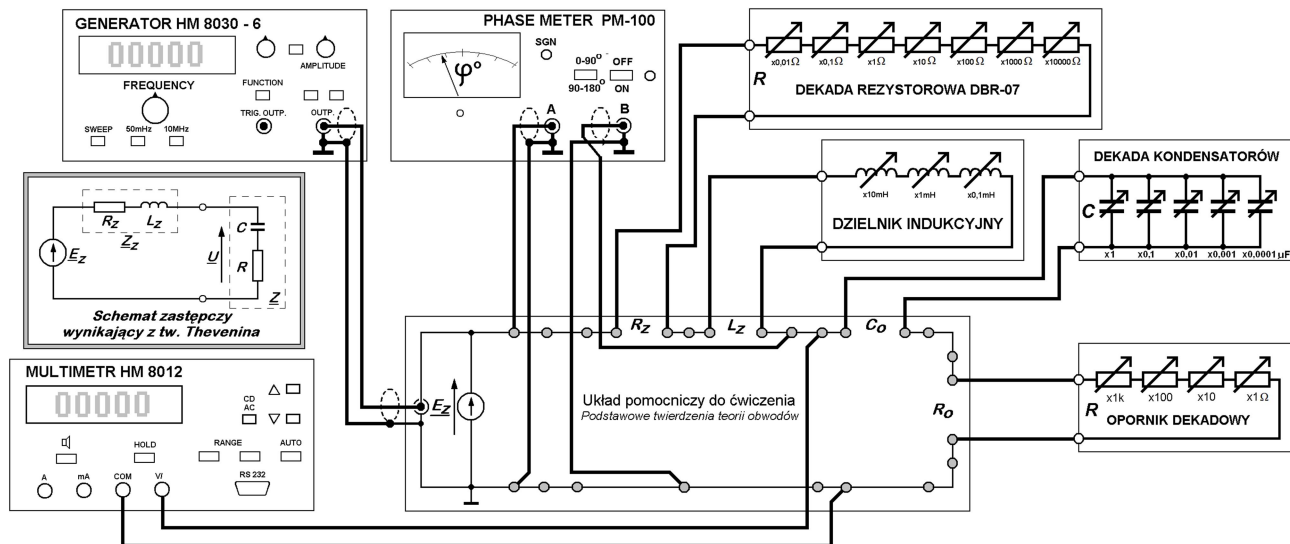
2.4. Zbudować, wykorzystując odpowiedni panel na stanowisku, układ jak na rys.6a, przy czym  $\underline{Z}_Z = R_Z + jX_Z = R_Z + j\omega L_Z$ , jak w punkcie 2.3 lub 2.1, natomiast impedancję  $\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}$  ustaloną w p.1.1. Wartość skuteczną napięcia  $E_Z$  uczynić równą wartości skutecznej napięcia  $U_0$  zmierzonej w punkcie 2.1, a następnie zmierzyć napięcie  $\underline{U} = U e^{j\varphi_p}$  mierząc fazę  $\varphi_p$  względem napięcia  $\underline{E}_Z$ .



Rys. 6a. Schemat zastępczy wynikający z tw. Thevenina.

Porównać zmierzone napięcie  $\underline{U}$  z napięciem  $\underline{U}_1$  zmierzonym w punkcie 1.1 pamiętając, że przy porównaniu argumentów należy uwzględnić fazę początkową napięcia  $\underline{U}_0$  zmierzonego w punkcie 2.1 ( $\varphi_1 \stackrel{?}{=} \varphi_p + \varphi_0$ ).

Schemat montażowy pokazano na rys 6b.

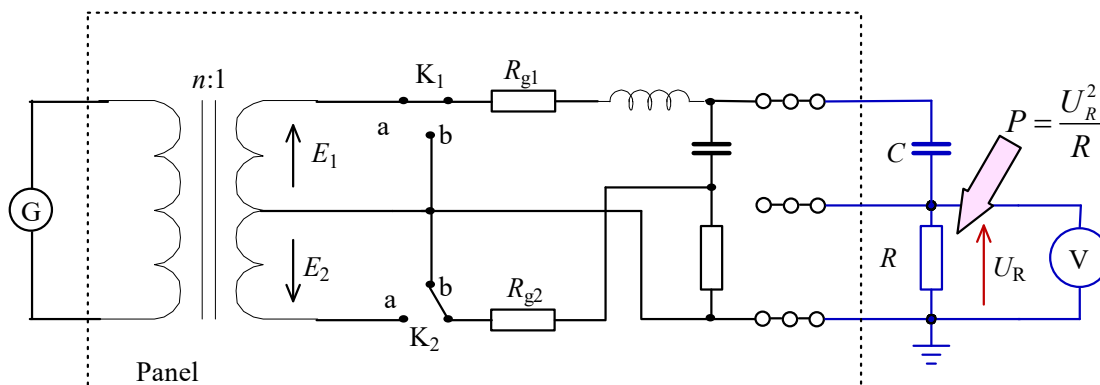


Rys. 6b

### 3. Dopasowanie na maksimum mocy czynnej

**3.1.** Zmierzyć ponownie napięcia na rozwartych zaciskach wyjściowych układu (powinno ono być w zakresie 0,4 – 0,65V przy włączonym  $E_1$ ) na panelu w przypadku, kiedy działają odpowiednio źródła  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_1$  i  $E_2$  i dla **każdego przypadku wyznaczyć  $P_{\max}$** .

Wyznaczyć elementy dwójnika  $R_o C_o$ , które zapewnią dopasowanie na maksimum mocy czynnej  $\underline{Z}_0 = \underline{Z}_Z^* = R_o - j \frac{1}{\omega C_o}$ . Dołączyć do panelu dwójnik RC (rys.7) o rezystancji  $R = R_o$ .



Rys. 7

Zmieniając pojemność  $C$  dołączonego dwójnika w szerokim zakresie (np. w sekwencji  $C = 10\mu F$  (pierwsza wartość) oraz następne wartości zgodnie ze wzorem:  $C = 10C_p/k$ ,  $k = 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 35, 40$ , gdzie  $C_p$  jest zaokrągloną do 100 nF wartością  $C_0$ ), **mierzyć napięcie  $U_R$  na rezystorze  $R$** , gdy włączone jest źródło  $E_1$ , a rezystor  $R_{g2}$  jest jednym zaciskiem dołączony do masy.

Wyniki pomiaru przedstawić w formie wykresu  $P = f(|X_C|)$ , gdzie  $X_C = -1/(\omega C)$ .

**Z wykresu określić wartość pojemności  $C_{\max}$ , dla której moc czynna  $P$  wydzielona w rezystorze  $R$  osiąga maksimum. Porównać wartości  $C_{\max}$  i  $C_0$ .**

**Na jednym wykresie umieścić punkty z pomiarów nie łącząc je oraz krzywą ciągłą otrzymaną z zależności 1 (wykres teoretyczny).**

3.2. Obciążyć układ dwójnikiem jak w punkcie 3.1. Zmieniając rezystancję  $R$  tego dwójnika przy  $C = C_0$ , mierzyć napięcie  $U_R$  na rezystorze oraz obliczyć moc czynną wydzielaną w rezystorze  $R$ , gdy:

- jest włączone źródło  $E_1$ , a rezystor  $R_{g2}$  jest jednym zaciskiem dołączony do masy (tzn. wyłączone jest  $E_2$ ),
- jest włączone źródło  $E_2$ , a rezystor  $R_{g1}$  jest jednym zaciskiem dołączony do masy (tzn. wyłączone jest  $E_1$ ),
- są włączone obydwa źródła.

Wyniki pomiarów napięć zamieścić w tabeli.

R[Ω]	E <sub>1</sub>		E <sub>2</sub>		E <sub>1</sub> i E <sub>2</sub>	
	U <sub>R</sub> [mV]	P[μW]	U <sub>R</sub> [mV]	P[μW]	U <sub>R</sub> [mV]	P[μW]
0	0	0	0	0	0	0
50						
100						
150						
200						
300						
...						
1000						
1200						
...						
2200						
2400						

**Sporządzić na trzech oddzielnych rysunkach charakterystyki  $P = f(R)$  dla trzech przypadków (a, b, c). Z wykresów wyznaczyć maksymalne moce czynne  $P_{\max}$  oraz odpowiadające im rezystancje dopasowania  $R_d$ . Porównać te wartości z  $P_d$  oraz  $R_z$ .**

**Na wykresach umieścić punkty z pomiarów nie łącząc je oraz krzywe ciągłe otrzymane z zależności 1 (wykres teoretyczny).**

### Pytania kontrolne

1. Opisać sposoby wyznaczania układów zastępczych wynikających z tw. Thevenina i Nortona.
2. Stosując metodę symboliczną zapisać wyrażenie:

$$f(t) = 2\sqrt{2} \sin(100t - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(100t + \frac{\pi}{4})$$

w postaci jednej funkcji trygonometrycznej.

3. Omówić metodę analizy obwodów elektrycznych SLS,  $e$ ,  $i_z$  w stanie ustalonym przy działaniu pobudzeń sinusoidalnych o różnych pulsacjach.
4. Na dwójniku o impedancji  $\underline{Z} = (3 - j4) \Omega$  występuje napięcie  $\underline{U} = (4 - 5j) \text{ V}$ . Obliczyć moce: czynną, bierną i pozorną, wydzielone w tym dwójniku. Wynik przedstawić graficznie.
5. Podać definicje w metodzie symbolicznej następujących pojęć: impedancja, admitancja, reaktancja, susceptancja oraz immitancja.
6. Wyprowadzić zależność z pkt.2.1, tzn.  $\underline{Z}_Z = \frac{\underline{U}_0 - \underline{U}_R}{\frac{\underline{U}_R}{R_p}} = \left( \frac{\underline{U}_0}{\underline{U}_R} - 1 \right) R_p$ .
7. Zdefiniować moc dysponowaną źródła rzeczywistego. Podać twierdzenie o dopasowaniu obciążenia na maksymalną moc czynną.

### Literatura

- [1] J. Osiowski, J. Szabatin, Podstawy teorii obwodów, tom II, Podręczniki akademickie, NT, Warszawa 1995,
- [2] W. Wolski, Teoretyczne podstawy techniki analogowej, PWr., Wrocław 2007