五一数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了五一数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与本队以外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们愿意承担由此引起的一切后果。

我们授权五一数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

参赛题号（从A/B/C中选择一项填写）： A

参赛队号： T313404722

参赛组别（研究生、本科、专科、高中）： 本科

所属学校（学校全称）： 南京信息工程大学

参赛队员： 队员1姓名： 许展豪

队员2姓名： 王子荀

队员3姓名： 鲁哲豪

联系方式： Email： 624433212@qq.com 联系电话： 18860968095

日期： 2022 年 5 月 3 日

**（除本页外不允许出现学校及个人信息）**

**五 一 数 学 建 模 竞 赛**

****

**题 目：基于线性规划的血管机器人的最优订购模型**

**关键词：线性规划 非线性规划 Lingo编程 神经网络预测**

**摘 要：**本文针对血管机器人的订购问题，基于血管机器人的生物学习、运营成本最小为目标函数建立线性规划的方法建立模型，使用Lingo编程对问题进行求解，最后通过时间序列预测的方法预测出下一阶段的使用需要，选择最优方法。

针对问题一，首先基于血管机器人可以组装、需要学习的两大特点，把血管机器人需要保养和每个指导手“指导”不超过十个新操作手作为约束条件，以运营成本最低为目标，根据购买需要，建立线性规划模型，最终通过对模型进行求解，可以确定1-8周的最佳购买策略。

针对问题二，由于吞噬细胞的存在，假设每周有20%的血管机器人损毁，在问题一的模型基础上，根据血管机器人的组装特点，在问题一的基础上，对每周的操作手和容器艇的数量进行改动，建立线性规划模型，求出1-8周的最优解，并与问题一的结果数据进行对比分析。

针对问题三，在问题二的模型的基础上，更改了熟练操作手可指导新操作手的数量的约束条件和每周血管机器人的损坏率，建立线性规划模型，制定1-104周的容器艇和操作手的最优购买计划。

针对问题四，根据优惠政策，建立分段函数，带入问题三的模型中建立非线性规划模型，求出1-104周的最优购买计划。

针对问题五，第一小问我们通过神经网络预测出第105-112周的血管机器人使用需求。第二小问我们先使用问题四的模型对方案2进行求解，通盘考虑第1-112周的需求，得出方案2的最低运营成本。在方案1的要求下，我们在问题四模型的基础上，修改了可以直接使用的容器艇个数、熟练操作手个数和目标函数，建立新的模型，对模型求解得出第105-112周的最低运营成本，加上问题四的结果得出方案1的最低运营成本。最后比较两种方案的第1-112周最低运营成本的差额。

1. 问题重述

近年来，随着微机电系统及医疗技术的发展，更加微型的机器可以被制造出来，并用于医疗微创手术，例如利用血管机器人开展疾病治疗。血管机器人可以将药物放入血管指定位置精确治疗，大大降低传统手术带来的风险与伤害。因此，血管机器人逐渐成为医学界的重要研究方向，也越来越受到人们的关注。

目前，由于血管机器人的使用并不广泛，使用成本较高。本文根据附件中给出的信息和数据，结合ABLVR型号的血管机器人的特性，建立模型解决以下问题：

1. **问题1:**基于附件1、2中的数据和信息，在不影响治疗效果、不考虑血管机器人损耗的情况下，将1-8周的运营成本降到最低。
2. **问题2:**基于问题1的模型和结果，将数据规模推广至1-104周，并同时考虑每周血管机器人的损耗，得出运营成本最低的采购方案。
3. **问题3:**基于问题1、2的模型和结果，调整操作手训练成本和血管机器人损耗，优化模型，得出在此条件下运营成本最低的采购方案。
4. **问题4:**结合问题3，统筹考虑优惠政策对决策带来的影响，调整采购方案，降低运营成本
5. **问题5:**结合附件2的数据和信息，预测105-112周的血管机器人的使用需求，并结合预测数据，统筹考虑方案1和方案2的运营成本，选择最优方案。

二、问题分析

针对问题1，题目要求仅考虑1-8周，如何安排容器艇和操作手的购买量，使运营成本最低。根据每个“熟练手”可以训练最多10个“新手”这一限制，求解过程中需要考虑新增容器艇与新增操作手之间的关系，并结合容器艇数量、熟练操作手数量、保养与使用容器艇和操作手的成本、训练熟练工成本这些数据，建立整数线性规划模型。确定如何购买的容器艇和操作手，能将运营成本降至最低。

针对问题2，题目将时间范围扩大至1-104周，同时新增加对血管机器人的损耗的考虑，假设每个星期有20%的血管机器人损毁，在此基础上确定最优购买方案。基于上述情况，再结合问题1所建立的模型，调整规划模型并扩大数据范围，运用整数线性规划对新增容器艇与新增操作手进行规划，使运营成本达到最低。同时结合问题1所得结果，可以分析得出血管机器人的损耗对运营成本的影响。

针对问题3，题目调整了“熟练手”训练“新手”的限制和每周血管机器人的损耗比例。基于上述情况，结合问题2所建立的模型，修改部分参数，运用整数线性规划即可得出能达到最低运营成本的最优购买方案。

针对问题4，在问题3的基础上新增购买操作手和容器艇的优惠政策，由于优惠政策在购买量大的情况下对购买成本的降低是显著的，势必会影响最优购买策略。基于上述情况，结合问题3所建立的模型，根据优惠政策调整优化模型，运用整数线性规划确定最优购买方案和最低运营成本。

针对问题5，首先需要结合1-104周的使用需求数据，预测未来8周的血管机器人使用需求。面对规律性不强的数据，我们选择神经网络拟合来预测后8周可能的使用需求。针对方案1的情况，需要考虑首周能够直接以高价购买“开箱即用”的容器艇和操作手的情况，在此基础上，结合问题4所建立的模型，调整规划模型，求得后8周的最优购买方案和最低运营成本，再与问题4中求得的最优解叠加即可。针对方案2的情况，仅需要将问题4的数据规模扩大至1-112周的数据规模，结合问题4所建立的模型，即可求得在此情况下的最优购买方案和最低运营成本。在两个方案都能求得最优解的基础上，就可以比较两种方案在最低运营成本上的差距。

三、模型假设

1. 1个容器艇需配套4个操作手

2. 新购买的操作手（简称“新手”）需要已经学习好的操作手（简称“熟练工”）训练1周才能开始使用

3. 操作手只能在血管中连续工作1周，工作后需保养1周才能继续工作，未工作时需一直保养。

4. 新购买的容器艇需要检查调试1周才能开始工作，可以连续工作，未工作时需一直保养。

5. 新购买的容器艇和操作手在每周开始的时候到货并开始调试或训练。

6. 假定开始前已经有了13个容器艇和50个熟练操作手。

四、符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 符号说明 |
|  | 第周所持有的容器艇 |
|  | 第周新购买的容器艇 |
|  | 在第周保养的容器艇 |
|  | 在第周使用的容器艇 |
|  | 第周所持有的熟练操作手 |
|  | 第周新购买的新手操作手 |
|  | 在第周保养的熟练操作手 |
|  | 在第周使用的熟练操作手 |
|  | 在第周被用于训练的熟练操作手 |
|  | 第周损毁的机器人 |

五、模型的建立与求解

5.1 问题1的模型建立与求解

血管机器人相关成本如下表5.1。

**表5.1 血管机器人相关成本**

|  |  |
| --- | --- |
| **类别** | **价格（成本）** |
| 容器艇 | 200元/个 |
| 操作手 | 100元/个 |
| 操作手保养 | 5元/个/周 |
| 容器艇保养 | 10元/个/周 |
| 操作手（含“熟练工”）训练 | 10元/个 |

影响运营成本主要有：购买容器艇和操作手、保养与使用容器艇和操作手的成本、训练熟练工成本。根据模型假设和问题中每个熟练操作手训练10个新操作手，由于仅考虑1-8周的运营成本，可以构建以下目标函数和约束条件：

根据表5.1的数据和各类即可求出第周的总成本，求和即可得出需要求的目标函数。

(5-2)

(5-1)

根据假设确定初始值，其余均为0。

(5-3)

第周的容器艇就是第周的容器艇和新订购的之和(操作手也是如此)。

(5-5)

(5-4)

每个熟练操作手最多训练10个新操作手。

(5-6)

所有的容器艇为正在工作的容器艇与正在保养的容器艇之和

(5-7)

所有的操作手为正在工作的操作手、正在保养的操作手和正在训练的操作手之和。

(5-8)

每1个容器艇需配套4个操作手。

(5-9)

当前周正在保养的操作手必须大于前一周的工作的操作手，对应操作手只能在血管中连续工作1周，工作后需保养一周才能继续工作。

(5-10)

结合式5-1到5-10，可以得出下式5-11

(5-11)

根据式5-11编写Lingo程序进行整数线性规划(如下图5.1所示)，可以得到最低的运营成本和达到此结果的购买方案，结果如下表5.2所示。

表格

描述已自动生成

**图5.1 式5-11的Lingo运行结果**

**表5.2 第1-8周购买方案及成本统计**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **周次** | **购买的容器艇数量** | **购买的操作手数量** | **保养的操作手数量** | **保养的容器艇数量** | **参与训练的操作手数量（含“熟练工”和“新手”）** | **总成本**  **（单位：元）** |
| 第1周 | 0 | 14 | 4 | 2 | 16 | 1600 |
| 第2周 | 0 | 0 | 44 | 8 | 0 | 300 |
| 第3周 | 0 | 0 | 48 | 9 | 0 | 330 |
| 第4周 | 3 | 28 | 33 | 6 | 31 | 3935 |
| 第5周 | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 140 |
| 第6周 | 0 | 0 | 68 | 10 | 0 | 440 |
| 第7周 | 0 | 0 | 72 | 11 | 0 | 470 |
| 第8周 | 0 | 0 | 64 | 9 | 0 | 410 |
| 第1-8周 | 3 | 42 | 361 | 55 | 47 | 7625 |

5.2 问题2的模型建立与求解

问题2在问题1的基础上，增加了对机器人的损耗的考虑。因此，在问题1所建立的模型基础上，对式5-4及5-5进行简单修改，增加损毁机器人的参数即可。

(5-13)

(5-12)

其中遵守问题中的假设，即每周有20%的血管机器人损毁（损毁的个数按四舍五入取整）。

(5-14)

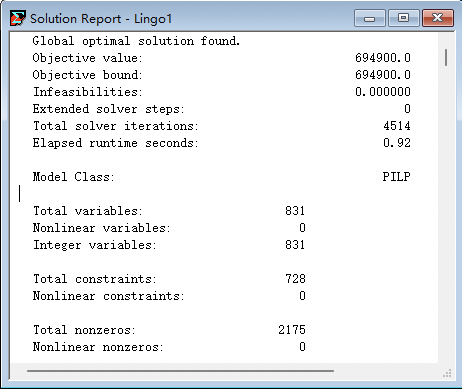
考虑到需通盘考虑第1-104周，求和上界也需要进行调整。

(5-15)

结合式5-2、5-3、5-6到5-10，以及调整过后的式5-12到5-15，可以得出下式5-16

(5-16)

根据式5-16编写Lingo程序进行整数线性规划(如下图5.2所示)，可以得到最低的运营成本和达到此结果的购买方案，部分结果如下表5.3所示。



**图5.2 式5-16的Lingo运行结果**

**表5.3 问题2相关结果数据**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **周次** | **购买的容器艇数量** | **购买的操作手数量** | **保养的操作手数量** | **保养的容器艇数量** | **参与训练的操作手数量（含“熟练工”和“新手”）** | **总成本**  **（单位：元）** |
| 第12周 | 5 | 12 | 38 | 1 | 14 | 2540 |
| 第26周 | 0 | 0 | 116 | 9 | 0 | 670 |
| 第52周 | 21 | 130 | 93 | 0 | 143 | 19095 |
| 第78周 | 16 | 43 | 220 | 0 | 48 | 9080 |
| 第101周 | 12 | 83 | 396 | 0 | 92 | 13600 |
| 第102周 | 17 | 32 | 436 | 0 | 36 | 9140 |
| 第103周 | 25 | 80 | 396 | 0 | 88 | 15860 |
| 第104周 | 0 | 0 | 384 | 0 | 0 | 1920 |
| 1-104周（总计） | 879 | 3902 | 16884 | 131 | 4317 | 694900 |

与此同时，我们可以看到在考虑损耗的情况下第1-8周的结果数据，如下表5.4所示

**表5.4 考虑损耗的情况下第1-8周购买方案及成本统计**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **周次** | **购买的容器艇数量** | **购买的操作手数量** | **保养的操作手数量** | **保养的容器艇数量** | **参与训练的操作手数量（含“熟练工”和“新手”）** | **总成本**  **（单位：元）** |
| 第1周 | 0 | 22 | 3 | 2 | 25 | 2485 |
| 第2周 | 0 | 0 | 44 | 6 | 0 | 280 |
| 第3周 | 0 | 0 | 44 | 6 | 0 | 280 |
| 第4周 | 8 | 41 | 23 | 2 | 46 | 6295 |
| 第5周 | 0 | 7 | 28 | 0 | 8 | 920 |
| 第6周 | 0 | 0 | 64 | 7 | 0 | 390 |
| 第7周 | 0 | 0 | 64 | 7 | 0 | 390 |
| 第8周 | 3 | 5 | 51 | 4 | 6 | 1455 |
| 第1-8周 | 11 | 75 | 321 | 34 | 85 | 12495 |

结合表5.2与表5.4，可以绘制出如下图5.3和图5.4。

由上述图表可以清晰得看出，由于问题2追加了对机器人损耗的考虑，为了满足每周的治疗需求，必须购买更多的容器艇和操作手以填补空缺。因为新购买的操作手增多，随之带来的就是参与训练的操作手也明显增加。机器人因为损耗问题需要更新换代，在问题2中需要保养的机器人就不如问题1中的多。这些都反映在了运营成本上，问题2中第1-8周的运营成本为12495元，而问题1中第1-8周的运营成本为7625元，差价为4870元。

5.3 问题3的模型建立与求解

问题3在问题2的基础上，调整了训练操作手的个数和血管机器人的损毁比例，通过修改式5-6和5-14调整模型即可。

现在每个熟练操作手最多训练20个新操作手。

(5-17)

每周有20%的血管机器人损毁（损毁的个数按四舍五入取整）。

(5-18)

结合式5-2、5-3、5-7到5-10，以及5-12、5-13、5-15、5-17、5-18，可以得出下式5-19

(5-19)

根据式5-19编写Lingo程序进行整数线性规划(如下图5.5所示)，可以得到最低的运营成本和达到此结果的购买方案，部分结果如下表5.5所示。

表格

低可信度描述已自动生成

**图5.5 式5-19的Lingo运行结果**

**表5.5 问题3相关结果数据**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **周次** | **购买的容器艇数量** | **购买的操作手数量** | **保养的操作手数量** | **保养的容器艇数量** | **参与训练的操作手数量（含“熟练工”和“新手”）** | **总成本**  **（单位：元）** |
| 第12周 | 3 | 12 | 39 | 3 | 13 | 2155 |
| 第26周 | 0 | 0 | 124 | 11 | 0 | 730 |
| 第52周 | 18 | 120 | 93 | 0 | 126 | 17325 |
| 第78周 | 10 | 20 | 220 | 1 | 21 | 5320 |
| 第101周 | 1 | 40 | 398 | 0 | 42 | 6610 |
| 第102周 | 7 | 0 | 436 | 0 | 0 | 3580 |
| 第103周 | 16 | 40 | 406 | 0 | 42 | 9650 |
| 第104周 | 0 | 0 | 384 | 0 | 0 | 1920 |
| 1-104周（总计） | 498 | 2378 | 17636 | 281 | 2518 | 453570 |

5.4 问题4的模型建立与求解

问题4在问题3的基础上，增加了对于购买操作手和容器艇的优惠政策。对此，我们只需要将式5-2稍作修改就可以建立模型。

容器艇一次性购买量不超过5个时的单价为200元/个；容器艇一次性购买量超过5个但不超过10个时，超过5个的那部分单价为180元/个；容器艇一次性购买量超过10个时，超过10个的那部分单价为160元/个。将其转换成数学语言：

(5-20)

同理，操作手一次性购买量不超过20个时的单价为100元/个；操作手一次性购买量超过20个但不超过40个时，超过20个的那部分单价为90元/个；操作手一次性购买量超过40个时，超过40个的那部分单价为80元/个。将其转换成数学语言：

(5-21)

由式5-20和5-21，结合式5-2，就可以得出新的目标函数：

(5-22)

结合式5-3、5-7到5-10，以及5-12、5-13、5-15、5-17、5-18、5-20、5-21、5-22，可以得出下式5-23

根据式5-23编写Lingo程序进行整数非线性规划(如下图5.6所示)，可以得到最低的运营成本和达到此结果的购买方案，由于此模型和Lingo的局限性，在此仅能给出局部最优解，部分结果如下表5.6所示。

(5-23)

图形用户界面

低可信度描述已自动生成

**图5.6 式5-23的Lingo运行结果**

**表5.6 问题4相关结果数据**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **周次** | **购买的容器艇数量** | **购买的操作手数量** | **保养的操作手数量** | **保养的容器艇数量** | **参与训练的操作手数量（含“熟练工”和“新手”）** | **总成本**  **（单位：元）** |
| 第12周 | 3 | 12 | 39 | 3 | 13 | 2155 |
| 第26周 | 0 | 0 | 124 | 11 | 0 | 730 |
| 第52周 | 18 | 200 | 92 | 0 | 210 | 22340 |
| 第78周 | 0 | 0 | 241 | 11 | 0 | 1315 |
| 第101周 | 0 | 0 | 440 | 1 | 0 | 2210 |
| 第102周 | 7 | 0 | 436 | 0 | 0 | 3540 |
| 第103周 | 16 | 40 | 406 | 0 | 42 | 9110 |
| 第104周 | 0 | 0 | 384 | 0 | 0 | 1920 |
| 1-104周（总计） | 498 | 2378 | 18775 | 747 | 2507 | 421435 |

5.5 问题5的模型建立与求解