

## 2η Υποχρεωτική Εργασία Στο Μάθημα της Αριθμητικής Ανάλυσης: Άσκηση 7

Ονοματεπώνυμο: Μπαρακλilής Ιωάννης  
ΑΕΜ: 3685

4 Ιανουαρίου 2021

### 1 Επιλογή εταιριών μετοχών

Ως εταιρίες μετοχών επιλέγω τις εταιρίες Ελλάδος (Τράπεζα της-), με σύμβολο ΕΛΛ, και την ΕΛΙΝΟΪΛ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΩΝ Α.Ε., με σύμβολο ΕΛΙΝ. Η ημέρα των γενεθλίων μου στο 2020 ήταν στις 2 Οκτωβρίου, επομένως πρέπει να προσεγγίσω την τιμή της κάθε μετοχής στην κοντινότερη στις 2 Οκτωβρίου τιμή κλεισίματος, του χρηματιστηρίου που ήταν στις 5 Οκτωβρίου, με βάση τις προηγούμενες 10 τιμές κλεισίματος. Επίσης, η 5η συνεδρίαση μετά από εκείνη των γενεθλίων γίνεται στις 09/10/2020

Για την μετοχή με σύμβολο ΕΛΛ έχω τιμές κλεισίματος:

- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,5600
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1600
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,4000
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3400
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2800
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3600
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1400

- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2200
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,0000
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2000

Τέλος, στο κλείσιμο στις 5/10/2020, που θέλω να προσεγγίσω, έχω τιμή μετοχής 13,3000

Για την μετοχή με σύμβολο ELIN έχω τιμές κλεισίματος:

- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4500
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4500
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,5100
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4100
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,3700
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,3700
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4100
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4100
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4100
- Στο κλείσιμο του χρηματιστηρίου στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 1,4700

Τέλος, στο κλείσιμο στις 5/10/2020, που θέλω να προσεγγίσω, έχω τιμή μετοχής 1,4300

## 2 Υλοποίηση

Το ζητούμενο υλοποιείται προγραμματιστικά στην γλώσσα python (3.7) στο αρχείο με όνομα `stock_approximation.py` το οποίο φαίνεται παρακάτω:

```
def least_squares(A, b):
    AT = matrix_transposition(A)

    AT_A = matrix_multiplication(AT, A)
    AT_b = matrix_vector_multiplication(AT, b)

    return solve_system(AT_A, AT_b)

def approximate_function_with_least_squares(function_points,
    polynomial_degree):
    A = [[0.0 for j in range(polynomial_degree + 1)] for i in
        range(len(function_points))]
    b = [0.0 for i in range(len(function_points))]

    for i in range(len(function_points)):
        for j in range(polynomial_degree + 1):
            A[i][j] = function_points[i][0] ** j
            b[i] = function_points[i][1]

    return least_squares(A, b)

def calculate_polynomial(coefficients, x):
    x_power = 1

    result = 0

    for c in coefficients:
        result += c * x_power
        x_power *= x

    return result

def matrix_multiplication(lhs_matrix, rhs_matrix):
    result = [[0.0 for j in range(len(rhs_matrix[0]))] for i in
        range(len(lhs_matrix))]
```

```

    for i in range(len(lhs_matrix)):
        for k in range(len(rhs_matrix[0])):
            for j in range(len(rhs_matrix)):
                result[i][k] += lhs_matrix[i][j] * rhs_matrix[j]
                    [k]

    return result

def matrix_transposition(matrix):
    transposed = [[0.0 for j in range(len(matrix))] for i in
        range(len(matrix[0]))]

    for i in range(len(matrix)):
        for j in range(len(matrix[i])):
            transposed[j][i] = matrix[i][j]

    return transposed

def swap_rows(matrix, row1, row2):
    temp = matrix[row1]
    matrix[row1] = matrix[row2]
    matrix[row2] = temp

def pivot_matrix(matrix, pivot, P):
    max_row_element_pos = pivot
    for i in range(pivot + 1, len(matrix)):
        if abs(matrix[i][pivot]) > abs(matrix[
            max_row_element_pos][pivot]):
            max_row_element_pos = i

    swap_rows(matrix, pivot, max_row_element_pos)
    swap_rows(P, pivot, max_row_element_pos)

def matrix_vector_multiplication(matrix, vector):
    result = [0 for i in range(len(matrix))]

    for i in range(len(matrix)):
        for j in range(len(matrix[0])):
            result[i] += matrix[i][j] * vector[j]

```

```

    return result

def PLU(A):
    P = []
    U = []
    for rowNumber, row in enumerate(A):
        U.append(row)
        P.append(0)
        for element in row:
            U[rowNumber].append(element)
            P[rowNumber].append(0)

    for r in range(len(U)):
        P[r][r] = 1

    for row_number in range(len(U) - 1):
        pivot_matrix(U, row_number, P)
        for other_row_num in range(row_number + 1, len(U)):
            U[other_row_num][row_number] = U[other_row_num][
                row_number] / U[row_number][row_number]
            for col_number in range(row_number + 1, len(U)):
                U[other_row_num][col_number] = U[other_row_num][
                    col_number] - (U[other_row_num][row_number])
                    * U[row_number][col_number]

    L = [[0 for i in range(len(U))] for j in range(len(U))]
    for i in range(len(U)):
        L[i][i] = 1
    for i in range(len(U)):
        for j in range(len(U)):
            if i > j:
                L[i][j] = U[i][j]
                U[i][j] = 0

    return P, L, U

def solve_system(A, b):
    P, L, U = PLU(A)

    Pb = matrix_vector_multiplication(P, b)

    y = [0.0 for i in range(len(Pb))]

```

```

for i in range(len(L)):
    y[i] = Pb[i]
    for j in range(len(L)):
        if j == i:
            continue

        y[i] -= L[i][j] * y[j]
    y[i] = y[i] / L[i][i]

x = [0.0 for i in range(len(y))]

for i in range(len(U) - 1, -1, -1):
    x[i] = y[i]
    for j in range(len(U)):
        if j == i:
            continue

        x[i] -= U[i][j] * x[j]
    x[i] = x[i] / U[i][i]

return x

def main():
    print("Results for ELL stock:\n")

    ELL_stock = [
        [0, 13.5600],
        [1, 13.1600],
        [2, 13.4000],
        [3, 13.3400],
        [4, 13.2800],
        [5, 13.3600],
        [6, 13.1400],
        [7, 13.2200],
        [8, 13.0000],
        [9, 13.2000],
    ]
    ELL_stock_dates = [
        [18, 9, 2020],
        [21, 9, 2020],
        [22, 9, 2020],
        [23, 9, 2020],
    ]

```

```

        [24, 9, 2020],
        [25, 9, 2020],
        [28, 9, 2020],
        [29, 9, 2020],
        [30, 9, 2020],
        [1, 10, 2020]
    ]

    print("-----Second degree polynomial results-----\n")

    ELL_2nd_degree_approximation_coefficients =
        approximate_function_with_least_squares(ELL_stock, 2)

    print("ELL stock close approximation polynomial: {:.f}x^2+{:.f}x+{:.f}\n".format(
        ELL_2nd_degree_approximation_coefficients[2],
        ELL_2nd_degree_approximation_coefficients[1],
        ELL_2nd_degree_approximation_coefficients[0]))

    max_absolute_prediction_error = -1

    print("Close price predictions of available data:")
    for i in range(len(ELL_stock)):
        approximate_value = calculate_polynomial(
            ELL_2nd_degree_approximation_coefficients, i)
        absolute_prediction_error = abs(ELL_stock[i][1] -
            approximate_value)

        if absolute_prediction_error >
            max_absolute_prediction_error:
            max_absolute_prediction_error =
                absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate:{:d}/{:d}/{:d}: predicted {:.f}, was
            actually {:.f}, with difference absolute error =
            {:.f}".format(
                ELL_stock_dates[i][0], ELL_stock_dates[i][1],
                ELL_stock_dates[i][2], approximate_value,
                ELL_stock[i][1],
                absolute_prediction_error
            ))

    print("Maximum absolute prediction error is {:.f}\n".format(
        max_absolute_prediction_error))

```

```

print("Prediction of day closest to birthday close price:")
approximate_value = calculate_polynomial(
    ELL_2nd_degree_approximation_coefficients, 11)
print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {f}, with
    actual value being: {f} and absolute error: {f}".
    format(
        approximate_value, 13.3000, abs(13.3000 -
            approximate_value)
    ))
print()

approximate_value = calculate_polynomial(
    ELL_2nd_degree_approximation_coefficients, 15)
print("Close price prediction five days beyond available
    data (in 09/10/2020): {f}, with actual value being: {f}
    and absolute error: {f}".format(
        approximate_value, 13.4800, abs(13.4800 -
            approximate_value)))
print()

print("-----Third degree polynomial results-----\n")

ELL_3rd_degree_approximation_coefficients =
    approximate_function_with_least_squares(ELL_stock, 3)

print("ELL stock close approximation polynomial: {f}x^3+
    {f}x^2+{f}x+{f}\n".format(
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients[3],
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients[2],
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients[1],
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients[0]))

max_absolute_prediction_error = -1
print("Close price predictions of available data:")
for i in range(len(ELL_stock)):
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients, i)
    absolute_prediction_error = abs(ELL_stock[i][1] -
        approximate_value)

    if absolute_prediction_error >
        max_absolute_prediction_error:
            max_absolute_prediction_error =

```



```

        absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate_{:d}/{:d}/{:d}: predicted_{:f}, was
        actually_{:f}, with difference absolute error=
        {:f}".format(
            ELL_stock_dates[i][0], ELL_stock_dates[i][1],
            ELL_stock_dates[i][2], approximate_value,
            ELL_stock[i][1],
            absolute_prediction_error
        ))
    print("Maximum absolute prediction error is{:f}\n".format(
        max_absolute_prediction_error))

    print("Prediction of day closest to birthday close price:")
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients, 11)
    print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {:f}, with
    actual value being: {:f} and absolute error{:f}".
    format(
        approximate_value, 13.3000, abs(13.3000 -
        approximate_value)
    ))
    print()

    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELL_3rd_degree_approximation_coefficients, 15)
    print("Close price prediction five days beyond available
    data (in 09/10/2020): {:f}, with actual value being: {:f}
    and absolute error{:f}".format(
        approximate_value, 13.4800, abs(13.4800 -
        approximate_value)))
    print()

    print("-----Fourth degree polynomial results-----\n")

    ELL_4th_degree_approximation_coefficients =
        approximate_function_with_least_squares(ELL_stock, 4)

    print("ELL stock close approximation polynomial: {:f}x^4+
    {:f}x^3+{:f}x^2+{:f}x+{:f}\n".format(
        ELL_4th_degree_approximation_coefficients[4],
        ELL_4th_degree_approximation_coefficients[3],
        ELL_4th_degree_approximation_coefficients[2],

```

```

        ELL_4th_degree_approximation_coefficients[1],
        ELL_4th_degree_approximation_coefficients[0]))

max_absolute_prediction_error = -1
print("Close_price_predictions_of_available_data:")
for i in range(len(ELL_stock)):
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELL_4th_degree_approximation_coefficients, i)
    absolute_prediction_error = abs(ELL_stock[i][1] -
        approximate_value)

    if absolute_prediction_error >
        max_absolute_prediction_error:
        max_absolute_prediction_error =
            absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate_{:d}/{:d}/{:d}: predicted_{:f}, was
        actually_{:f}, with difference absolute error =
        {:f}".format(
            ELL_stock_dates[i][0], ELL_stock_dates[i][1],
            ELL_stock_dates[i][2], approximate_value,
            ELL_stock[i][1],
            absolute_prediction_error
        ))
print("Maximum absolute prediction error is{:f}\n".format(
    max_absolute_prediction_error))

print("Prediction of day closest to birthday close price:")
approximate_value = calculate_polynomial(
    ELL_4th_degree_approximation_coefficients, 11)
print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {:f}, with
    actual value being: {:f} and absolute error{:f}".
    format(
        approximate_value, 13.3000, abs(13.3000 -
            approximate_value)
    ))
print()

approximate_value = calculate_polynomial(
    ELL_4th_degree_approximation_coefficients, 15)
print("Close price prediction five days beyond available
    data (in 09/10/2020): {:f}, with actual value being:
    {:f} and absolute error{:f}".format(

```

```

        approximate_value, 13.4800, abs(13.4800 -
            approximate_value)))
print()

print("\n=====")
print("Results for ELIN stock:")
print("=====\n")

ELIN_stock = [
    [0, 1.4500],
    [1, 1.4500],
    [2, 1.5100],
    [3, 1.4100],
    [4, 1.3700],
    [5, 1.3700],
    [6, 1.4100],
    [7, 1.4100],
    [8, 1.4100],
    [9, 1.4700],
]
ELIN_stock_dates = [
    [18, 9, 2020],
    [21, 9, 2020],
    [22, 9, 2020],
    [23, 9, 2020],
    [24, 9, 2020],
    [25, 9, 2020],
    [28, 9, 2020],
    [29, 9, 2020],
    [30, 9, 2020],
    [1, 10, 2020]
]

print("-----Second degree polynomial results-----\n")

ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients =
    approximate_function_with_least_squares(ELIN_stock, 2)

print("ELIN stock close approximation polynomial: {:.f}x^2 +
    {:.f}x + {:.f}\n".format(
        ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients[2],
        ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients[1],
        ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients[0]))

```

```

max_absolute_prediction_error = -1
print("Close_price_predictions_of_available_data:")
for i in range(len(ELIN_stock)):
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients, i)
    absolute_prediction_error = abs(ELIN_stock[i][1] -
        approximate_value)

    if absolute_prediction_error >
        max_absolute_prediction_error:
        max_absolute_prediction_error =
            absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate_{:d}/{:d}/{:d}: predicted_{:f}, was
        actually_{:f}, with difference absolute_error=
        {:f}".format(
            ELIN_stock_dates[i][0], ELIN_stock_dates[i][1],
            ELIN_stock_dates[i][2], approximate_value,
            ELIN_stock[i][1],
            absolute_prediction_error
        ))
print("Maximum absolute prediction error is{:f}\n".format(
    max_absolute_prediction_error))

print("Prediction of day closest to birthday close price:")
approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients, 11)
print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {:f}, with
    actual value being: {:f} and absolute error: {:f}".
    format(
        approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
            approximate_value)
    ))
print()

approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_2nd_degree_approximation_coefficients, 15)
print("Close price prediction five days beyond available
    data (in 09/10/2020): {:f}, with actual value being: {:f}
    and absolute error: {:f}".format(
        approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
            approximate_value)))
print()

```

```

print("-----Third degree polynomial results-----\n")

ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients =
    approximate_function_with_least_squares(ELIN_stock, 3)

print("ELIN stock close approximation polynomial: {f}x^3+
      {f}x^2+{f}x+{f}\n".format(
        ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients[3],
        ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients[2],
        ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients[1],
        ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients[0]))

max_absolute_prediction_error = -1
print("Close price predictions of available data:")
for i in range(len(ELIN_stock)):
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients, i)
    absolute_prediction_error = abs(ELIN_stock[i][1] -
        approximate_value)

    if absolute_prediction_error >
        max_absolute_prediction_error:
        max_absolute_prediction_error =
            absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate {d}/{d}/{d}: predicted {f}, was
          actually {f}, with difference absolute error={f}
          {f}".format(
            ELIN_stock_dates[i][0], ELIN_stock_dates[i][1],
            ELIN_stock_dates[i][2], approximate_value,
            ELIN_stock[i][1],
            absolute_prediction_error
        ))
print("Maximum absolute prediction error is {f}\n".format(
    max_absolute_prediction_error))

print("Prediction of day closest to birthday close price:")
approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients, 11)
print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {f}, with
      actual value being: {f} and absolute error {f}".
      format(

```

```

        approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
            approximate_value)
    ))
print()

approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_3rd_degree_approximation_coefficients, 15)
print("Close_price_prediction_five_days_beyond_available_
data_(in_09/10/2020):_{:f},_with_actual_value_being:_{:f}:
f}_and_absolute_error_{:f}".format(
    approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
        approximate_value)))
print()

print("-----Fourth_degree_polynomial_results-----\n")

ELIN_4th_degree_approximation_coefficients =
    approximate_function_with_least_squares(ELIN_stock, 4)

print("ELIN_stock_close_approximation_polynomial:_{:f}x^4+_
_{:f}x^3+__{:f}x^2+__{:f}x+__{:f}\n".format(
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients[4],
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients[3],
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients[2],
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients[1],
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients[0]))

max_absolute_prediction_error = -1
print("Close_price_predictions_of_available_data:")
for i in range(len(ELIN_stock)):
    approximate_value = calculate_polynomial(
        ELIN_4th_degree_approximation_coefficients, i)
    absolute_prediction_error = abs(ELIN_stock[i][1] -
        approximate_value)

    if absolute_prediction_error >
        max_absolute_prediction_error:
        max_absolute_prediction_error =
            absolute_prediction_error

    print(
        "\tDate_{:d}/{:d}/{:d}:_predicted_{:f},_was_
        actually_{:f},_with_difference_absolute_error=_
        {:f}".format(

```

```

        ELIN_stock_dates[i][0], ELIN_stock_dates[i][1],
        ELIN_stock_dates[i][2], approximate_value,
        ELIN_stock[i][1],
        absolute_prediction_error
    ))
print("Maximum absolute prediction error is: {}".format(
    max_absolute_prediction_error))

print("Prediction of day closest to birthday close price:")
approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients, 11)
print("\tPrediction of stock in 5/10/2020: {}, with
    actual value being: {} and absolute error: {}".format(
        approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
        approximate_value)
    ))
print()

approximate_value = calculate_polynomial(
    ELIN_4th_degree_approximation_coefficients, 15)
print("Close price prediction five days beyond available
    data (in 09/10/2020): {}, with actual value being: {}
    f} and absolute error: {}".format(
        approximate_value, 1.4300, abs(1.4300 -
        approximate_value)))
print()

if __name__ == '__main__':
    main()

```

Στον παραπάνω κώδικα:

Αρχικά, ορίζονται οι συναρτήσεις `least_squares`, `approximate_function_with_least_squares`, `calculate_polynomial`, `matrix_multiplication`, `matrix_transposition`, `swap_rows`, `pivot_matrix`, `matrix_vector_multiplication`, `PLU`, `solve_system` οι οποίες συνολικά επιτρέπουν την προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων με πολυώνυμο μίας συνάρτησης με βάση έναν αριθμό σημείων μίας συνάρτησης χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `approximate_function_with_least_squares`. Οι συναρτήσεις αυτές, είναι πανομοιότυπες με εκείνες, με το ίδιο όνομα, που χρησιμοποιήθηκαν για την προσέγγιση του ημίτονου με ελάχιστα τετράγωνα στην άσκηση 5 της 2ης υποχρεωτικής εργασίας οπότε ο ορισμός τους και η αναλυτική περιγραφής τους παραλείπεται.

Παρά όλα αυτά είναι χρήσιμο να υπάρχουν οι ορισμοί των συναρτήσεων

`approximate_function_with_least_squares` και `calculate_polynomial` τις οποίες χρησιμοποιούμε άμεσα στο εκτελέσιμο τμήμα του κώδικα:

Η `approximate_function_with_least_squares` δέχεται ως όρισμα έναν διδιάστατο πίνακα όπου η κάθε γραμμή του αποτελεί ένα σημείο όπου στην πρώτη στήλη υπάρχει το  $x$  και στην άλλη το  $y$ , και την τάξη του πολυωνύμου και επιστρέφει έναν μονοδιάστατο πίνακα με τους συντελεστές του πολυωνύμου ίδιας τάξης με αυτή που δόθηκε στο όρισμα που αποτελεί την προσέγγιση με ελάχιστα τετράγωνα. Το κάθε στοιχείο που περιέχει ο πίνακας αυτός (που επιστρέφεται) αποτελεί τον συντελεστή στην αντίστοιχη θέση (δηλαδή το πρώτο στοιχείο (θέση 0) του πίνακα αντιστοιχεί στην σταθερά, το δεύτερο (θέση 1) αντιστοιχεί στον συντελεστή του  $x$ , το τρίτο (θέση 2), εφόσον το πολυώνυμο είναι δευτέρου βαθμού στον συντελεστή του  $x^2$ , κ.ο.κ.

Η `calculate_polynomial` δέχεται έναν πίνακα συντελεστών πολυωνύμου (όπου η θέση κάθε στοιχείου αντιστοιχεί στην δύναμη του αγνώστου) και έναν (πραγματικό) αριθμό  $x$  και υπολογίζει και επιστρέφει την τιμή του πολυωνύμου για το δοθέν σημείο.

Τέλος, ορίζεται η συνάρτηση `main`, που δεν δέχεται ορίσματα, η οποία χρησιμοποιεί τις συναρτήσεις `approximate_function_with_least_squares` και `calculate_polynomial` για να υπολογίσει τις προσεγγίσεις που ζητούνται από την άσκηση:

Αρχικά, ορίζει τον πίνακα `ELL_stock` ο οποίος περιέχει την τιμή της μετοχής (ΕΛΛ) σε κάθε συνεδρίαση και τον αριθμό της συνεδρίασης και είναι ένας πίνακας με 10 γραμμές (κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία μέρα κλεισίματος χρηματιστηρίου) και 2 στήλες. Στην πρώτη στήλη βρίσκεται το σημείο (του πολυωνύμου προσέγγισης που θα προκύψει αργότερα) που αντιστοιχεί στην τιμή μετοχής μίας μέρας κλεισίματος χρηματιστηρίου (η τιμή αυτή αντιστοιχεί στο πόσες συνεδριάσεις χρηματιστηρίου έχουν περάσει από την πρώτη μέρα των δεδομένων που έχω. Δηλαδή, στην πρώτη συνεδρίαση (στις 18/9/2020) έχω τιμή 0 στην δεύτερη (στις 19/9/2020) έχω 1, κ.ο.κ. για τις υπόλοιπες τιμές). Στην δεύτερη στήλη, υπάρχει η τιμή της μετοχής στον αντίστοιχο αριθμό συνεδρίασης.

Στην συνέχεια ορίζεται ο πίνακας `ELL_stock_dates` ο οποίος περιέχει την ημερομηνία συνεδρίασης που αντιστοιχεί στην κάθε τιμή κλεισίματος και έχει 10 γραμμές (κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μία μέρα κλεισίματος χρηματιστηρίου) και 3 στήλες. Στην πρώτη στήλη βρίσκεται η ημέρα, στην δεύτερη ο μήνας και στην τρίτη ο χρόνος, που αντιστοιχούν στην ημερομηνία κάθε συνεδρίασης.

Μετά, προσεγγίζεται η συνάρτηση που δίνει τις τιμές των μετοχών σε κάθε συνεδρίαση με πολυώνυμο 2ου βαθμού (το οποίο αργότερα εμφανίζεται) με προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων με την χρήση της συνάρτησης `approximate_function_with_least_squares` που δίνω ως όρισμα τα σημεία που ορίζονται



από τον πίνακα `ELL_stock` και 2 εφόσον θέλω προσέγγιση με πολυώνυμο 2ου βαθμού και αποθηκεύω το αποτέλεσμα, δηλαδή τους συντελεστές του πολυωνύμου 2ου βαθμού, και αρχικοποιώ την τιμή `max_absolute_prediction_error`, που θα αποθηκεύει την τιμή του μέγιστου απόλυτου σφάλματος των προσεγγίσεων των δεδομένων τιμών, σε -1 (ώστε αργότερα να ανατραπεί εφόσον το απόλυτο σφάλμα είναι μη αρνητικό).

Στην συνέχεια, για κάθε ένα σημείο του πίνακα `ELL_stock`, δηλαδή για κάθε μία τιμή μετοχής από τα δεδομένα, υπολογίζω και αποθηκεύω την προσέγγιση τιμής μετοχής σε κάθε συνεδρίαση χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `calculate_polynomial`, με ορίσματα τις τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου 2ου βαθμού που αποθήκευσα παραπάνω και το σημείο που αντιστοιχεί στην συνεδρίαση, υπολογίζω και αποθηκεύω το απόλυτο σφάλμα για την προσέγγιση της τιμής αυτής της συνεδρίασης και ενημερώνω (αν χρειάζεται) το μέγιστο απόλυτο σφάλμα και τέλος, εμφανίζω στην οθόνη την ημερομηνία της συνεδρίασης, την προσέγγιση/πρόβλεψη της τιμής μετοχής, την αναμενόμενη (πραγματική) τιμή και το απόλυτο σφάλμα που αποθήκευσα προηγουμένως. Τέλος, αφού υπολογίσω και εμφανίσω τα παραπάνω για κάθε συνεδρίαση, εμφανίζω την τιμή του μέγιστου απόλυτου σφάλματος.

Ακολουθώντας, υπολογίζω και εμφανίζω την πρόβλεψη για την τιμή μετοχής συνεδρίασης ημέρας κοντινότερης εκείνης των γενεθλίων μου (που γίνεται στις 5/10/2020) χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `calculate_polynomial`, με ορίσματα τις τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου 2ου βαθμού που αποθήκευσα παραπάνω και το σημείο που αντιστοιχεί στην συνεδρίαση (που εδώ είναι 11, εφόσον είναι η μέρα των γενεθλίων είναι η 10η συνεδρίαση μετά την πρώτη των δεδομένων και η κοντινότερη αυτής της μέρας των γενεθλίων είναι η αμέσως επόμενη δηλαδή η 11η στις 5/10) και εμφανίζω στην οθόνη την ημερομηνία της συνεδρίασης, την προσέγγιση/πρόβλεψη της τιμής μετοχής, την αναμενόμενη (πραγματική) τιμή (που γνωρίζω ότι είναι 13,3000) και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης.

Τέλος, προσεγγίζω (χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `calculate_polynomial`, με ορίσματα τις τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου 2ου βαθμού που αποθήκευσα παραπάνω και το σημείο που αντιστοιχεί στην συνεδρίαση (που εδώ είναι 15, εφόσον είναι 5 μέρες μετά την συνεδρίαση στην μέρα των γενεθλίων μου που είναι η 10η συνεδρίαση μετά την πρώτη των δεδομένων) ) και εμφανίζω στην οθόνη το αποτέλεσμα.

Ακολουθώντας, εκτελώ ίδια (με διαφορά ότι η συνάρτηση `calculate_polynomial` δέχεται ως δεύτερη παράμετρο το 3 ή 4 αντίστοιχα) την παραπάνω διαδικασία για πολυώνυμο 3ου και 4ου βαθμού.

Τέλος εκτελώ όλη την παραπάνω διαδικασία (υπολογισμό και εμφάνισης δε-

δομένων προσεγγίσεων με πολυώνυμο 2ου, 3ου και 4ου βαθμού) με διαφορές ότι αντί των πινάκων ELL\_stock και ELL\_stock\_dates έχω τους πίνακες E-LIN\_stock και ELIN\_stock\_dates που ορίζουν τα αντίστοιχα δεδομένα με τους πίνακες που αντικαθιστούν όμως για την μετοχή ELIN.

Αν εκτελέσουμε το παραπάνω αρχείο θα έχουμε ως αποτελέσματα:

```
Results for ELL stock:

-----Second degree polynomial results-----

ELL stock close approximation polynomial: 0.000985x^2 + -0.043894x + 13.435455

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 13.435455, was actually 13.560000, with difference absolute error = 0.124545
  Date 21/9/2020: predicted 13.392545, was actually 13.160000, with difference absolute error = 0.232545
  Date 22/9/2020: predicted 13.351696, was actually 13.480000, with difference absolute error = 0.048394
  Date 23/9/2020: predicted 13.312636, was actually 13.340000, with difference absolute error = 0.027364
  Date 24/9/2020: predicted 13.275636, was actually 13.280000, with difference absolute error = 0.004364
  Date 25/9/2020: predicted 13.240686, was actually 13.360000, with difference absolute error = 0.119394
  Date 28/9/2020: predicted 13.207545, was actually 13.140000, with difference absolute error = 0.067545
  Date 29/9/2020: predicted 13.176455, was actually 13.220000, with difference absolute error = 0.043545
  Date 30/9/2020: predicted 13.147333, was actually 13.000000, with difference absolute error = 0.147333
  Date 1/10/2020: predicted 13.120182, was actually 13.200000, with difference absolute error = 0.079818
Maximum absolute prediction error is 0.232545

Prediction of day closest to birthday close price:
  Prediction of stock in 5/10/2020 : 13.071788, with actual value being: 13.300000 and absolute error 0.228212

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): 12.998636, with actual value being: 13.480000 and absolute error 0.481364

-----Third degree polynomial results-----

ELL stock close approximation polynomial: -0.000260x^3 + 0.004499x^2 + -0.055894x + 13.442014

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 13.442014, was actually 13.560000, with difference absolute error = 0.117986
  Date 21/9/2020: predicted 13.390359, was actually 13.160000, with difference absolute error = 0.230359
  Date 22/9/2020: predicted 13.346140, was actually 13.480000, with difference absolute error = 0.053860
  Date 23/9/2020: predicted 13.307795, was actually 13.340000, with difference absolute error = 0.032205
  Date 24/9/2020: predicted 13.273762, was actually 13.280000, with difference absolute error = 0.006238
  Date 25/9/2020: predicted 13.242480, was actually 13.360000, with difference absolute error = 0.117520
  Date 28/9/2020: predicted 13.212387, was actually 13.140000, with difference absolute error = 0.072387
  Date 29/9/2020: predicted 13.181921, was actually 13.220000, with difference absolute error = 0.038079
  Date 30/9/2020: predicted 13.149520, was actually 13.000000, with difference absolute error = 0.149520
  Date 1/10/2020: predicted 13.113622, was actually 13.200000, with difference absolute error = 0.086378
Maximum absolute prediction error is 0.230359
```

```

Prediction of day closest to birthday close price:
  Prediction of stock in 5/10/2020 : 13.025091, with actual value being: 13.300000 and absolute error 0.274909

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): 12.737352, with actual value being: 13.480000 and absolute error 0.742648

-----Fourth degree polynomial results-----

ELL stock close approximation polynomial:  $0.001833x^4 + -0.033250x^3 + 0.189607x^2 + -0.385789x + 13.521189$ 

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 13.521189, was actually 13.560000, with difference absolute error = 0.038811
  Date 21/9/2020: predicted 13.293590, was actually 13.160000, with difference absolute error = 0.133590
  Date 22/9/2020: predicted 13.271364, was actually 13.400000, with difference absolute error = 0.128636
  Date 23/9/2020: predicted 13.320991, was actually 13.340000, with difference absolute error = 0.019009
  Date 24/9/2020: predicted 13.352937, was actually 13.280000, with difference absolute error = 0.072937
  Date 25/9/2020: predicted 13.321655, was actually 13.360000, with difference absolute error = 0.038345
  Date 28/9/2020: predicted 13.225583, was actually 13.140000, with difference absolute error = 0.085583
  Date 29/9/2020: predicted 13.107145, was actually 13.220000, with difference absolute error = 0.112855
  Date 30/9/2020: predicted 13.052751, was actually 13.000000, with difference absolute error = 0.052751
  Date 1/10/2020: predicted 13.192797, was actually 13.200000, with difference absolute error = 0.007203
Maximum absolute prediction error is 0.133590

Prediction of day closest to birthday close price:
  Prediction of stock in 5/10/2020 : 14.707727, with actual value being: 13.300000 and absolute error 1.497727

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): 30.960758, with actual value being: 13.480000 and absolute error 17.480758

=====
Results for ELIN stock:
=====

-----Second degree polynomial results-----

ELIN stock close approximation polynomial:  $0.003409x^2 + -0.034318x + 1.483273$ 

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 1.483273, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.033273
  Date 21/9/2020: predicted 1.452364, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.002364
  Date 22/9/2020: predicted 1.428273, was actually 1.510000, with difference absolute error = 0.081727
  Date 23/9/2020: predicted 1.411000, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.001000
  Date 24/9/2020: predicted 1.400545, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.030545
  Date 25/9/2020: predicted 1.396909, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.026909
  Date 28/9/2020: predicted 1.400091, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.009909
  Date 29/9/2020: predicted 1.410891, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.000891
  Date 30/9/2020: predicted 1.426909, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.016909
  Date 1/10/2020: predicted 1.450545, was actually 1.470000, with difference absolute error = 0.019455
Maximum absolute prediction error is 0.081727

Prediction of day closest to birthday close price:
  Prediction of stock in 5/10/2020 : 1.518273, with actual value being: 1.430000 and absolute error 0.088273

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): 1.735545, with actual value being: 1.430000 and absolute error 0.305545

-----Third degree polynomial results-----

ELIN stock close approximation polynomial:  $0.000952x^3 + -0.009441x^2 + 0.009561x + 1.459287$ 

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 1.459287, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.009287
  Date 21/9/2020: predicted 1.460359, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.010359
  Date 22/9/2020: predicted 1.440261, was actually 1.510000, with difference absolute error = 0.061739
  Date 23/9/2020: predicted 1.428704, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.018704
  Date 24/9/2020: predicted 1.407399, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.037399
  Date 25/9/2020: predicted 1.390056, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.020056
  Date 28/9/2020: predicted 1.382387, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.027613
  Date 29/9/2020: predicted 1.390103, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.019897
  Date 30/9/2020: predicted 1.418914, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.008914
  Date 1/10/2020: predicted 1.474531, was actually 1.470000, with difference absolute error = 0.004531
Maximum absolute prediction error is 0.061739

Prediction of day closest to birthday close price:
  Prediction of stock in 5/10/2020 : 1.689030, with actual value being: 1.430000 and absolute error 0.259030

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): 2.690988, with actual value being: 1.430000 and absolute error 1.260988

-----Fourth degree polynomial results-----

ELIN stock close approximation polynomial:  $-0.000323x^4 + 0.006774x^3 + -0.042107x^2 + 0.067778x + 1.445315$ 

Close price predictions of available data:
  Date 18/9/2020: predicted 1.445315, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.004685

```

```

Date 21/9/2020: predicted 1.477436, was actually 1.450000, with difference absolute error = 0.027436
Date 22/9/2020: predicted 1.461457, was actually 1.510000, with difference absolute error = 0.048543
Date 23/9/2020: predicted 1.426375, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.016375
Date 24/9/2020: predicted 1.393427, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.023427
Date 25/9/2020: predicted 1.376084, was actually 1.370000, with difference absolute error = 0.006084
Date 28/9/2020: predicted 1.380958, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.029042
Date 29/9/2020: predicted 1.403298, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.006702
Date 30/9/2020: predicted 1.435991, was actually 1.410000, with difference absolute error = 0.025991
Date 1/10/2020: predicted 1.468559, was actually 1.470000, with difference absolute error = 0.001441
Maximum absolute prediction error is 0.048543

Prediction of day closest to birthday close price:
Prediction of stock in 5/10/2020 : 1.376212, with actual value being: 1.430000 and absolute error 0.053788

Close price prediction five days beyond available data (in 09/10/2020): -0.524907, with actual value being: 1.430000 and absolute error 1.954907

```

### 3 Αποτελέσματα

#### 3.1 Αποτελέσματα για την μετοχή ΕΛΛ

Αν εκτελέσουμε τον αρχείο με τον κώδικα (παραπάνω στιγμιότυπα) θα έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα (με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων) για την μετοχή με σύμβολο ΕΛΛ:

Για πολυώνυμο 2ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 2ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $0,000985x^2 - 0,043894x + 13,435455$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,5600 αλλά πρόβλεψη 13,435455 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,124545
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1600 αλλά πρόβλεψη 13,392545 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,232545
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,4000 αλλά πρόβλεψη 13,351606 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,048394
- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3400 αλλά πρόβλεψη 13,312636 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,027364
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2800 αλλά πρόβλεψη 13,275636 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,004364
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3600 αλλά πρόβλεψη 13,240606 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,119394
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1400 αλλά πρόβλεψη 13,207545 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,067545
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2200 αλλά πρόβλεψη 13,176455 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,043545

- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,0000 αλλά πρόβλεψη 13,147333 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,147333
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2000 αλλά πρόβλεψη 13,120182 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,079818

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,232545

Ακολουθώντας, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την η-μέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 13,071788 με πραγματική τιμή να είναι το 13,3000 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 0,228212

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι 12,998636 με απόλυτο σφάλμα 0,481364 από την πραγματική 13,4800.

Για πολυώνυμο 3ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 3ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $-0,000260x^3 + 0,004499x^2 - 0,055894x + 13,442014$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,5600 αλλά πρόβλεψη 13,442014 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,117986
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1600 αλλά πρόβλεψη 13,390359 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,230359
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,4000 αλλά πρόβλεψη 13,346140 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,053860
- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3400 αλλά πρόβλεψη 13,307795 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,032205
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2800 αλλά πρόβλεψη 13,273762 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,006238
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3600 αλλά πρόβλεψη 13,242480 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,117520
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1400 αλλά πρόβλεψη 13,212387 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,072387
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2200 αλλά πρόβλεψη 13,181921 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,038079

- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,0000 αλλά πρόβλεψη 13,149520 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,149520
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2000 αλλά πρόβλεψη 13,113622 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,086378

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,230359

Ακολουθώντας, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την η-μέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 13,025091 με πραγματική τιμή να είναι το 13,3000 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 0,274909

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι 12,737352 με απόλυτο σφάλμα 0,742648 από την πραγματική 13,4800.

Για πολυώνυμο 4ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 4ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $0,001833x^4 - 0,033250x^3 + 0,189607x^2 - 0,385789x + 13,521189$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,5600 αλλά πρόβλεψη 13,521189 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,038811
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1600 αλλά πρόβλεψη 13,293590 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,133590
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,4000 αλλά πρόβλεψη 13,271364 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,128636
- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3400 αλλά πρόβλεψη 13,320991 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,019009
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2800 αλλά πρόβλεψη 13,352937 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,072937
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,3600 αλλά πρόβλεψη 13,321655 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,038345
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,1400 αλλά πρόβλεψη 13,225583 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,085583
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2200 αλλά πρόβλεψη 13,107145 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,112855

- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 13,0000 αλλά πρόβλεψη 13,052751 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,052751
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 13,2000 αλλά πρόβλεψη 13,192797 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,007203

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,133590

Ακολουθώντας, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την ημέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 14,797727 με πραγματική τιμή να είναι το 13,3000 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 1,497727

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι 30,960758 με απόλυτο σφάλμα 17,480758 από την πραγματική 13,4800.

Επομένως: στα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνει ο βαθμός του πολυωνύμου προσέγγισης, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια πρόβλεψης στις γνωστές τιμές.

Όμως, στις προβλέψεις τιμών εκτός των γνωστών τιμών (την ημέρα κοντινότερη των γενεθλίων και 5 συνεδριάσεις μετά) η ακρίβεια μειώνεται με την αύξηση του βαθμού του πολυωνύμου, με τον ρυθμό αύξησης του απολύτου σφάλματος να είναι ιδιαίτερα ραγδαίος.

### 3.2 Αποτελέσματα για την μετοχή ΕΛΙΝ

Αν εκτελέσουμε τον αρχείο με τον κώδικα (παραπάνω στιγμιότυπα) θα έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα (με ακρίβεια 6 δεκαδικών ψηφίων) για την μετοχή με σύμβολο ΕΛΙΝ:

Για πολυώνυμο 2ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 2ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $0.003409x^2 - 0.034318x + 1.483273$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,483273 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,033273
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,452364 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,002364
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,510000 αλλά πρόβλεψη 1,428273 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,081727

- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,411000 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,001000
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,400545 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,030545
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,396909 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,026909
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,400091 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,009909
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,410091 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,000091
- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,426909 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,016909
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 1,470000 αλλά πρόβλεψη 1,450545 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,019455

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,081727

Ακολουθώντας, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την ημέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 1,518273 με πραγματική τιμή να είναι το 1,4300 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 0,088273

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι 1,735545 με απόλυτο σφάλμα 0,305545 από την πραγματική 1,4300.

Για πολυώνυμο 3ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 3ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $0.000952x^3 - 0.009441x^2 + 0.009561x + 1.459287$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,459287 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,009287
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,460359 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,010359
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,510000 αλλά πρόβλεψη 1,448261 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,061739



- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,428704 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,018704
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,407399 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,037399
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,390056 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,020056
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,382387 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,027613
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,390103 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,019897
- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,418914 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,008914
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 1,470000 αλλά πρόβλεψη 1,474531 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,004531

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,061739

Ακολούθως, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την η-μέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 1,689030 με πραγματική τιμή να είναι το 1,4300 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 0,259030

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι 2,690988 με απόλυτο σφάλμα 1,260988 από την πραγματική 1,4300.

Για πολυώνυμο 4ου βαθμού:

Έχω πολυώνυμο 4ου βαθμού που προσεγγίζει την τιμή κλεισίματος της μετοχής:  $-0.000323x^4 + 0.006774x^3 - 0.042107x^2 + 0.067778x + 1.445315$ .

Έχω για τις προβλέψεις των δεδομένων που πήρα αρχικά:

- Στις 18/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,445315 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,004685
- Στις 21/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,450000 αλλά πρόβλεψη 1,477436 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,027436
- Στις 22/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,510000 αλλά πρόβλεψη 1,461457 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,048543

- Στις 23/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,426375 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,016375
- Στις 24/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,393427 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,023427
- Στις 25/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,370000 αλλά πρόβλεψη 1,376084 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,006084
- Στις 28/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,380058 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,029942
- Στις 29/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,403298 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,006702
- Στις 30/9/2020 έχω τιμή μετοχής 1,410000 αλλά πρόβλεψη 1,435991 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,025991
- Στις 1/10/2020 έχω τιμή μετοχής 1,470000 αλλά πρόβλεψη 1,460559 και απόλυτο σφάλμα προσέγγισης 0,009441

Επίσης, έχω μέγιστο σφάλμα προσέγγισης το 0,048543

Ακολούθως, έχω πρόβλεψη τιμής κλεισίματος ημέρας μετοχής για την ημέρα κοντινότερη σε αυτή των γενεθλίων μου (5/10) το 1,376212 με πραγματική τιμή να είναι το 1,4300 και το απόλυτο σφάλμα της πρόβλεψης είναι 0,053788

Τέλος, η πρόβλεψη για την τιμή κλεισίματος της μετοχής 5 συνεδριάσεων μετά την μέρα των γενεθλίων (στις 09/10/2020) είναι -0,524907 (που προφανώς δεν πρέπει να ορίζεται αρνητική τιμή μετοχής) με απόλυτο σφάλμα 1,954907 από την πραγματική 1,4300.

Επομένως: στα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνει ο βαθμός του πολυωνύμου προσέγγισης, τόσο αυξάνεται η ακρίβεια πρόβλεψης στις γνωστές τιμές.

Όμως, στην πρόβλεψη τιμής στην ημέρα κοντινότερη των γενεθλίων παρατηρούμε μία σημαντική αύξηση του απολύτου σφάλματος από “μετάβαση” του πολυωνύμου από 2ο σε 3ο βαθμό και μείωση του απολύτου σφάλματος στην “μετάβαση” από 3ο σε 4ο βαθμό πολυωνύμου.

Τέλος, στην πρόβλεψη τιμής 5 μέρες μετά από την ημέρα των γενεθλίων η ακρίβεια μειώνεται, με την αύξηση του βαθμού του πολυωνύμου.