

五一数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了五一数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与本队以外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们愿意承担由此引起的一切后果。

我们授权五一数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

参赛题号（从 A/B/C 中选择一项填写）： A

参赛队号： T313404722

参赛组别（研究生、本科、专科、高中）： 本科

所属学校（学校全称）： 南京信息工程大学

参赛队员： 队员 1 姓名： 许展豪

队员 2 姓名： 王子荀

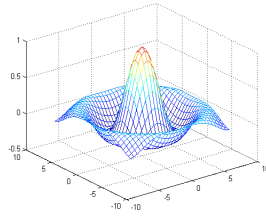
队员 3 姓名： 鲁哲豪

联系方式： Email: 624433212@qq.com 联系电话： 18860968095

日期： 2022 年 5 月 3 日

（除本页外不允许出现学校及个人信息）

五一数学建模竞赛



题目：基于线性规划的血管机器人的最优订购模型

关键词：线性规划 非线性规划 Lingo 编程 神经网络预测

摘要：本文针对血管机器人的订购问题，基于血管机器人的生物学习、运营成本最小为目标函数建立线性规划的方法建立模型，使用 Lingo 编程对问题进行求解，最后通过时间序列预测的方法预测出下一阶段的使用需要，选择最优方法。

针对问题一，首先基于血管机器人可以组装、需要学习的两大特点，把血管机器人需要保养和每个指导手“指导”不超过十个新操作手作为约束条件，以运营成本最低为目标，根据购买需要，建立线性规划模型，最终通过对模型进行求解，可以确定 1-8 周的最佳购买策略。

针对问题二，由于吞噬细胞的存在，假设每周有 20% 的血管机器人损毁，在问题一的模型基础上，根据血管机器人的组装特点，在问题一的基础上，对每周的操作手和容器艇的数量进行改动，建立线性规划模型，求出 1-8 周的最优解，并与问题一的结果数据进行对比分析。

针对问题三，在问题二的模型的基础上，更改了熟练操作手可指导新操作手的数量的约束条件和每周血管机器人的损坏率，建立线性规划模型，制定 1-104 周的容器艇和操作手的最优购买计划。

针对问题四，根据优惠政策，建立分段函数，带入问题三的模型中建立非线性规划模型，求出 1-104 周的最优购买计划。

针对问题五，第一小问我们通过神经网络预测出第 105-112 周的血管机器人使用需求。第二小问我们先使用问题四的模型对方案 2 进行求解，通盘考虑第 1-112 周的需求，得出方案 2 的最低运营成本。在方案 1 的要求下，我们在问题四模型的基础上，修改了可以直接使用的容器艇个数、熟练操作手个数和目标函数，建立新的模型，对模型求解得出第 105-112 周的最低运营成本，加上问题四的结果得出方案 1 的最低运营成本。最后比较两种方案的第 1-112 周最低运营成本的差额。

一、 问题重述

近年来,随着微机电系统及医疗技术的发展,更加微型的机器可以被制造出来,并用于医疗微创手术,例如利用血管机器人开展疾病治疗。血管机器人可以将药物放入血管指定位置精确治疗,大大降低传统手术带来的风险与伤害。因此,血管机器人逐渐成为医学界的重要研究方向,也越来越受到人们的关注。

目前,由于血管机器人的使用并不广泛,使用成本较高。本文根据附件中给出的信息和数据,结合 ABLVR 型号的血管机器人的特性,建立模型解决以下问题:

- (1) **问题 1:** 基于附件 1、2 中的数据和信息,在不影响治疗效果、不考虑血管机器人损耗的情况下,将 1-8 周的运营成本降到最低。
- (2) **问题 2:** 基于问题 1 的模型和结果,将数据规模推广至 1-104 周,并同时考虑每周血管机器人的损耗,得出运营成本最低的采购方案。
- (3) **问题 3:** 基于问题 1、2 的模型和结果,调整操作手训练成本和血管机器人损耗,优化模型,得出在此条件下运营成本最低的采购方案。
- (4) **问题 4:** 结合问题 3,统筹考虑优惠政策对决策带来的影响,调整采购方案,降低运营成本
- (5) **问题 5:** 结合附件 2 的数据和信息,预测 105-112 周的血管机器人的使用需求,并结合预测数据,统筹考虑方案 1 和方案 2 的运营成本,选择最优方案。

二、 问题分析

针对问题 1,题目要求仅考虑 1-8 周,如何安排容器艇和操作手的购买量,使运营成本最低。根据每个“熟练手”可以训练最多 10 个“新手”这一限制,求解过程中需要考虑新增容器艇与新增操作手之间的关系,并结合容器艇数量、熟练操作手数量、保养与使用容器艇和操作手的成本、训练熟练工成本这些数据,建立整数线性规划模型。确定如何购买的容器艇和操作手,能将运营成本降至最低。

针对问题 2,题目将时间范围扩大至 1-104 周,同时新增加对血管机器人的损耗的考虑,假设每个星期有 20%的血管机器人损毁,在此基础上确定最优购买方案。基于上述情况,再结合问题 1 所建立的模型,调整规划模型并扩大数据范围,运用整数线性规划对新增容器艇与新增操作手进行规划,使运营成本达到最低。同时结合问题 1 所得结果,可以分析得出血管机器人的损耗对运营成本的影响。

针对问题 3,题目调整了“熟练手”训练“新手”的限制和每周血管机器人的损耗比例。基于上述情况,结合问题 2 所建立的模型,修改部分参数,运用整数线性规划即可得出能达到最低运营成本的最优购买方案。

针对问题 4,在问题 3 的基础上新增购买操作手和容器艇的优惠政策,由于优惠政策在购买量大的情况下对购买成本的降低是显著的,势必会影响最优购买策略。基于上述情况,结合问题 3 所建立的模型,根据优惠政策调整优化模型,运用整数线性规划确定最优购买方案和最低运营成本。

针对问题 5,首先需要结合 1-104 周的使用需求数据,预测未来 8 周的血管机器人使用需求。面对规律性不强的数据,我们选择神经网络拟合来预测后 8 周可能的使用需求。针对方案 1 的情况,需要考虑首周能够直接以高价购买“开箱即用”的容器艇和操作手的情况,在此基础上,结合问题 4 所建立的模型,调整规划模型,求得后 8 周的最优购买方案和最低运营成本,再与问题 4 中求得的最优解叠加即可。针对方案 2 的情况,仅需要将问题 4 的数据规模扩大至 1-112 周的数据规模,结合

问题 4 所建立的模型，即可求得在此情况下的最优购买方案和最低运营成本。在两个方案都能求得最优解的基础上，就可以比较两种方案在最低运营成本上的差距。

三、模型假设

- 1. 1 个容器艇需配套 4 个操作手
- 2. 新购买的操作手（简称“新手”）需要已经学习好的操作手（简称“熟练工”）训练 1 周才能开始使用
- 3. 操作手只能在血管中连续工作 1 周，工作后需保养 1 周才能继续工作，未工作时需一直保养。
- 4. 新购买的容器艇需要检查调试 1 周才能开始工作，可以连续工作，未工作时需一直保养。
- 5. 新购买的容器艇和操作手在每周开始的时候到货并开始调试或训练。
- 6. 假定开始前已经有了 13 个容器艇和 50 个熟练操作手。

四、符号说明

符号	符号说明
S_i	第 <i>i</i> 周所持有的容器艇
Sp_i	第 <i>i</i> 周新购买的容器艇
Sm_i	在第 <i>i</i> 周保养的容器艇
Su_i	在第 <i>i</i> 周使用的容器艇
H_i	第 <i>i</i> 周所持有的熟练操作手
Hp_i	第 <i>i</i> 周新购买的新手操作手
Hm_i	在第 <i>i</i> 周保养的熟练操作手
Hu_i	在第 <i>i</i> 周使用的熟练操作手
Ht_i	在第 <i>i</i> 周被用于训练的熟练操作手
D_i	第 <i>i</i> 周损毁的机器人

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

血管机器人相关成本如下表 5. 1。

表 5.1 血管机器人相关成本

类别	价格（成本）
容器艇	200 元/个
操作手	100 元/个
操作手保养	5 元/个/周

容器艇保养	10 元/个/周
操作手（含“熟练工”）训练	10 元/个

影响运营成本主要有：购买容器艇和操作手、保养与使用容器艇和操作手的成本、训练熟练工成本。根据模型假设和问题中每个熟练操作手训练 10 个新操作手，由于仅考虑 1-8 周的运营成本，可以构建以下目标函数和约束条件：

根据表 5.1 的数据和各类即可求出第*i*周的总成本 P_i ，求和即可得出需要求的目标函数。

$$\min = \sum_{i=1}^8 P_i \quad (5-1)$$

$$P_n = 200Sp_n + 100Hp_n + 10Sm_n + 5Hm_n + 10Ht_n + 10Hp_n \quad (5-2)$$

根据假设确定初始值，其余均为 0。

$$S_0 = 13 \quad H_0 = 50 \quad (5-3)$$

第*i*周的容器艇 S_i 就是第*i* - 1周的容器艇 S_{i-1} 和新订购的 Sp_{i-1} 之和(操作手也是如此)。

$$S_n = S_{n-1} + Sp_{n-1} \quad (5-4)$$

$$H_n = H_{n-1} + Hp_{n-1} \quad (5-5)$$

每个熟练操作手最多训练 10 个新操作手。

$$Hp_n \leq 10Ht_n \quad (5-6)$$

所有的容器艇为正在工作的容器艇与正在保养的容器艇之和

$$S_n = Sm_n + Su_n \quad (5-7)$$

所有的操作手为正在工作的操作手、正在保养的操作手和正在训练的操作手之和。

$$H_n = Hm_n + Hu_n + Ht_n \quad (5-8)$$

每 1 个容器艇需配套 4 个操作手。

$$Hu_n = 4Su_n \quad (5-9)$$

当前周正在保养的操作手必须大于前一周的工作的操作手，对应操作手只能在血管中连续工作 1 周，工作后需保养一周才能继续工作。

$$Hm_n \geq Hu_{n-1} \quad (5-10)$$

结合式 5-1 到 5-10，可以得出下式

$$\begin{cases} \min = \sum_{i=1}^8 P_i \\ P_n = 200Sp_n + 100Hp_n + 10Sm_n + 5Hm_n + 10Ht_n + 10Hp_n \\ S_0 = 13 \\ H_0 = 50 \\ S_n = S_{n-1} + Sp_{n-1} \\ H_n = H_{n-1} + Hp_{n-1} \\ Hp_n \leq 10Ht_n \\ S_n = Sm_n + Su_n \\ H_n = Hm_n + Hu_n + Ht_n \\ Hu_n = 4Su_n \\ Hm_n \geq Hu_{n-1} \end{cases} \quad (5-11)$$

根据式(5-11)编写 Lingo 程序就行整数线性规划(如下图 5.1 所示)，可以得到最低的运营成本和达到此结果的购买方案，结果如下表 5.2 所示。

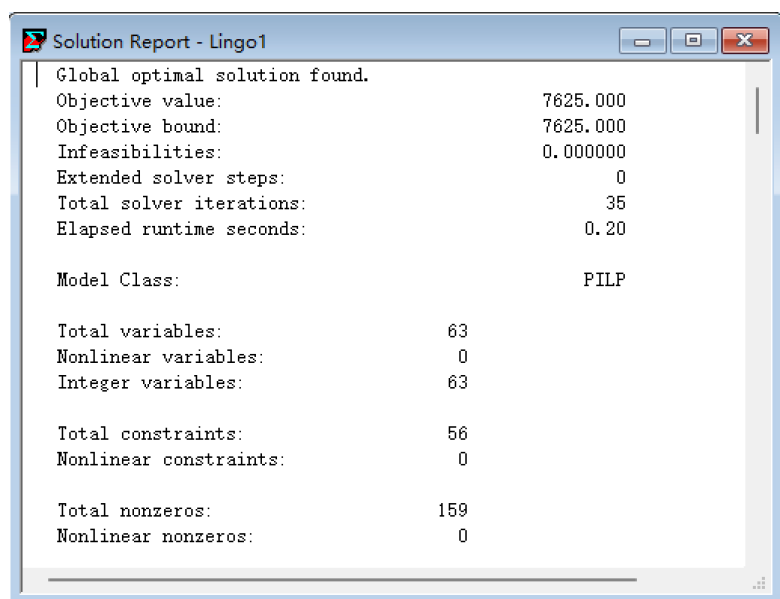


图 5.1 Lingo 运行结果

表 5.2 购买方案及成本统计

周次	购买的容 器艇数量	购买的操 作手数量	保养的操 作手数量	保养的容 器艇数量	参与训练的操作手数量 (含“熟练工”和“新手”)	总成本 (单位：元)
第 1 周	0	14	4	2	16	1600
第 2 周	0	0	44	8	0	300
第 3 周	0	0	48	9	0	330
第 4 周	3	28	33	6	31	3935
第 5 周	0	0	28	0	0	140
第 6 周	0	0	68	10	0	440
第 7 周	0	0	72	11	0	470
第 8 周	0	0	64	9	0	410
第 1-8 周	3	42	361	55	47	7625

5.2 问题 2 的模型建立与求解

问题 2 在问题 1 的基础上，增加了对机器人的损耗的考虑。因此，在问题 1 所建立的模型基础上，对 5-3 增加