

Lista nr 7 z Robotyki 1

1. Dla hipotetycznych obiektów o zadanych energiach kinetycznych i potencjalnych wyliczyć ich równania dynamiki (zastanowić się, jaki jest wektor współrzędnych uogólnionych q w poszczególnych przypadkach):

(a) obiekt 1

$$\begin{aligned} K(q, \dot{q}) &= (2 \sin q_1 + 3q_2)\dot{q}_1^2 + \cos^2(2q_2 - q_1)\dot{q}_2^2 - 2 \sin q_1 \cos q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2, \\ V(q) &= m_1 g \sin(q_1 + q_2) + m_2 g(\sin q_1 + \cos q_2) \end{aligned}$$

(b) obiekt 2

$$\begin{aligned} K(q, \dot{q}) &= 2\dot{q}_1^2 + q_1 q_2^2 \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2, \\ V(q) &= m_1 g q_1 q_2 + m_2 g q_1^2 - m_2 g \sin q_3 \end{aligned}$$

Energię kinetyczną dla każdego obiektu przedstawić w postaci formy kwadratowej $x^T Ax$.

2. Policzyć macierz pseudoinercji jednorodnego pręta o długości l i masie m , umieszczonego pomiędzy punktami $(a, 0, 0)^T$ oraz $(a + l, 0, 0)^T$. Ile wynosi moment bezwładności pręta względem układu umieszczonego w jego środku, a ile, gdy układ jest umieszczony na jego końcu?
3. Policzyć macierz pseudoinercji jednorodnej płytki (o pomijalnej grubości) kwadratowej o boku a i masie m , środka masy w początku układu współrzędnych, względem którego liczymy macierz. Boki kwadratu są równoległe do osi. Płytnka leży na płaszczyźnie XY (czy współrzędna Z jest istotna?).
4. Bardzo użyteczne twierdzenie Steinera pozwala policzyć macierz pseudoinercji J obiektu, gdy znamy jego macierz pseudoinercji J_0 w układzie związanym ze środkiem masy. Zależność jest następująca:

$$J = A \cdot J_0 \cdot A^T,$$

gdzie macierz $A \in SE(3)$ (jednorodna) jest transformacją pomiędzy układem, w którym liczymy J , a układem, w którym liczono J_0 .

- (a) Policzyć macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 obróconego o 45° .
- (b) Policzyć macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 przesuniętego o wektor $(1, 2, 0)^T$.
- (c) Policzyć macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 przesuniętego o wektor $(1, 2, 0)^T$ i obróconego o 45° .
- (d) Czy kolejność wykonywania transformacji jest istotna? Przypuszczenia potwierdzić odpowiednim szkicem.
- (e) Policzyć macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 przesuniętego o wektor $(1, 2, 3)^T$.
5. Policzyć równania dynamiki planarnego podwójnego wahadła, umieszczonego na płaszczyźnie pionowej:

- (a) gdy masy ogniw mają rozkład liniowy i jednorodny,
- (b) gdy masy są punktowe, umieszczone na końcach ogniw.