ΣΣ - 2η Εργαστηριακή Εξέταση

Ονοματεπώνυμο: Μπαρακλιλής Ιωάννης

AEM: 3685

1o Task – Μελέτη σήματος θορύβου στις μεσαίες συχνότητες

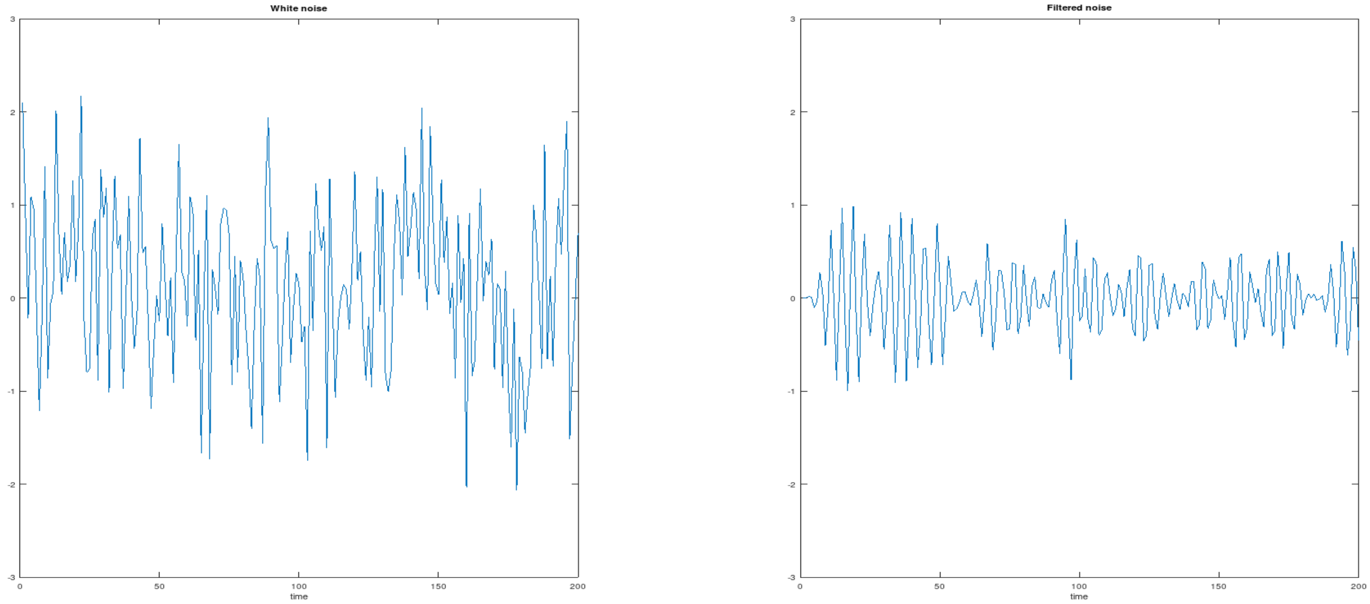
Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την άσκηση είναι κώδικας Octave (έκδοση 5.2.0-1) χρησιμοποιώντας το πακέτο “signal” (έκδοση 1.4.1-3build1) η φόρτωση του οποίου είναι απαραίτητη για την εκτέλεση του κώδικα, και είναι ο εξής:

```
% Δημιουργία λευκού θορύβου
N=200; white_noise=randn(1,N);

% Δημιουργία Band-Pass FIR φίλτρου που διατηρεί τις μεσαίες συχνότητες
%   και εξασθενίζει τις άλλες.
middle_fs_filter = fir1(20, [0.4 0.6]);

% Δημιουργία θορύβου στις μεσαίες συχνότητες με χρήση του
%   παραπάνω FIR φίλτρου.
filtered_noise = filter(middle_fs_filter, 1, white_noise);

figure(1), clf;
subplot(1, 2, 1), plot(white_noise), title('White noise'), xlabel('time'),
  ylim([-3 3]);
subplot(1, 2, 2), plot(filtered_noise), title('Filtered noise'), xlabel('time'),
  ylim([-3 3]);

% Σήμα λευκού θορύβου σε όλες τις συχνότητες
figure(2), clf;
white_noise_f_magnitude = abs(fft(white_noise));
subplot(2, 2, 1), hist(white_noise,100), title('White noise histogram'),
  xlim([-4 4]);
subplot(2, 2, 2), stem(white_noise_f_magnitude(1:(N/2))),
  title('White noise spectrum'), ylabel('magnitude'), xlabel('frequency');

% Σήμα θορύβου στις μεσαίες συχνότητες
filtered_noise_f_magnitude = abs(fft(filtered_noise));
subplot(2, 2, 3), hist(filtered_noise,100), title('Filtered noise histogram'),
  xlim([-4 4]);
subplot(2, 2, 4), stem(filtered_noise_f_magnitude(1:(N/2))),
  title('Filtered noise spectrum'), ylabel('magnitude'), xlabel('frequency');

% Φάσεις σημάτων
figure(3), clf;
white_noise_f_phase = angle(fft(white_noise));
filtered_noise_f_phase = angle(fft(filtered_noise));
subplot(2, 1, 1), stem(white_noise_f_phase(1:(N/2))),title('White noise phase'),
  xlabel('frequency');
subplot(2, 1, 2), stem(filtered_noise_f_phase(1:(N/2))),
  title('Filtered noise phase'), xlabel('frequency');
```

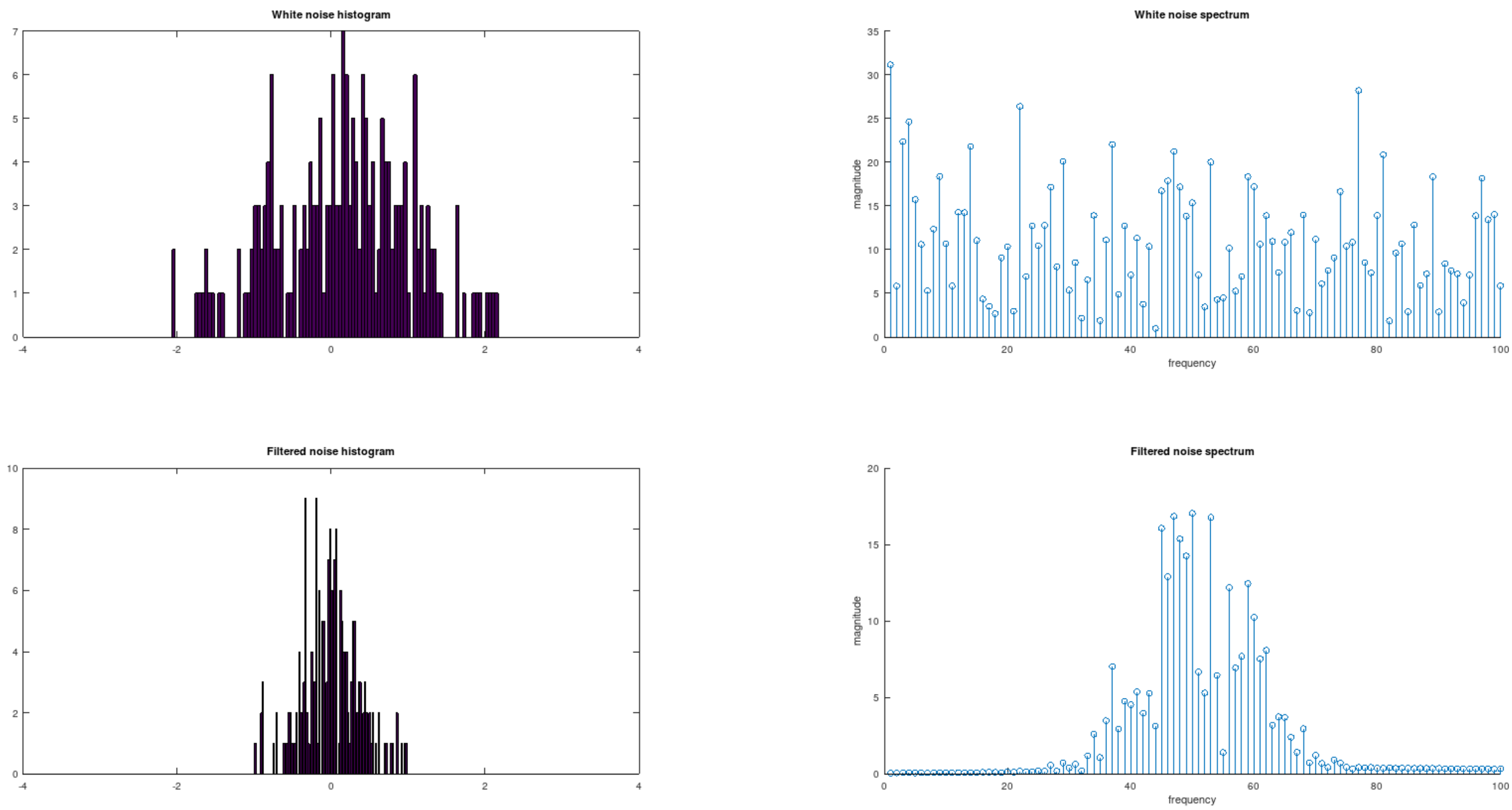
Αρχικά, δημιουργείται το σήμα λευκού θορύβου white_noise το οποίο αποτελείται από 200 τυχαία στοιχεία.

Στην συνέχεια, δημιουργείται ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο που επιτρέπει να “περάσουν” οι (κανονικοποιημένες) μεσαίες συχνότητες. Επιλέχτηκε να περνάνε εκείνες ανάμεσα στο 0.4 και 0.6.

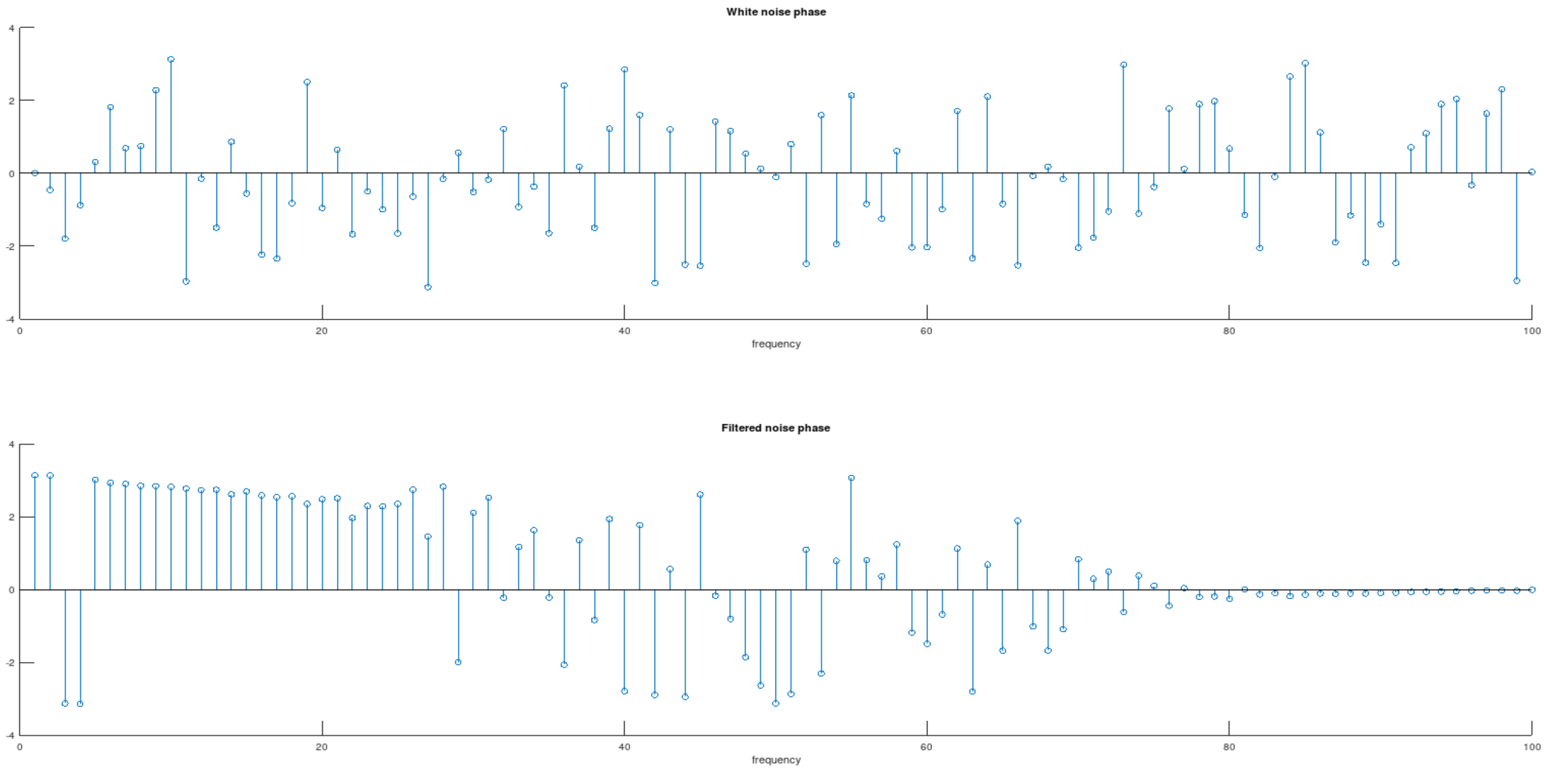
Μετά, δημιουργείται το ζητούμενο σήμα θορύβου στις μεσαίες συχνότητες, filtered_noise και δημιουργείται το γράφημα του λευκού θορύβου και του θορύβου στις μεσαίες συχνότητες στο πεδίο του χρόνου, στο Figure 1 το οποίο φαίνεται στην συνέχεια:



Ακολούθως, αντίστοιχα για τον λευκό θόρυβο και τον θόρυβο στις μεσαίες συχνότητες, υπολογίζεται το μέτρο των συχνοτήτων τους και δημιουργείται το γράφημα με τα στατιστικά (ιστόγραμμα) και συχνοτικά χαρακτηριστικά (μέτρο των συχνοτήτων) στο Figure 2 το οποίο φαίνεται παρακάτω:



Τέλος, παράγεται (για λόγους πληρότητας) το Figure 3, το οποίο απεικονίζει τις φάσεις του λευκού θορύβου και του θορύβου στις μεσαίες συχνότητες:



Όπως μπορούμε να δούμε στο Figure 2, στο σήμα λευκού θορύβου υπάρχει εύρος τιμών του (περίπου) από το -3 μέχρι το 3 και οι συχνότητες του έχουν κοντινές τιμές σε όλο το εύρος συχνοτήτων.

Στο σήμα θορύβου στις μεσαίες συχνότητες βλέπουμε ότι το εύρος τιμών είναι πολύ μικρότερο, (περίπου) από το -1 μέχρι το 1 και ότι οι μεσαίες συχνότητες έχουν όμοια τιμή σε σχέση με το αντίστοιχο τμήμα του λευκού θορύβου ενώ οι υπόλοιπες έχουν μηδενική τιμή.

2o Task – Μελέτη δοθέντος φίλτρου

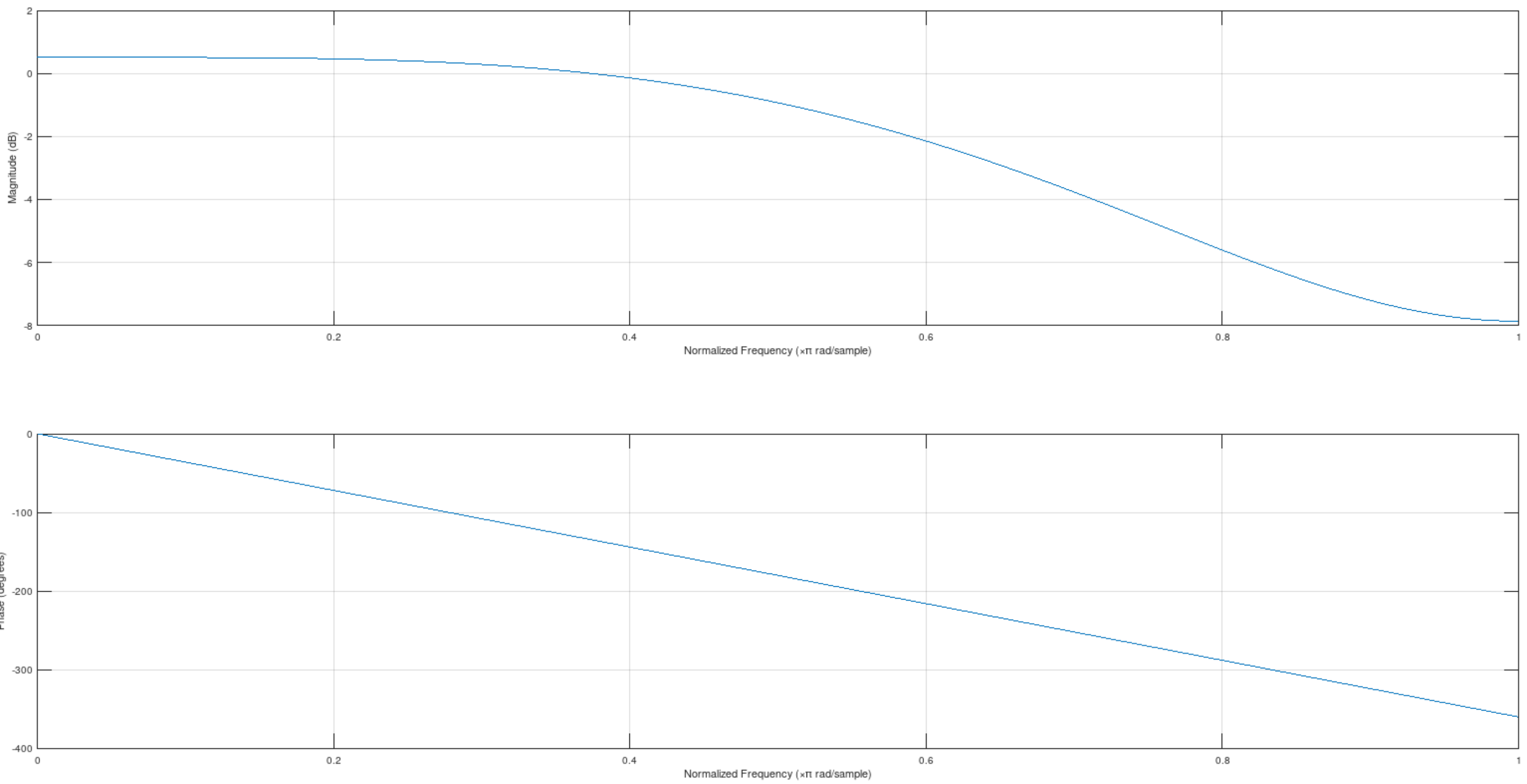
Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την άσκηση είναι κώδικας Octave (έκδοση 5.2.0-1) χρησιμοποιώντας το πακέτο “signal” (έκδοση 1.4.1-3build1) η φόρτωση του οποίου είναι απαραίτητη για την εκτέλεση του κώδικα, και είναι ο εξής:

```
% Το δοθέν FIR φίλτρο b
b = [-0.0415 0.1642 0.8156 0.1642 -0.0415];

    % Ερώτημα α
figure(1), clf;
freqz(b);

    % Ερώτημα β
figure(2), clf;
delta = [0 0 0 0 1 0 0 0 0];
h = conv(delta, b)
stem(h), title('Impulse response');

    % Ερώτημα γ
load brainwaves.mat;
segment = x_left(1: 1000);

% Σήματα στον άξονα του χρόνου
figure(3), clf;
subplot(2, 1, 1), plot(segment), title('Original signal'), xlabel('time');
subplot(2, 1, 2), plot(filter(b ,1, segment)), title('Filtered signal'),
  xlabel('time');

figure(4), clf;
% Συχνοτικό περιεχόμενο του αρχικού σήματος
pre_filter_f_magnitude = abs(fft(segment));
subplot(2, 2, 1), plot(pre_filter_f_magnitude(1:500)),
  title('Original signal spectrum'), xlabel('normalized frequency'),
  ylabel('magnitude');
subplot(2, 2, 2), plot(pre_filter_f_magnitude(200:500)),
  title('Original signal spectrum, high frequencies'),
  xlabel('normalized frequency'), ylabel('magnitude');

% Συχνοτικό περιεχόμενο του τελικού σήματος
post_filter_f_magnitude = abs(fft(filter(b ,1, segment)));
subplot(2, 2, 3), plot(post_filter_f_magnitude(1:500)),
  title('Filtered signal spectrum'), xlabel('normalized frequency'),
  ylabel('magnitude');
subplot(2, 2, 4), plot(post_filter_f_magnitude(200:500)),
  title('Filtered signal spectrum, high frequencies'),
  xlabel('normalized frequency'), ylabel('magnitude');
```

Αρχικά, αποθηκεύεται το δοθέν FIR φίλτρο b.

Ερώτημα α)

Με την βοήθεια της εντολής freqz δημιουργείται γράφημα που περιγράφει την συμπεριφορά του φίλτρου αυτού στον χώρο των συχνοτήτων στο Figure 1, το οποίο φαίνεται παρακάτω:



Από το σχήμα αυτό, μπορούμε να δούμε ότι το δοθέν φίλτρο είναι ένα χαμηλοπερατό φίλτρο που εξασθενίζει τις συχνότητες μεγαλύτερες (περίπου) του 0.5, ενώ επιτρέπει τις υπόλοιπες να περάσουν ανεπηρέαστες.

Ερώτημα β)

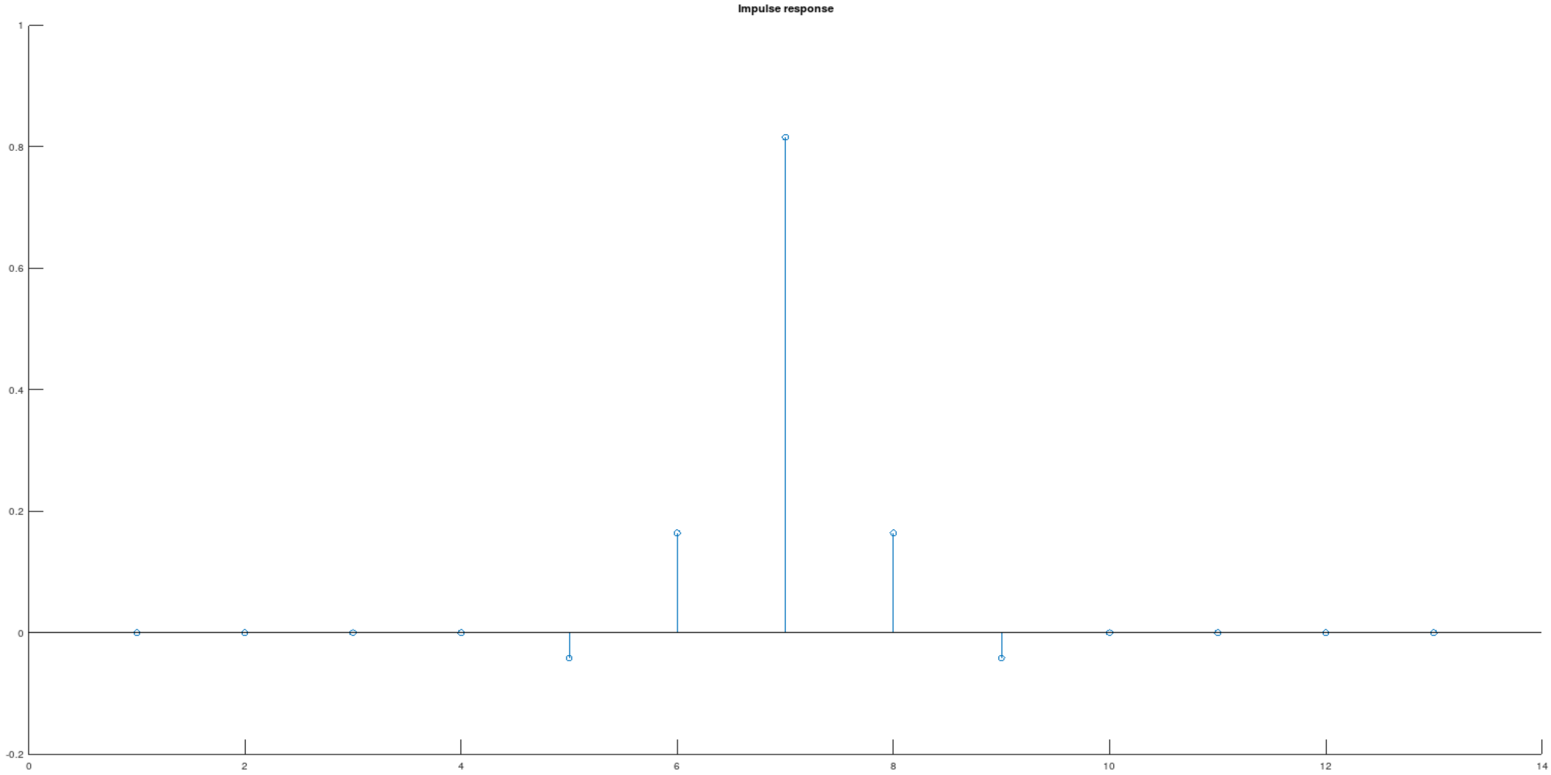
Η κρουστική απόκριση ενός φίλτρου μπορεί να υπολογιστεί μέσω της συνέλιξης των συντελεστών του με την συνάρτηση δ.

Έτσι, δημιουργείται μία μεταβλητή που περιέχει την συνάρτηση δ και γίνεται συνέλιξη με τους συντελεστές του φίλτρου b δημιουργώντας της κρουστική απόκριση του, h.

Το αποτέλεσμα που έχουμε είναι ότι η κρουστική απόκριση του φίλτρου είναι:

h = [0.00000   0.00000   0.00000   0.00000 -0.04150   0.16420   0.81560   0.16420 -0.04150 0.00000   0.00000   0.00000   0.00000]

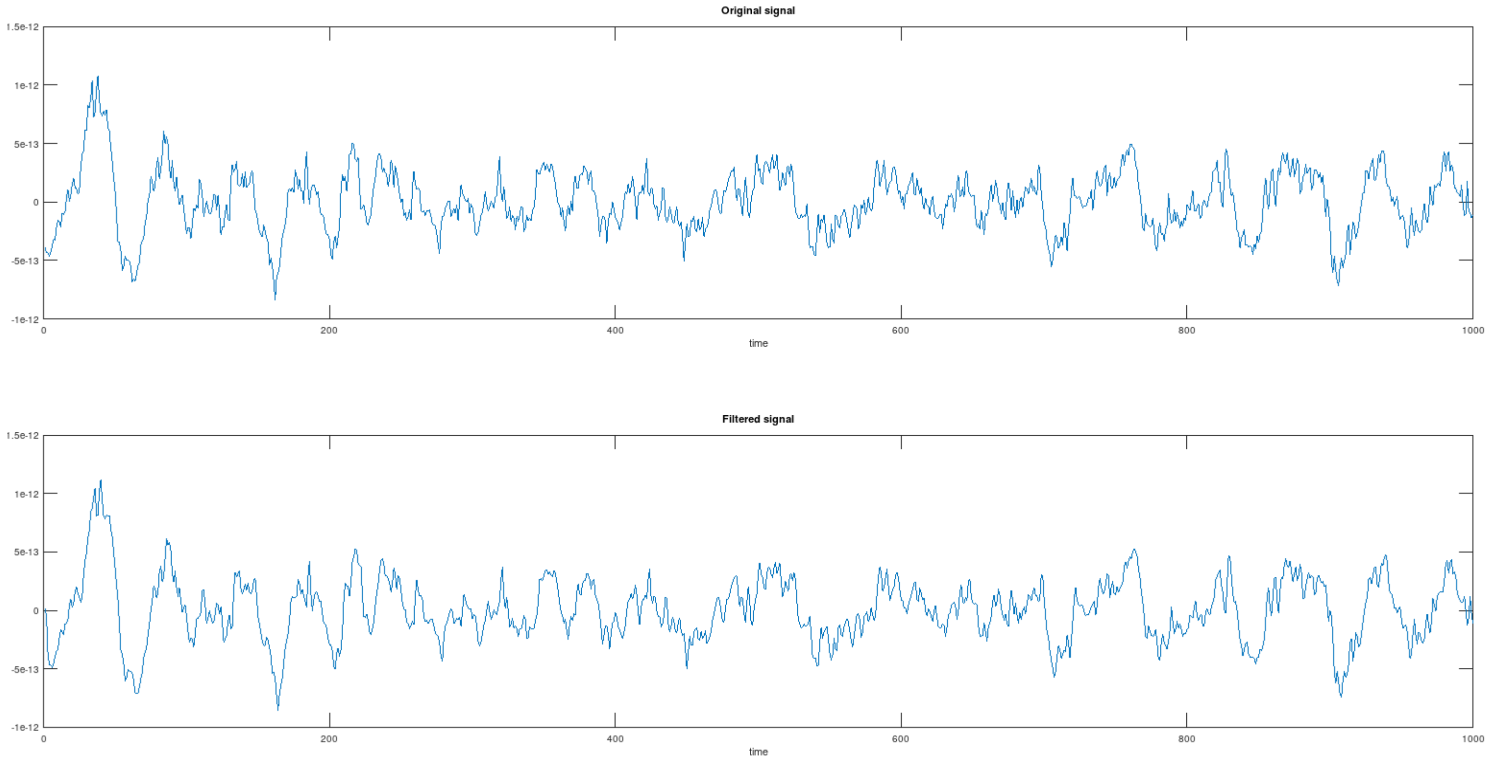
Στην συνέχεια, δημιουργείται γράφημα της κρουστικής απόκρισης στο Figure 2 το οποίο φαίνεται στην συνέχεια:



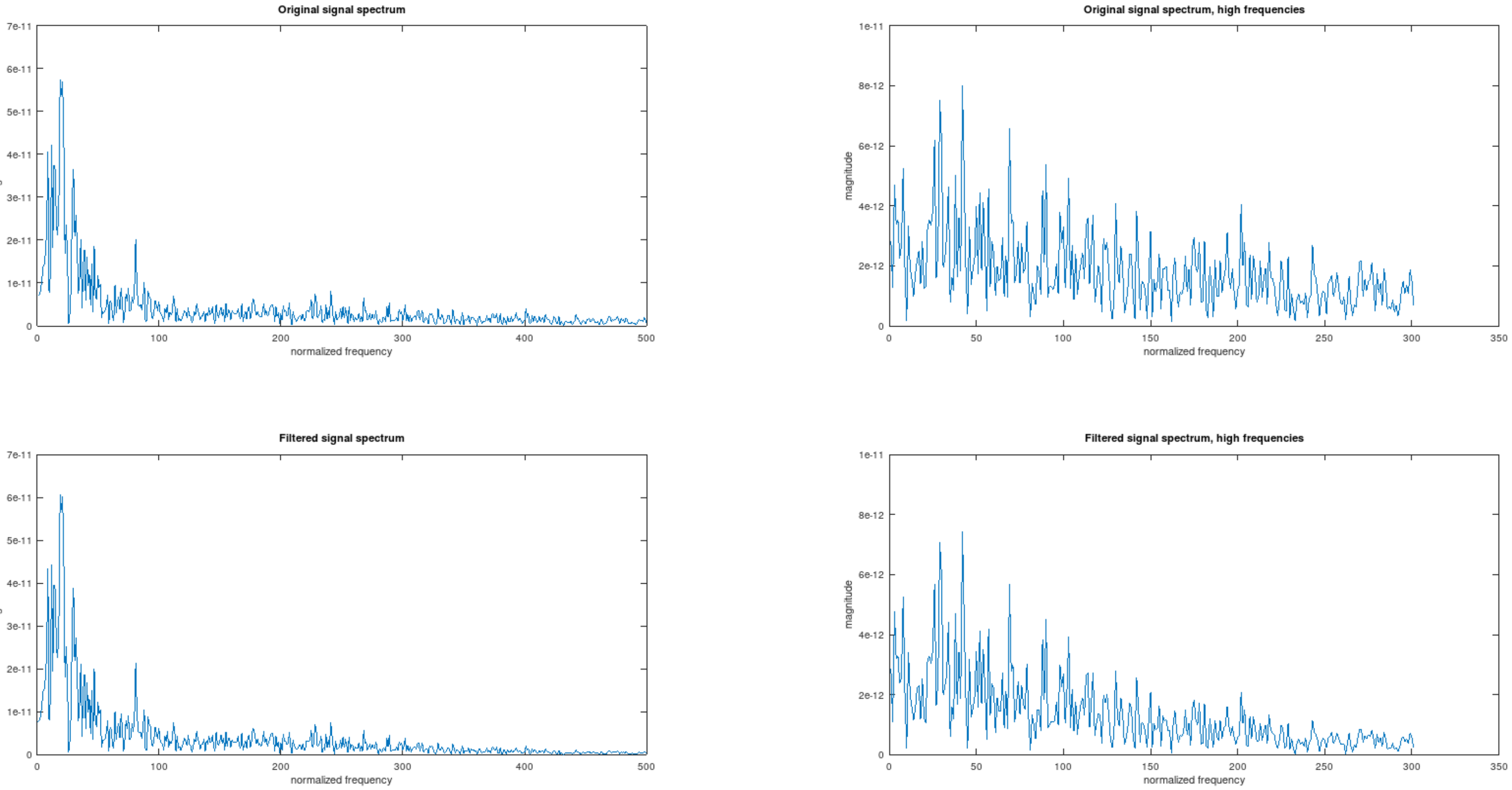
Ερώτημα γ)

Αρχικά, φορτώνεται το αρχείο brainwaves.mat και επιλέγεται το τμήμα των πρώτων 1000 στοιχείων του.

Μετά, δημιουργείται γράφημα των σημάτων (αρχικού και φιλτραρισμένου) στο Figure 3:



Τέλος, δημιουργείται γράφημα με τα συχνοτικά χαρακτηριστικά του αρχικού και του φιλτραρισμένου σήματος στο Figure 4. Συγκεκριμένα, στο γράφημα αυτό φαίνεται για κάθε σήμα το μέτρο κάθε συχνότητας και δίπλα αυτού το μέτρο των “υψηλών” συχνοτήτων.



Όπως μπορούμε να δούμε στα παραπάνω σχήματα, η λειτουργία του επαληθεύεται εφόσον οι υψηλές συχνότητες (άνω του 0.5 περίπου) εξασθενίζονται και οι τιμές τους είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες τιμές των υψηλών συχνοτήτων του αρχικού σήματος, ενώ οι “χαμηλές” συχνότητες (κάτω του 0.5 περίπου) δεν επηρεάζονται.

3ο Task – Μελέτη φίλτρου κινούμενου ελαχίστου

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την άσκηση είναι κώδικας Octave (έκδοση 5.2.0-1) χρησιμοποιώντας το πακέτο “signal” (έκδοση 1.4.1-3build1) η φόρτωση του οποίου είναι απαραίτητη για την εκτέλεση του κώδικα, και είναι ο εξής:

Το αρχείο minfilter.m το οποίο υλοποιεί την δράση ενός φίλτρου το οποίο χρησιμοποιεί τη στρατηγική ολισθαίνοντος παραθύρου για να υπολογίσει την ελάχιστη τιμή (running-min filter or “minfilter” function):

```
function Y=minfilter(X,w);
% Y=minfilter(X,w)
% this m-file is a simplistic implementation of the running-min filter
% X is the input signal (it should be a row-vector )
% and w the window width (it should be odd !!!)


Y=X;  % initialization
[m,n]=size(X);

for i=1+(w-1)/2:n-(w-1)/2;
      X_windowed=[ X(i-(w-1)/2:i+(w-1)/2)];
     Y(i)=min(X_windowed);
end
```

Ο κώδικας για την απάντηση των ερωτημάτων:

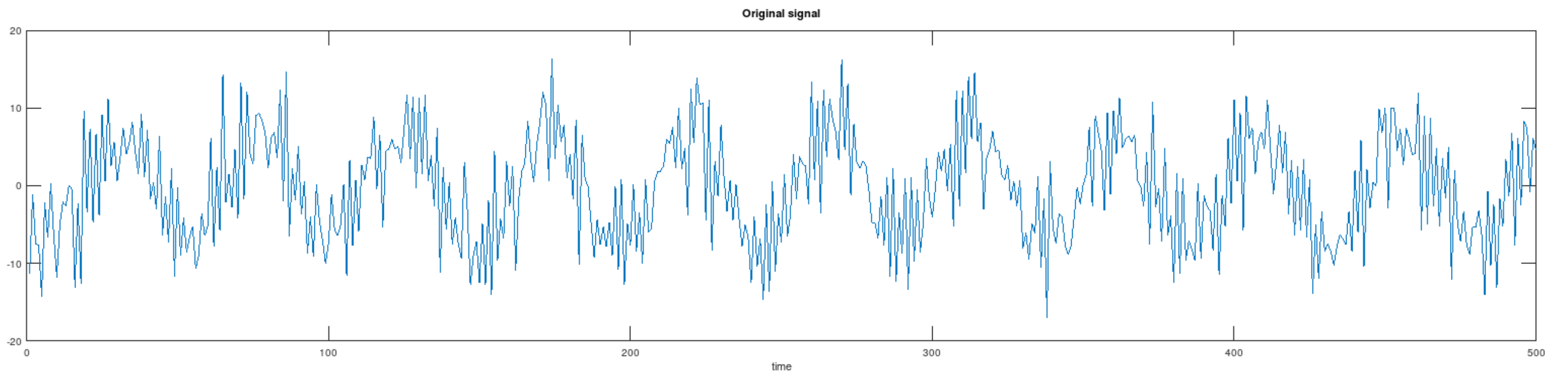
```
    % Ερώτημα α
t = 1:500;
signal = sin(t) + 5*cos(3*t) + 2*cos(15*t+4) + 7*cos(25*t+4) + 3*randn(1, 500);

figure(1), clf;
subplot(2, 1, 1), plot(signal), title('Original signal'), xlabel('time');
subplot(2, 1, 2), plot(minfilter(signal, 5)), title('Filtered signal, w=5'),
  xlabel('time');

    % Ερώτημα β
figure(2), clf;
subplot(2, 3, 1), plot(signal), title('Original signal'), xlabel('time');
subplot(2, 3, 2), plot(minfilter(signal, 5)), title('Filtered signal, w=5'),
  xlabel('time');
subplot(2, 3, 4), plot(abs(fft(signal))(1:250)),
  title('Original signal spectrum'), xlabel('frequency'), ylabel('magnitude');
subplot(2, 3, 5), plot(abs(fft(minfilter(signal, 5)))(1:250)),
  title('Filtered signal spectrum, w=5'), xlabel('frequency'),
  ylabel('magnitude');
subplot(2, 3, 3), plot(minfilter(signal, 15)), title('Filtered signal, w=15'),
  xlabel('time');
subplot(2, 3, 6), plot(abs(fft(minfilter(signal, 15)))(1:250)),
  title('Filtered signal spectrum, w=15'), xlabel('frequency'),
  ylabel('magnitude');
```

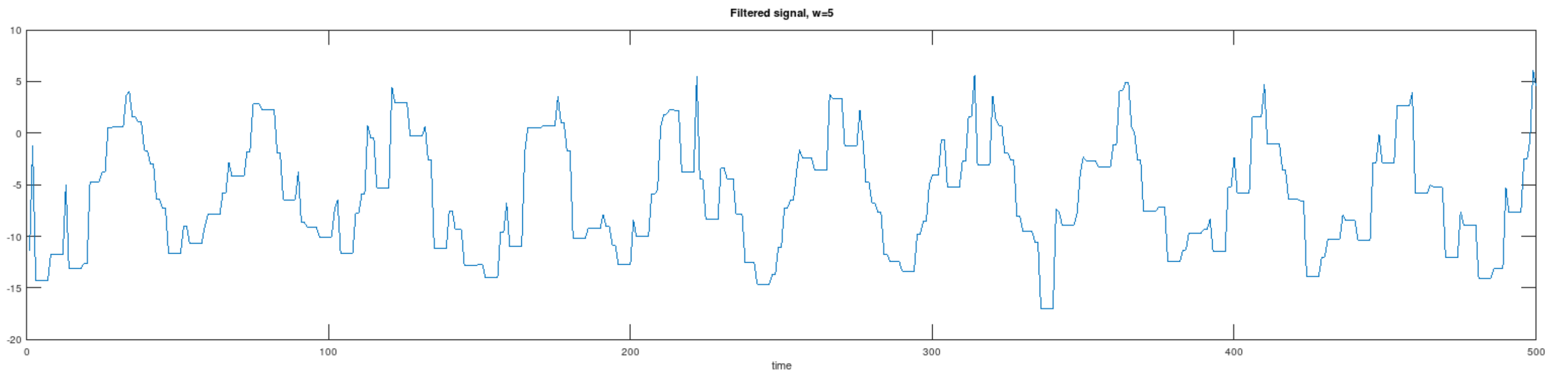
```
    % Ερώτημα γ
t = 1:500;
x = sin(5*t);
y = cos(t + 1);

figure(3), clf;
r1 = minfilter(x + y, 5); subplot(2,1,1), plot(r1), ylim([-2.5 0.5]),
  title('Filtered (x+y)');

r2 = minfilter(x, 5) + minfilter(y, 5); subplot(2,1,2), plot(r2),
  ylim([-2.5 0.5]), title('Filtered x + Filtered y');
```

Ερώτημα α)

Αρχικά, δημιουργείται ένα σήμα signal με 500 στοιχεία.

Μετά, δημιουργείται γράφημα στο πεδίο του χρόνου με το αρχικό σήμα και το φιλτραρισμένο σήμα με εύρος παραθύρου w=5 στο Figure 1 στο οποίο μπορούμε να δούμε ένα παράδειγμα της δράσης του και φαίνεται στην συνέχεια:

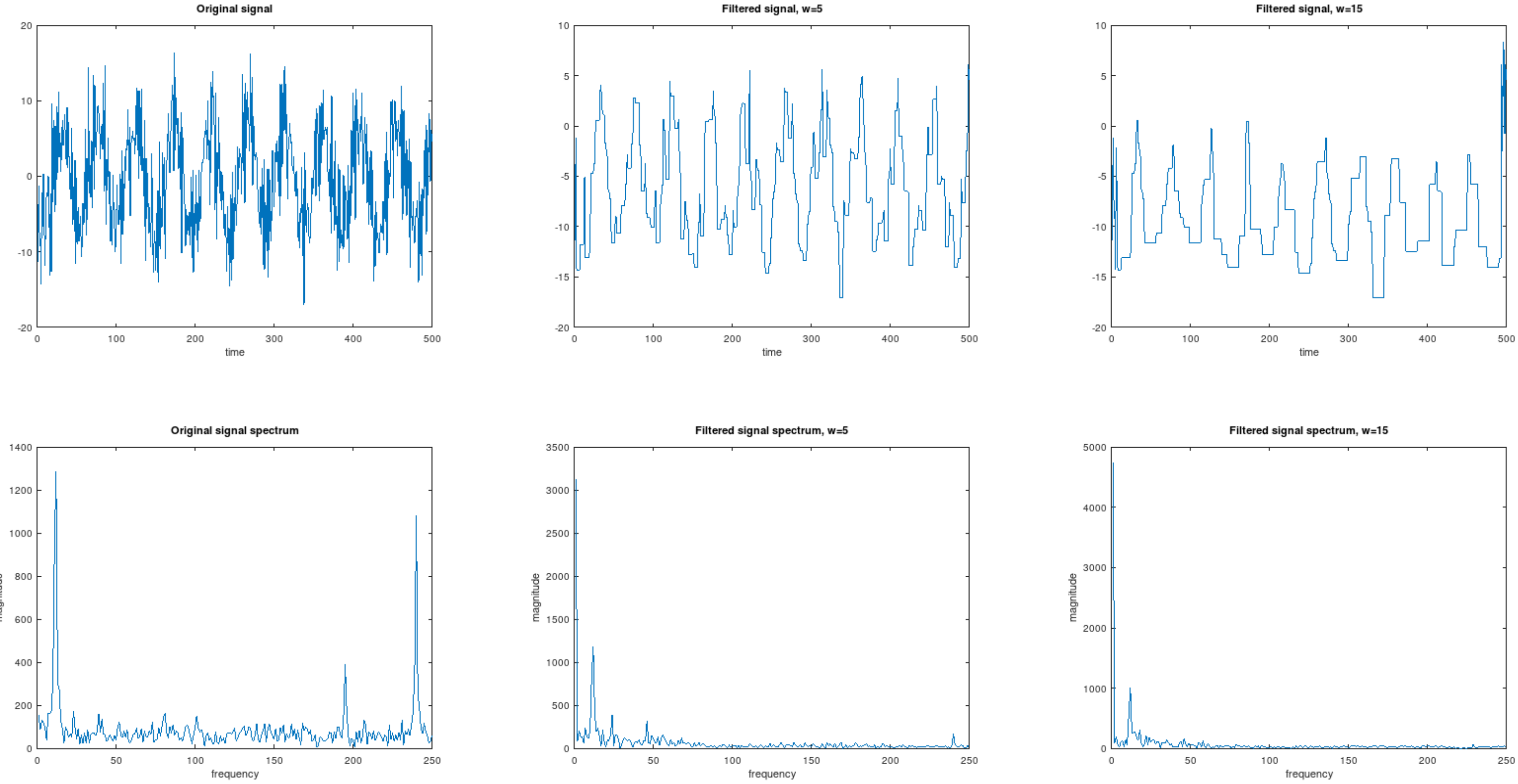




Ερώτημα β)

Για να μπορεί να χαρακτηριστεί το σύστημα αυτό, στο αρχικό σήμα γίνεται ένα επιπλέον παράδειγμα φιλτραρίσματος με νέο εύρος παραθύρου w=15.

Επιπλέον, δημιουργείται διάγραμμα για το αρχικό σήμα και τα φιλτραρισμένα σήματα όπου για κάθε ένα φαίνονται οι τιμές τους στον χρόνο και το μέτρο των συχνοτήτων στο Figure 2 το οποίο υπάρχει ακολούθως:



Όπως μπορούμε να δούμε στο παραπάνω σχήμα, από το αρχικό σήμα φαίνεται να εξασθενούνται οι υψηλές συχνότητες, και στις δύο περιπτώσεις παραθύρων ενώ οι χαμηλές διατηρούνται. Επομένως, το σύστημα μπορεί να χαρακτηριστεί ως χαμηλοπερατό.

Ερώτημα γ)

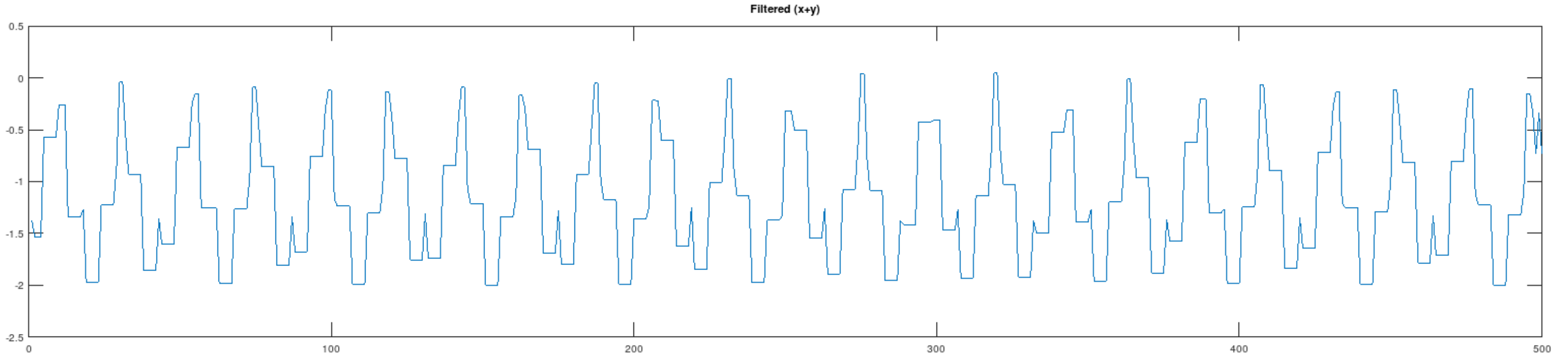
Το σύστημα δεν είναι ΓΧΑ (γραμμικό-χρονοαμετάβλητο). Για να αποδειχθεί αυτό αρκεί να βρεθεί ένα (αντι)παράδειγμα στο οποίο το σύστημα δεν είναι γραμμικό ή χρονοαμετάβλητο.

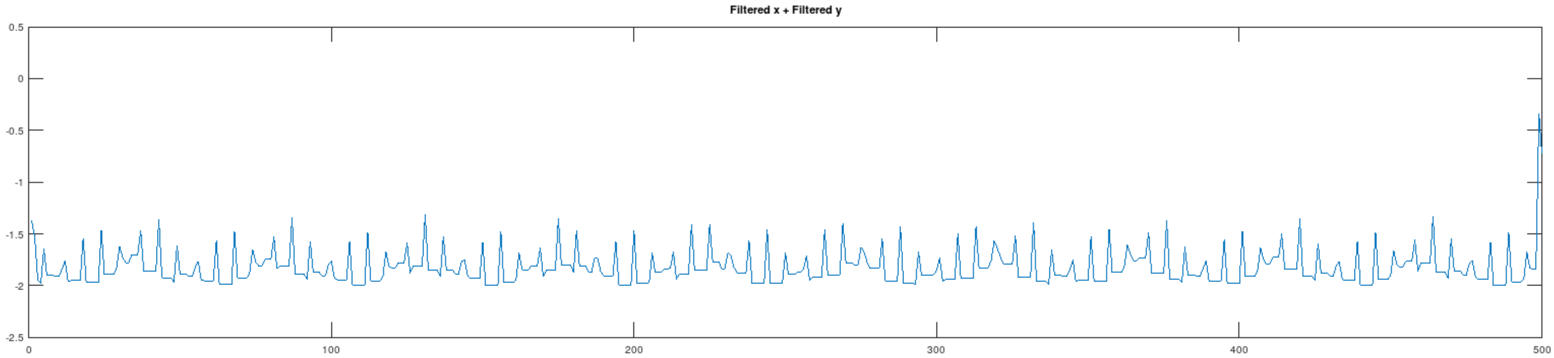
Σε αυτή την περίπτωση θα δειχθεί ότι το σύστημα δεν είναι γραμμικό: θα βρεθεί ένα παράδειγμα στο οποίο αυτή η ιδιότητα αυτή δεν ισχύει.

Για ένα γραμμικό σύστημα ισχύουν οι ιδιότητες της προσθετικότητας και της ομοιογένειας, έστω ότι το σύστημα του φίλτρου κινούμενου ελαχίστου είναι το T:

- Για την προσθετικότητα πρέπει να ισχύει ότι $T\{x_1(t) + x_2(t)\} = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}$
- Για την ομοιογένεια πρέπει να ισχύει ότι $T\{ax(t)\} = aT\{x(t)\}$

Στο κομμάτι του κώδικα μετά την γραμμή “% Ερώτημα γ”, δημιουργούνται δύο σήματα x και y. Στην συνέχεια, υπολογίζεται και δημιουργείται το διάγραμμα για το φιλτραρισμένο σήμα των (x+y) και το άθροισμα των φιλτραρισμένων σημάτων των x και y αντίστοιχα στο Figure 3:





Άρα, με βάση το πάνω σχήμα μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα δεν είναι γραμμικό εφόσον, προφανώς, τα δύο σήματα δεν είναι ίσα και δεν πληρείται η ιδιότητα της προσθετικότητας.

Συνεπώς, το σύστημα δεν είναι και ΓΧΑ (γραμμικό-χρονοαμετάβλητο).