Teoria Regulacji - Ćwiczenia

Jan Bronicki 249011
Denis Firat
Borys Staszczak 248958

Równanie:

$$2y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = 4$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) - 1 = 4$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{5}{s^2 + 3s + 2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = -\frac{5}{s+2} + \frac{5}{s+1}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = 5e^{-t}(t) - 5e^{-2t}(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = 4$$

$$y_2(t) = 2$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = 2 + 5e^{-t}(t) - 5e^{-2t}(t)$$

Równanie:

$$2y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = 2$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) - 1 = 2$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{3}{s^2 + 3s + 2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = -\frac{3}{s+2} + \frac{3}{s+1}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = 3e^{-t}(t) - 3e^{-2t}(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = 2$$

$$y_2(t) = 1$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = 1 + 3e^{-t}(t) - 3e^{-2t}(t)$$

Równanie:

$$2y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = t$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) - 1 = t$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{t+1}{s^2+3s+2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = -\frac{t+1}{s+2} + \frac{t+1}{s+1}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = te^{-t}\,(t) - te^{-2t}\,(t) + e^{-t}\,(t) - e^{-2t}\,(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = t$$

$$y_2(t) = \frac{t}{2}$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = \frac{t}{2} + te^{-t}\,(t) - te^{-2t}\,(t) + e^{-t}\,(t) - e^{-2t}\,(t)$$

Równanie:

$$2y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = \sin(tw)$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) - 1 = \sin(tw)$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{\sin(tw) + 1}{s^2 + 3s + 2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = -\frac{\sin(tw) + 1}{s + 2} + \frac{\sin(tw) + 1}{s + 1}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = e^{-t}\sin(tw)(t) + e^{-t}(t) - e^{-2t}\sin(tw)(t) - e^{-2t}(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = \sin(tw)$$

$$y_2(t) = \frac{\sin(tw)}{2}$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = \frac{\sin(tw)}{2} + e^{-t}\sin(tw)(t) + e^{-t}(t) - e^{-2t}\sin(tw)(t) - e^{-2t}(t)$$

Równanie:

$$2y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = 0$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 2sY(s) + 2Y(s) - 1 = 0$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = e^{-t}\sin(t)\,(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = 0$$

$$y_2(t) = 0$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = e^{-t}\sin(t)\,(t)$$

Równanie:

$$2y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) = 0$$

Dla warunków początkowych: $y(0) = 0, y'(0) = 1$ Przygotowuję równanie do obliczenia rozwiązania ogólnego, aby to zrobić dokonuję transformacji Laplace:

$$s^2Y(s) + 2sY(s) + 2Y(s) - 1 = 0$$

Po prawej stronie zostać ma tylko Y(s):

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

po rozłożeniu na ułamki:

$$Y(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

Dokonuję odwrotnej transformacji Laplace:

$$y_1 = e^{-t}\sin(t)(t)$$

Podstawiając za pochodne y(t) zera otrzymamy rozwiązanie wymuszone

$$2y(t) = 0$$

$$y_2(t) = 0$$

Rozwiązanie szczególne naszego równania

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = e^{-t}\sin(t)(t)$$

Zadanie 4

Z A J E B I Ś C I E