Teoria Regulacji - Ćwiczenia

Jan Bronicki 249011

Zadanie 2

a) Hurwitz

a) $K_o(o) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)},\ K_k(s) = k$

$$K_{OTW}(s) = \frac{k}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

$$M_{UAR} = L_{OTW}(s) + M_{OTW}(s) = (s+1)(s+2)(s+3) + k = s^3 + 6s^2 + 11s + 6 + k$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 6 & 6+k & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 6 & 6+k \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Delta_1 = 6 > 0 \\ \Delta_2 = 60 + k > 0 \rightarrow k > -60 \\ \Delta_3 = (6+k) \cdot \Delta_2 = (6+k)(60+k) \rightarrow k > -6 \ lub \ k < -60 \end{cases}$$

$$k \in (-6, 60)$$

b) $K_o(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)},\ K_R(s) = k$

$$K_{OTW}(s) = \frac{k}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$M_{UAR}(s) = L_{OTW}(s) + M_{OTW}(s) = s^3 + 4s^2 + 5s + 2 + k$$

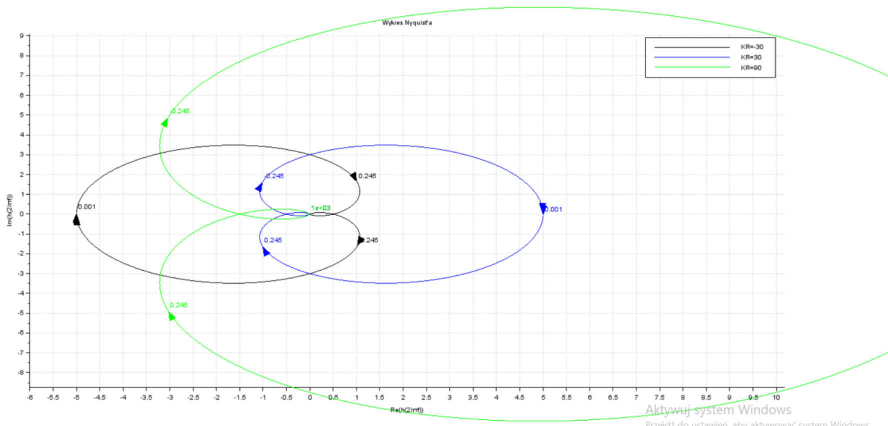
$$H_3 = \begin{bmatrix} 4 & 2+k & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 2+k \end{bmatrix}$$

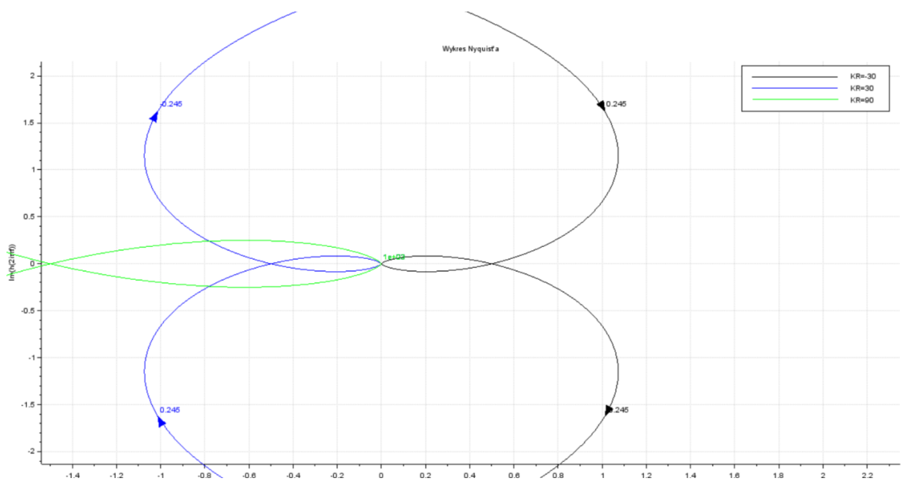
$$\begin{cases} \Delta_1 = 4 > 0 \\ \Delta_2 = 18 - k > 0 \rightarrow k < 18 \\ \Delta_3 = (2+k) \cdot \Delta_2 = (2+k)(18-k) \rightarrow k > -2 \ lub \ k < 18 \end{cases}$$

$$k \in (-2, 18)$$

b) Nyquist

a) $K_{OLS} = \frac{k}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

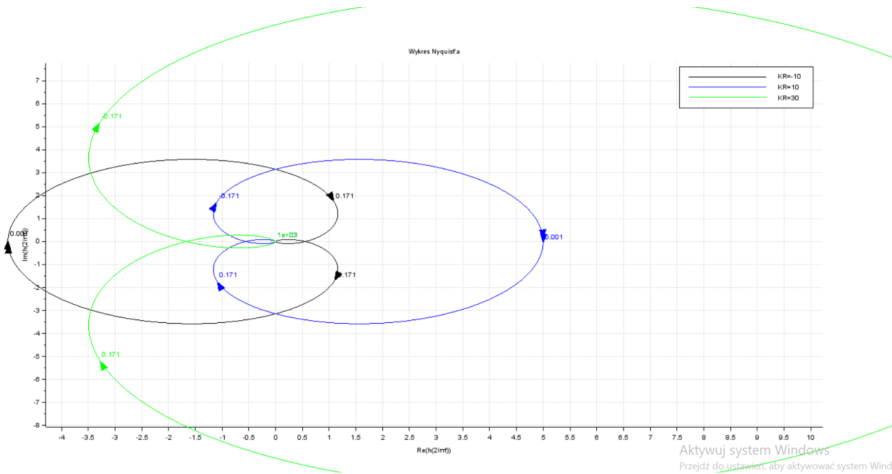




Więc syste zamknięty jest stabilny.
Uchyb
$Y_0(t) = 1$

$$K_E = \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{k+(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$\varepsilon = \lim_{s \to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = \frac{6}{k+6}$$



b) $K_{OLS} = \frac{k}{(s+1)^2(s+2)}$

Wykres Nyquista dla OLS:

$$K_{OLS} = \frac{k}{(s+1)^2 (s+2)}$$

System zamknięty jest stabilny.

Uchyb

Dla $Y_0(t) = 1$

$$K_E = \frac{(s+1)^2 (s+2)}{k + (s+1)^2 (s+2)}$$

$$\varepsilon = \lim_{s \to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = \frac{2}{k+2}$$

Zadanie 3

a) $K_O = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$

$$K_R = k$$

$$G = 1$$

Transmitancja systemu zamknietego:

$$K_Z = \frac{K_O \cdot K_R}{1 + K_O \cdot K_R G} = \frac{k}{k + s\,(s+1)\,(s+2)}$$

Transmitancja systemu otwartego:

$$K_O = K_O \cdot K_R \cdot G = \frac{k}{s\,(s+1)\,(s+2)}$$

Sprawdzamy stabilność CLS z pomocą kryterium Hurwitza:
Wielomian charakterystyczny CLS:

$$M_Z = k + s\,(s+1)\,(s+2)$$

Macierz Hurwitza:

$$H_3 = \begin{bmatrix} 3 & k & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & k \end{bmatrix}$$

Wyznacznik:

$$W = -k^2 + 6k$$

Wyznacznik dodatni gdy: $0 < k \wedge k < 6$
Wyznacznik:

$$W = 6 - k$$

Wyznacznik dodatni gdy: $k < 6$
Wyznacznik:

$$W = 3$$

Wyznacznik dodatni zawsze
CLS stabilny gdy $k \in (0, 6)$

Uchyby

$$K_E = \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{k+(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Dla $Y_0(t) = 1$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = 0$$

Dla $Y_0(t) = t$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = \frac{2}{k}$$

Dla $Y_0(t) = t^2$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = \infty \operatorname{sign}\left(\frac{1}{k}\right)$$

Dla $Y_0(t) = 1 + t$

$$\varepsilon = \lim_{s\to 0} s \cdot K_E \cdot Y_0 = \frac{2}{k}$$

b) $K_O = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$

$$K_R = \frac{k}{s}$$
$$G = 1$$

Transmitancja CLS:

$$K_Z = \frac{K_O \cdot K_R}{1 + K_O \cdot K_R G} = \frac{\frac{1}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{k}{s}}{1 + \frac{1}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{k}{s} \cdot 1} = \frac{k}{k + s(s+1)(s+2)}$$

Transmitancja OLS:

$$K_O = K_O \cdot K_R \cdot G = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

Uchyby dalej są takie same jak w poprzednim przykładzie.

Zadanie 4

$$K_O = \frac{1}{(s-3)(s+1)(s+2)}$$

$$K_R = k$$

$$G = 1$$

Transmitancja CLS:

$$K_Z = \frac{K_O \cdot K_R}{1 + K_O \cdot K_R G} = \frac{\frac{1}{(s-3)(s+1)(s+2)} \cdot k}{1 + \frac{1}{(s-3)(s+1)(s+2)} \cdot k \cdot 1} = \frac{k}{k + s^3 - 7s - 6}$$

Transmitancja OLS:

$$K_O = K_O \cdot K_R \cdot G = \frac{k}{(s-3)(s+1)(s+2)}$$

Sprawdzamy stabilność CLS z pomocą kryterium Hurwitza:
Wielomian charakterystyczny CLS:

$$M_Z = k + s^3 - 7s - 6$$

Macierz Hurwitza na podstawie tego wielomianu oraz wartości wyznacznika i podwyznaczników:

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & k-6 & 0 \\ 1 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & k-6 \end{bmatrix}$$

Wyznacznik:

$$W = -(k-6)^2$$

Wyznacznik dodatni gdy: False
Wyznacznik:

$$W = 6 - k$$

Wyznacznik dodatni gdy: $-\infty < k \wedge k < 6$
Wyznacznik:

$$W = 0$$

Wyznacznik dodatni gdy: False
CLS jest zawsze nie stabilny **Uchyb**

$$K_E = \frac{s^3 - 7s - 6}{k + s^3 - 7s - 6}$$

Dla $Y0(t) = 1$

$$\varepsilon = \lim s \to 0s \cdot K_E \cdot Y_0 = -\infty \operatorname{sign}\left(\frac{1}{k-6}\right)$$