

CHAPITRE 1

Réponses aux exercices du Chapitre 1

MTH3302 - Méthodes probabilistes et statistiques pour l'I.A.
Jonathan Jalbert – Hiver 2021

1. a) $\frac{4}{52}$
b) $\frac{2}{40}$
c) $\frac{4}{46}$
d) $\frac{4}{52}$
e) $\frac{4}{40} \times \frac{\binom{48}{12}}{\binom{52}{12}}$
f) Après les 6 premiers tirages, on recommence à zéro avec les 46 cartes qu'il nous reste, dont 4 as. On cherche la probabilité que le premier as survienne au 7e tirage. On peut procéder de la même façon qu'au numéro précédent. $\frac{4}{40} \times \frac{\binom{42}{6}}{\binom{46}{6}}$
2. a) Dépendants
b) Indépendants
3. $\frac{8}{9}$
4. $\frac{2}{3}$

5. Scénario 1 : probabilité de survie $(9/10)^{10} \approx 0,3487$.
 Scénario 2 : probabilité de survie $(99/100)^{100} \approx 0,3660$.

6. a) $\mathbb{P}(Y = y) = 1/5$ pour $y \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 b) 3

7. a) $Y \sim \text{Geometrique}(1/5)$
 b) $\mathbb{E}(Y) = 5$

8.

$$\mathbb{P}(Y = y) = \frac{\binom{5}{y} \binom{10}{4-y}}{\binom{15}{4}} \text{ si } y \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

9. a) $e^{-3/8} - e^{-3/2}$
 b) e^{-3}

10. a) $c = 4$
 b) $\frac{1}{2^4} - \frac{1}{3^4}$
 c) $\frac{4}{3}$

11.

$$\mathbb{P}(Y = y) = \frac{\binom{n-y}{m-1}}{\binom{n}{m}} \text{ si } y \in \{1, 2, \dots, n - (m - 1)\}$$

12. a) $X \sim \text{Geometrique}(1/6)$, Donc $\mathbb{E}(X) = 6$
 b) 7
 c)

$$\mathbb{E}(X|Y = 5) = 1 \frac{1}{5} + 2 \frac{4}{5} \frac{1}{5} + 3 \left(\frac{4}{5}\right)^2 \frac{1}{5} + 4 \left(\frac{4}{5}\right)^3 \frac{1}{5} + 6 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \frac{1}{6} + 7 \left(\frac{4}{5}\right)^4 \frac{5}{6} \frac{1}{6} + \dots$$

13. a) 5

$$\text{b) } \sum_{k=n-1}^{\infty} \frac{1/k \times e^{10} 10^k}{k!} \text{ Peut-être que ça se simplifie...}$$

$$14. \text{ a) } \hat{\theta} = \frac{4n}{\sum_{i=1}^n y_i}$$

$$\text{b) } \hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln y_i}$$

$$\text{c) } \hat{\theta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i^3}{n} \right)^{1/3}$$

$$\text{d) } \hat{\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{2n}}$$