

## 基于 SABR 模型的期权波动率曲线套利策略

华泰期货研究院 量化组

罗剑

量化研究员

☎ 0755-23887993

✉ luojian@htgwf.com

从业资格号: F3029622

投资咨询号: Z0012563

**交易逻辑:** 同一标的物不同行权价、不同期限的期权之间价格差异很大,无法直接比较。通过定价公式将期权市场价格反解得到的隐含波动率,才能够代表期权的真实价值。而受多方面因素影响,由各个行权价构成的隐含波动率曲线往往并不平整,而波动率曲线的异常形态则代表着存在波动率套利的机会。

**策略设计:** 通过 SABR 模型刻画的隐含波动率与期权合约实际价格反算的隐含波动率进行对比,找到每日最被低估和高估的期权合约,分别买入和卖出。通过控制权利仓和义务仓的持仓数量,形成 delta 中性。策略不主动暴露各个希腊字母风险,因此既不会对标的物走势形成观点,也无需判断整体隐含波动率的走势,策略收益主要来源于隐含波动率被高、低估的期权向其真实价值的回归。

华泰期货研究院 量化组

杨子江

量化研究员

☎ 0755-23887993

✉ yangzijiang@htfc.com

**策略总体表现:** 策略回测区间为 2015 年 2 月 10 至 2017 年 10 月 30 日,累计收益率为 113.67% (单利,下同),年化收益为 41.33%,胜率为 65.6%,最大回撤为 3.91%。其中策略收益主要来源于 2015 年,当时期权市场尚不成熟,且极端行情频发,导致期权市场价格与理论价格的偏差较大,套利空间丰富。

从业资格号: F3034819

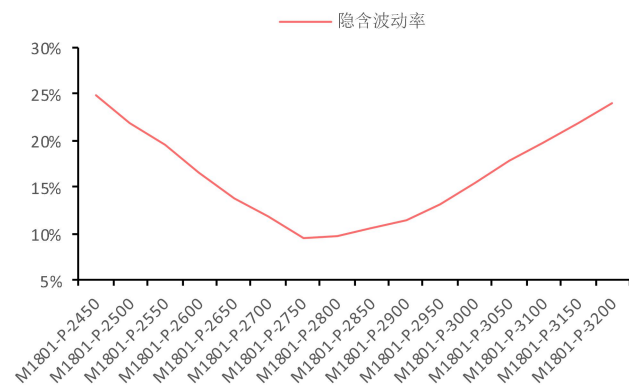
**分年度策略表现:** 2015 年年化收益 90.87%,最大回撤为 3.91%;2016 年年化收益 17.02%,最大回撤为 2.66%,2017 年年化收益 15.96%,最大回撤为 2.71%。各个年度胜率均在 60% 以上。进入到 2016 年之后,市场日趋成熟,多方套利资金涌入 50ETF 期权市场,套利策略收益显著降低,但高胜率、低回撤的期权策略,具备与传统 CTA 策略和 Alpha 策略较低的相关性,仍然值得作为策略配置的一个方向。

## 期权波动率曲线介绍

隐含波动率是将市场上的期权交易价格代入期权理论价格模型，反推出来的波动率数值。从理论上讲，反解出期权的隐含波动率并不困难。由于期权定价模型(如 BS 模型)给出了期权价格与五个基本参数(标的股价、执行价格、利率、到期时间、波动率)之间的定量关系，只要将其中前 4 个基本参数及期权的市场交易价格代入期权定价公式，就可以从中解出惟一的未知量——隐含波动率。

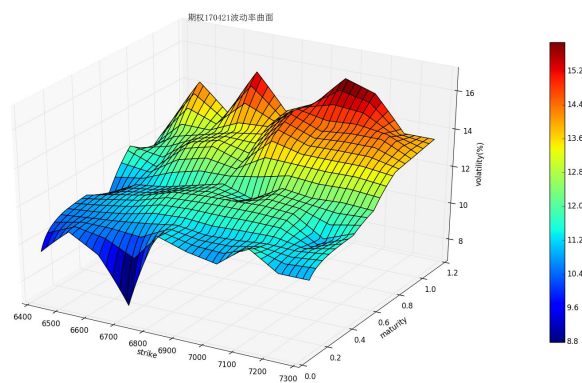
隐含波动率反映的是期权的估值水平。不同行权价、不同期限的期权之间价格差异很大，无法直接比较。通过定价公式将期权市场价格反解得到的隐含波动率，才能够代表期权的真实价值。根据 BS 模型的常数波动率假设，同种标定资产的期权应有相同的隐含波动率，但实证研究表明，同种标定资产、相同到期日的期权，协定价偏离现货价越多，隐含波动率往往越大。因隐含波动率曲线形似一个人微笑时两端上翘的嘴唇，又称其为“波动率微笑”。

图 1： 期权波动率曲线



数据来源：华泰期货研究院

图 2： 期权波动率曲面



数据来源：华泰期货研究院

## 期权定价模型介绍

### 1、Black Scholes Merton 模型的假设和介绍

BSM 模型作为期权定价领域的开山之作，属于经典且一直没有落伍的，但是在 BSM 模型的一些基本假设不满足的情况下(特别是关于波动率的假设)，需要对其进行修正。首先回顾一下 BSM 模型的假设：

- (1) 标的资产（Underlying asset）价格变化遵循几何 Brown 运动。

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

- (2) 无风险利率是常数；
- (3) 标的资产不支付股息；
- (4) 不支付交易费和税收；
- (5) 市场是完全的，不存在套利的。

标的资产和期权在无摩擦的环境下连续调仓对冲可以得到无风险组合，因此在未来的波动率已知并且无摩擦的环境下，如果可以连续调仓的话，那么期权价格的高估或者低估都是可以通过这种方法进行套利的。当然现实中不会无摩擦，也不是连续调仓，未来波动率也不可预知，但是如果期权价格与正常定价偏离达到一定程度，即考虑了这些不利因素以后，依然偏离较大，那么套利空间就出现了。

## 2、BSM 模型的局限性及其改进

BSM 模型的假定中很重要的一条是标的资产价格服从对数正态分布，但是实际情况并非如此。对上交所 50ETF 期权各个行权价的期权合约进行测算，通过期权价格反解其隐含波动率，我们会发现隐含波动率明显不是一个常数。

表 1.50ETF 期权价格及隐含波动率

隐含波动率	收盘价	成交量	合约名	购<行权价>沽	合约名	成交量	收盘价	隐含波动率
22.39%	0.278	3979	50ETF购11月2.60	2.6	50ETF沽11月2.60	1164	0.0004	22.27%
20.28%	0.2284	4107	50ETF购11月2.65	2.65	50ETF沽11月2.65	1521	0.0005	19.11%
17.53%	0.1789	12963	50ETF购11月2.70	2.7	50ETF沽11月2.70	3791	0.0008	16.47%
13.34%	0.129	26349	50ETF购11月2.75	2.75	50ETF沽11月2.75	10803	0.0012	13.31%
10.70%	0.0805	86626	50ETF购11月2.80	2.8	50ETF沽11月2.80	28231	0.002	9.97%
9.98%	0.039	191298	50ETF购11月2.85	2.85	50ETF沽11月2.85	93511	0.0095	9.18%
9.70%	0.0126	138040	50ETF购11月2.90	2.9	50ETF沽11月2.90	144266	0.0338	9.31%
10.56%	0.0034	41728	50ETF购11月2.95	2.95	50ETF沽11月2.95	55576	0.0743	9.54%
18.38%	0.2912	1851	50ETF购12月2.60	2.6	50ETF沽12月2.60	831	0.0018	15.27%
15.81%	0.2416	2627	50ETF购12月2.65	2.65	50ETF沽12月2.65	2209	0.0021	13.31%
13.38%	0.1923	4401	50ETF购12月2.70	2.7	50ETF沽12月2.70	5589	0.003	11.73%
12.14%	0.1458	6844	50ETF购12月2.75	2.75	50ETF沽12月2.75	9137	0.0053	10.55%
11.10%	0.1023	19141	50ETF购12月2.80	2.8	50ETF沽12月2.80	18847	0.0114	9.95%
10.59%	0.0656	36619	50ETF购12月2.85	2.85	50ETF沽12月2.85	22589	0.0243	9.68%
10.28%	0.0375	47762	50ETF购12月2.90	2.9	50ETF沽12月2.90	25178	0.0465	9.55%
10.30%	0.0196	36176	50ETF购12月2.95	2.95	50ETF沽12月2.95	9754	0.0791	9.65%

数据来源：Wind 华泰期货研究院

在现实情况不满足 BSM 模型假定的情况下，有两种改进方法，一种是在为模型输入参数的时候考虑到这些违反假设的情况，给一个更大或者更小的输入值。另一种就是建立修正模型。

对隐含波动率的修正模型基本分为两种研究思路：一种是对隐含波动率建立模型，是假设隐含波动率为行权价和剩余期限的确定函数；另一种思路是基于标的资产服从几何布朗运动的假设进行改进，对标的资产回报的过程建立模型。

### 3、SABR 随机波动率模型

SABR 模型是由 Hagan[1]在 2002 年提出的一种随机波动率模型，在抛弃了原始的 BSM 模型中对于波动率为某一常数的假定，假设隐含波动率同样是符合几何布朗运动的，并且将隐含波动率设定为标的价格和合约行权价的函数，结合了隐含波动率修正模型的两种思路（随机波动率模型和局部波动率模型），更为准确的动态刻画出吻合市场特征的隐含波动率曲线。

SABR 模型假设波动率是对数正态分布的，并且在定价方程里面加入了 CEV 模型。这样使得模型估计的隐含波动率由两部分组成，一部分是 CEV 的可预测的部分，而另一部分是在随机波动率模型中的随机的部分。模型对于波动率微笑的拟合以及对冲的效果都比较好，但是解极其复杂，且是有限阶的逼近解。该模型在业界非常流行，但是由于参数比较多，且互相之间有隐含关联，使得有些参数例如 beta 的估计和经济含义难以得到有效的解释，以及存在近似解的准确性等问题，因此也会存在需要改进的地方。

$$\begin{aligned} \text{假设条件为: } d\hat{F} &= \hat{\alpha}\hat{F}^\beta dW_1 \\ d\hat{\alpha} &= v\hat{\alpha}dW_2 \\ dW_1dW_2 &= \rho dt \\ \hat{F}(0) &= F \\ \hat{\alpha}(0) &= \alpha \end{aligned}$$

SABR 模型抛弃了原始的 BSM 模型中对于波动率为某一常数的假定，将隐含波动率设定为标的价格和合约行权价的函数，将标的物远期价格 F 和波动率  $\alpha$  都分别作为一个随机过程，两个随机过程之间是相关的，相关系数为  $\rho$ 。

模型中因子 F、 $\alpha$  是随机的，参数  $\beta$ ,  $u$ ,  $\rho$  为常数；其中  $\alpha$  是类波动率参数，与平值期权隐含波动率有函数关系， $u$  代表波动率的波动率，表示波动率的聚集状态。而  $\beta$  则决定了标的价格与平值隐含波动率的关系。当  $\beta \rightarrow 1$  时，该随机模型接近对数正态， $\beta \rightarrow 0$  时，该随机模型则接近正态分布。我们根据多方研究结果与测试，将  $\beta$  暂定为 0.5。

模型计算公式：

$$\sigma_B(F, K) = \frac{\alpha \left\{ 1 + \left[ \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\alpha^2}{(FK)^{1-\beta}} + \frac{1}{4} \frac{\rho\beta v \alpha}{(FK)^{(1-\beta)/2}} + \frac{2-3\rho^2}{24} v^2 \right] T + \dots \right\}}{(FK)^{(1-\beta)/2} \left\{ 1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \log^2(F/K) + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \log^4(F/K) + \dots \right\}} \left( \frac{z}{x(z)} \right)$$

$$z = \frac{v}{\alpha} (FK)^{(1-\beta)/2} \log(F/K)$$

$$x(z) = \log \left\{ \frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho} \right\}$$

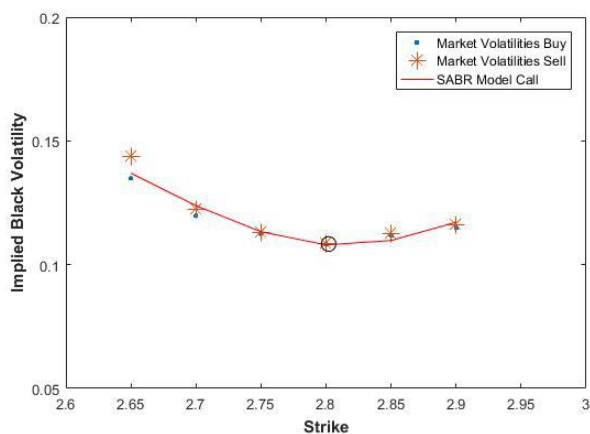
F 代表标的物资产远期价格。

$\alpha$  代表现在的平值期权隐含波动率参数。

K 代表期权合约行权价。

T 代表期权合约剩余期限。

图 3： SABR 模型刻画隐含波动率曲线



数据来源：华泰期货研究院

## 隐含波动率曲线套利策略框架

### 1、交易逻辑

同一标的物不同行权价、不同期限的期权之间价格差异很大，无法直接比较。通过定价公式将期权市场价格反解得到的隐含波动率，才能够代表期权的真实价值。而受多方面因素影响，由各个行权价构成的隐含波动率曲线往往并不平整，而波动率曲线的异常形态则代表着存在波动率套利的机会。



基于期权平价公式的无风险套利，对于电脑硬件及网络速度的要求非常高，对手续费和冲击成本十分敏感，交易机会较少且实际操作难度大。因此我们选用理论套利的方式，在承担较低风险的情况下，通过随机波动率模型刻画更为平整的隐含波动率曲线，并与实际波动率曲线进行比较，在不同行权价同时买/卖隐含波动率低/高估的期权合约。

表 1.50ETF 期权价格及隐含波动率

合约代码	行权价	剩余期限	买1价	卖1价	买1价IV	卖1价IV	SABR_IV	低估比例	高估比例
OP10000847	2.45	33	0.3154	0.3158	25.24	25.67	23.88	-5.70%	-7.48%
OP10000855	2.5	33	0.2646	0.2654	20.91	21.73	21.73	3.77%	-0.02%
OP10000913	2.55	33	0.2158	0.216	18.56	18.73	19.60	5.34%	4.48%
OP10000921	2.6	33	0.1685	0.1688	16.78	16.97	17.54	4.33%	3.28%
OP10000929	2.65	33	0.1231	0.1235	15.08	15.27	15.63	3.51%	2.34%
OP10000949	2.7	33	0.0837	0.0838	14.36	14.39	14.11	-1.73%	-1.98%
OP10000957	2.75	33	0.0531	0.0532	14.30	14.33	13.47	-6.14%	-6.36%
OP10000965	2.8	33	0.0311	0.0313	14.36	14.43	14.06	-2.14%	-2.58%
OP10000981	2.85	33	0.0175	0.0177	14.75	14.82	15.48	4.73%	4.23%

数据来源：Wind 华泰期货研究院

## 2、策略设计

每日收盘前，通过 SABR 模型刻画的隐含波动率与期权合约实际价格反算的隐含波动率进行对比，找到每日最被低估和高估的期权合约，分别买入和卖出。通过控制权利仓和义务仓的持仓数量，形成 delta 中性。

策略收益主要来源于隐含波动率偏离正常值后的回归，策略不主动暴露其他希腊字母风险，但在构建持仓组合时，会被动承担少许的 gamma 或 vega 风险，当市场行情与暴露的风险正好反向时，会导致净值形成一定的回撤。

具体的回测方法为：

1.初始资金：100 万。

2.期权手续费：单边 1.5 元/张，双边 3 元/张，卖开免手续费。

3.策略信号：比较 SABR 估计波动率与期权买、卖价隐含波动率，当存在合约买一价隐含波动率大于 SABR 估计波动率时，记为存在波动率高估合约；当存在合约卖一价隐含波动率小于 SABR 估计波动率时，记为存在波动率低估合约；当两者均存在时，信号记为 1，当两者均不存在或仅存在一方时，信号记为 0。

4.合约选择：优先选择当月合约，若当月合约距离行权日小于 7 个自然日时，换至下月合约。同时剔除 delta 大于 0.9 和小于 0.1 的深度实值/虚值合约以及收盘价低于 0.01 元的低价值合约。

5.开仓操作：当策略信号为 1 的情况下，选出隐含波动率上下偏离最大的两个合约。若昨日没有持仓，则新开仓进行交易；若选出合约为昨日持仓合约则继续持有；若与昨日持仓合约不同，则平掉昨日持仓合约，买/卖今日所选合约。

6.平仓操作：当存在持仓合约且当日信号为 0 时，平掉持仓合约；当信号为 1 但选出合约与持仓不同时，平掉原有持仓。（考虑到期权合约间的相互对冲，未设定止损。）

7.交易数量：固定买入低估期权 100 张，卖出高估期权数量为 100 乘以买入期权合约的 Delta 除以卖出期权合约的 Delta ( $=100 \times \Delta_{Buy} / \Delta_{Sell}$ )，形成 Delta 中性。

### 3、策略表现

回测区间为 2015 年 2 月 10 至 2017 年 10 月 30 日，策略累计收益率为 113.67%（单利，下同），年化收益为 41.33%。主要利润来源于 2015 年，当时期权市场尚不成熟，且极端行情频发，导致期权市场价格与理论价格的偏差较大，套利空间丰富。

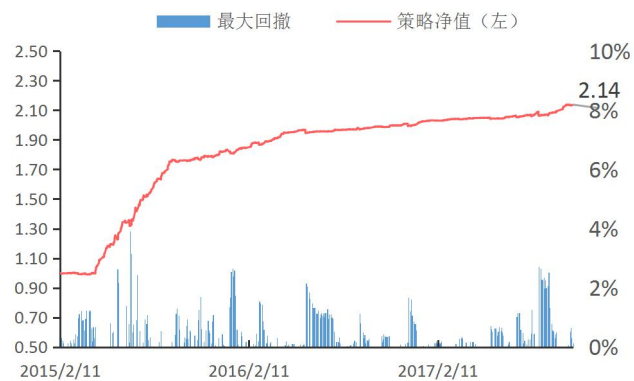
分年度观察策略表现的话，2015 年年化收益 90.87%，最大回撤为 3.91%；2016 年年化收益 17.02%，最大回撤为 2.66%，2017 年年化收益 15.96%，最大回撤为 2.71%。各个年度胜率均在 60% 以上。

表 2.策略分年度策略表现情况

年度	累计收益率	年化收益率	最大回撤率	胜率	收益回撤比
2015	83.33%	90.87%	3.91%	67.94%	23.21
2016	16.97%	16.97%	2.66%	65.45%	6.38
2017	13.37%	15.96%	2.71%	62.82%	5.87
总体	113.67%	41.33%	3.91%	65.60%	10.57

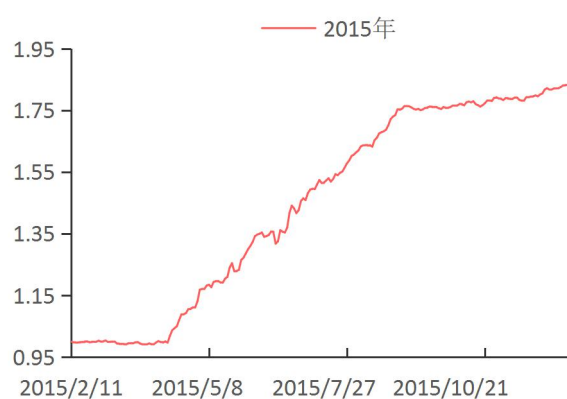
数据来源：华泰期货研究院

图 4： 策略总体净值曲线与回撤



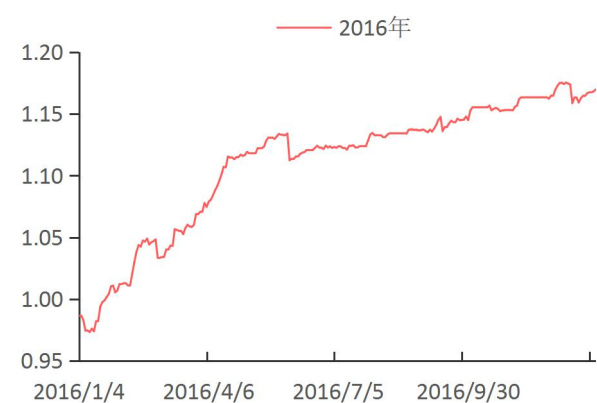
数据来源：华泰期货研究院

图 5： 2015 年策略回测净值曲线



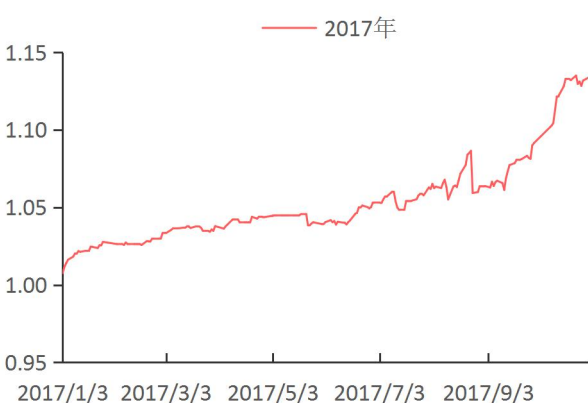
数据来源：华泰期货研究院

图 6： 2016 年策略回测净值曲线



数据来源：华泰期货研究院

图 7： 2017 年策略回测净值曲线



数据来源：华泰期货研究院

#### 4、回撤分析

策略在回测过程中，虽然构建在 delta 中性的前提下，但会被动的暴露少许的 gamma 和 vega 风险，当市场行情出现大幅波动，而持仓组合的 gamma 又正好为负时，策略将遭受行情波动带来的 gamma 损失；当隐含波动率曲线出现向上或向下的显著平移时，而持仓组合暴露的 vega 正好与隐含波动率运动方向相背离时，也会在一定程度上收到 vega 损失。

在 50ETF 期权波动率套利策略接近三年的回测区间中，我们找到了单日回撤最大的两次，并对其进行了相对细致的分析。

2015 年 6 月 26 日：当日持仓情况为：买入 100 张 50ETFCall2.95、卖出 385 张 50ETFCall3.30，delta 中性的前提下，暴露了一定程度的 gamma 风险。当日 50ETF 由 3.018 大跌 7.98% 至 2.919，负 gamma 导致 delta 转为正，带动净值回撤 2.46%。

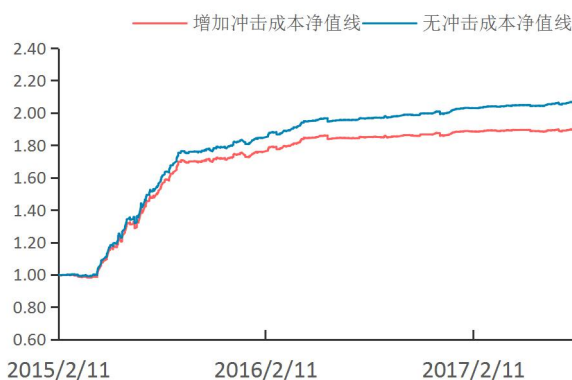


2017年8月25日：当日持仓为：买入100张50ETFCall2.65、卖出252张50ETFCall2.75，希腊字母为 $-\gamma$ ， $+\theta$ ， $-\nu$ 。当日50ETF由2.698大涨2.19%至2.757，隐含波动率由12.78涨至13.85， $\gamma$ 和 $\nu$ 都带来了显著的负收益。买入期权盈利5.96万，卖出期权亏损8.19万，净亏损2.23万元。

## 5、交易费用敏感性分析

波动率套利策略交易频率相对较高，受手续费和冲击成本影响较大。增加双边2元/张的滑点后，交易费用从双边3元/张增加至5元/张，净值曲线出现显著下行。2015年、2016年和2017年的年化收益率分别由90.87%、16.97%和15.96%下降至82.28%、11.16%和10.84%。

图 8： 增加冲击成本后策略净值曲线



数据来源：华泰期货研究院

测试结果反映，策略对于交易费用较为敏感，而对于大规模资金而已，计提2元/张的冲击成本往往并不能有效的覆盖交易中实际产生的滑点。而进一步将交易费用提升至10元/张后，2016、2017年便难以取得可观的收益了。

## 6、策略完善方向

从曲线到曲面：在测试过程中仅选用了当月合约的行权价结构套利，而事实上在整个波动率曲面上，无论是各个月份合约的行权价结构，还是期权的期限结构，都存在可以套利的空间，通过扩大交易合约的种类，一定程度上能够起到分散资金和控制回撤的作用。

从日线级别到分钟级别：在测试模型有效性的过程中，为了简化测试流程，仅选用了收盘时点的数据进行建模和套利，但实际交易过程中，在硬件和网络支持的情况下，可以做到在开市的任一时点进行高、低估期权合约的扫描，对大资金而言，则可以通过将资金分成若干份，选择在一天的若干个时点进行交易，进一步减轻对于市场的冲击。

通过在时间和空间两个维度的扩展，策略资金容量可以获得进一步的提升，对市场的冲击也能进一步的缩小，并且伴随着期权市场成交活跃度的与日俱增，市场自身的容量和交易成本的问题也在不断改善。

## 结论

运用 SABR 模型，可以在市场中更为准确拟合波动率曲面，无论是对于投机还是做市，都具有一定的指导意义。为方便回测，本项研究中仅运用当月期权合约的收盘行情对隐含波动率曲线进行刻画和套利，但实际上在开市的任一时点都能够运用 SABR 模型对任一期限和任一行权价的期权合约进行计算，形成整个波动率曲面的估计，不仅能在行权价结构上进行套利，同样能在期权的期限结构上形成套利。

在 2015 年股灾期间，市场恐慌情绪严重，加之期权市场尚不成熟，隐含波动率出现多次显著偏差，为该套利策略提供了较高的收益。但进入到 2016 年之后，市场日趋成熟，多方套利资金涌入 50ETF 期权市场，套利策略收益显著降低。但高胜率、低回撤的期权策略，具备与传统 CTA 策略和 Alpha 策略较低的相关性，仍然值得作为策略配置的一个方向。

## ● 免责声明

此报告并非针对或意图送发给或为任何就送发、发布、可得到或使用此报告而使华泰期货有限公司违反当地的法律或法规或可致使华泰期货有限公司受制于的法律或法规的任何地区、国家或其它管辖区域的公民或居民。除非另有显示，否则所有此报告中的材料的版权均属华泰期货有限公司。未经华泰期货有限公司事先书面授权下，不得更改或以任何方式发送、复印此报告的材料、内容或其复印本予任何其它人。所有于此报告中使用的商标、服务标记及标记均为华泰期货有限公司的商标、服务标记及标记。

此报告所载的资料、工具及材料只提供给阁下作查照之用。此报告的内容并不构成对任何人的投资建议，而华泰期货有限公司不会因接收人收到此报告而视他们为其客户。

此报告所载资料的来源及观点的出处皆被华泰期货有限公司认为可靠，但华泰期货有限公司不能担保其准确性或完整性，而华泰期货有限公司不对因使用此报告的材料而引致的损失而负任何责任。并不能依靠此报告以取代行使独立判断。华泰期货有限公司可发出其它与本报告所载资料不一致及有不同结论的报告。本报告及该等报告反映编写分析员的不同设想、见解及分析方法。为免生疑，本报告所载的观点并不代表华泰期货有限公司，或任何其附属或联营公司的立场。

此报告中所指的投资及服务可能不适合阁下，我们建议阁下如有任何疑问应咨询独立投资顾问。此报告并不构成投资、法律、会计或税务建议或担保任何投资或策略适合或切合阁下个别情况。此报告并不构成给予阁下私人咨询建议。

华泰期货有限公司2017版权所有。保留一切权利。

## ● 公司总部

地址：广州市越秀区东风东路761号丽丰大厦20层

电话：400-6280-888

网址：[www.htfc.com](http://www.htfc.com)