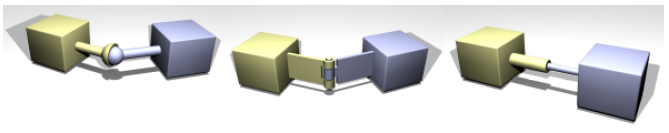
**怎样在ODE中实现一个关节**

**1 介绍**

Open Dynamics Engine(ODE)是免费的，用于铰链动力的工业品质的库。例如，能很好的模拟车辆，腿和虚拟现实环境中的移动。他是快的，灵活和强健的，它内建碰撞检测。ODE由Russel Smith开发。这篇短文指导你创建一个新的关节约束在ODE中。

**1.1 什么是关节?**

真实的关节例如铰链，它连接两个物体。在ODE中关节是非常类似的。它是强迫两个物体联系在一起，仅仅能相对另一个有特定的方向或者位置移动。这种联系叫作约束-单词关节(joint)和约束(constraint)经常可以等同。图1显示了3种不同的约束类似。

****

**每一刻转置受到所有的关节施加在物体上力的影响。这些力是自动被计算以便物体的运动维持和关节的关系。每一个关节有一个参数控制它的几何。例如球面关节中球的位置。**

**2 数学准备**

下面的符号将在例子中使用。假设读者对线性代数矩阵有一些了解的。

**2.1 符号**

* 物体空间中向量是。对应的是世界空间向量。R是一个旋转矩阵
* 单位向量记为。
* 向量的每个元素设置成无穷记作。

**2.2 叉积代数**

如果*a*和*b*是向量我们定义

这里

（*，，*是*a*的元素）。有下面的等式

**3.5 注意**

ODE状态变量用全局坐标表述

**4 约束方程**

每一个关节有三个向下面的方程关联

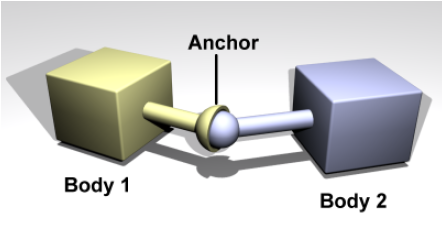
*（25）*

这个方程的两边是向量（我们说约束有*m*行）。J和是雅克比矩阵。第一个物体具有线速度和角速度。类似的和是第二个物体的线速度和角速度。*c*是一个 “右手向量”。

是一个约束力作用在物体上确保方程(25)满足。由ODE自动计算。方程（25）指示中的元素能限制在一个范围里面(*l low,h upper*)内。*C*是一个对角线矩阵叫作“约束力混合”(CFM)矩阵。它允许约束力成为约束方程的部分。*C*能控制获得一些有趣的效果，后面会介绍。对大部分约束，*C*被设置成0。

**5 例子1：一个球形关节**

让我们得到球形关节的一个约束方程见图2。



**5.1 第一步：位置不变式**

首先，运动约束方程是就两个物体的位置和方向来说的。这个方程必须总是正确的把两个物体连接。对于球形关节，如果我们定义(和“附着”在球窝的中心点从向量(和)，那么约束是：（是球窝点在物体*1*的物体空间中的位置，是旋转矩阵，是物体在世界空间中的位置。方程的右边有类似的含义，整个方程说明两个物体在世界空间中球窝点的位置相同）

(27)

因为第二个物体的球必须呆在第一个物体的球窝中。

**5.2 第二步：速度不变式**

方程（27）对时间微分，这个约束是就物体速度的表达式。

（28）

（29）

如果*a*是一个向量，算符为

这样对于可以表示为简单的矩阵形式

又因为因此（29）可以写成（30）

（30）

又因为如果

可以证明，因此有

（32）

比较（25）因此

（是单位矩阵）

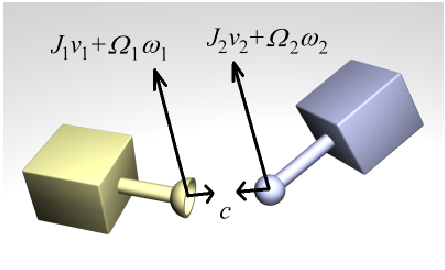
**5.3 第三步：选择*l，h*和*CFM***

这里没有限制和CFM，因此

**5.4 第四步：错误减少（Error reduction）**

好像我们得到了约束的全部的数值。然而，如果你实际使用这个方法实现球形关节你就会发现一个问题。在模拟中球形关节将会逐步断开，物体球窝和另一个物体球的位置将逐步分离。这涉及关节错误。但是方程27没有明确的防止这些发生吗？没有，强制约束使用速度表示，不是位置。当然如果我们可以完美的精确模拟这也不是问题。但是实际上所有的模拟器都有些数值错误。结果就是物体的位置和方位不能在整个模拟中保持精确。关节错误也发生在使用者没有正常的设置两个物体的位置和方位时。

解决这个问题的方法是使用非零的*c。c*的含义和约束方程（25）的关系见图3。是球窝的速度连接在物体1上，类似的



是球窝的速度连接在物体1上，类似的是球的速度连接在物体2上。这两个速度是在世界坐标下。如果*c*是零两个速度必定相等，如果我们把*c*当成球窝和球之间定位误差的错误向量。

（41）

那么球窝和球的速度将被彼此离开而约束（如果它们已经在一起那么*c=0*）。意思是位置错误将在模拟中逐步减少。因子控制错误减速多快被消除。从一个全局参数“error reduction parameter”（ERP）计算二来。ERP的意思是：

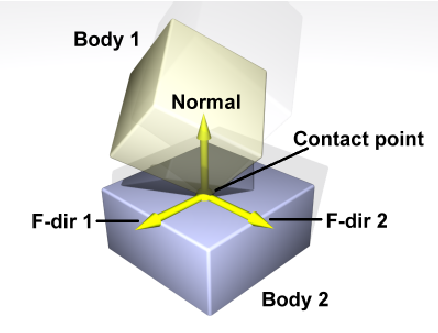
* 如果ERP=0没有错误衰减执行，和*c*=0。
* 如果ERP=0那么*c*将被设置位置错误被逐步消除在每一个模拟步中。
* 对于0<ERP<1，位置错误将被减速一个ERP分数在一个模拟时间步中。因为*c*有一个速度单位，对于时间步*s:*

这样我们有

好像设置ERP=1是个好注意，那样模拟器可以在一个时间步中消除所有的错误。然而，设置ERP=1是不建议的，as it will not have the intended effect due to various internal approximations.建议设置ERP=0.1到0.8之间。

**6 例子2:接触关节**

让我们的到摩擦力接触关节的约束方程（图4）。



**6.1 第一步：位置不变式**

我们将跳过这一步直接写出速度约束关系。有时候是最容易的，一个约束有时候有复杂的位置不变式但是有简单的速度不变式。

**6.2 第二步：速度不变式**

定义（和）是偏离向量（世界坐标系）从（和）到接触点。接触法向量是*n*。约束必须使得两个物体接触点的速度状态和法线方向相同。

（45）

(46)

这样*m=1*

**6.3 第三步：选择*l，h*和CFM**

约束力朝向法线*n*。我们想这个力推动物体分开，但是同时不去吸它们。不限制接触关节将“黏住”，换言之它不允许接触断开。因此我们设置:

如此

在这种情况下CFM矩阵*C*实际上是一个标量，让我们仔细制造这种效果*C*非零。在方程（46）中的工程量是一个速度沿着接触法线。仔细审视方程（25）我们看到如果是非零实际上是增加*c。*结果是接触点关于两个物体的速度是不相等的。其他说法是，我们得到一些相对速度在接触点的法系方向。

如果物体彼此很轻的碰撞，约束力将很小。的乘积将很小，将有一个很小的渗透速度(interpenetration velocity)。如果物体彼此用很大的力碰撞，一个很大的约束力是需要，用来分开物体。的乘积也将很大，同时有一个很大的渗透速度。

因此物体在接触点互相推开对方，速度依赖与推力有多硬。这类似于说物体是粘土或者其他的软的物体。这个效果的关键是标量*C*。使用者可以根据物体的材质来选择*C。*

**6.4 第四步：错误衰减（Error reduction）**

在方程（46）中的工程量是一个速度沿着接触法线。我们能选择*c*基于沿着法线向量的位置错误，这类似与球形关节：

设置ERP>0将趋向于反抗设置*C*是非零的效果，作为错误衰减处理本质上是恢复速度去反抗渗透速度。对于接触约束允许用户选择ERP和CFM独立的，不同有趣的材质效果能被制作出来—例如“柔软的”或者“富于弹性的”。

**7 怎样使用ERP和CFM**

下面内容来自于ODE手册：

在一些ODE关节中ERP和CFM能独立设置。它们能设置在接触关节，关节限制和几个其他的地方，去控制这个关节的阻尼和弹性。如果CFM设置为零，约束将是硬的。如果CFM设置一个正确的值，它将可能违反约束。其他的说法是约束是软的，或者说CFM增加柔软性也增加。这里实际发生的是约束允许依照CFM比例得出的恢复力去执行约束，严格的约束被违反。注意设置CFM为一个负数是一个没有描述的坏的效果。如产生穿透。不要这么做。通过调整ERP和CFM的值，你可以实现几个效果。例如你能模拟弹性约束，这里两个物体通过一个弹簧连接。或者你能模拟更多的弹性约束，没有震荡。实际上，ERP和CFM能被选择产生有相同的效果，对于一些弹性和阻尼约束。如果你有一个弹性约束和一个阻尼约束，那么相应的ODE约束是:

这里*s*是步长。这些值将给出相同的效果对于弹性和阻尼系统的隐序积分（implicit first order integration）模拟。增加CFM，尤其是全局CFM，能减少模拟中的数值错误。如果系统是near-singular，那么这能显著的增加稳定性。实际上，如果系统是misbehaving的，第一件事就是尝试增加全局CFM。