**ΑΝΑΦΟΡΑ-ΛΥΣΗ   
2ης ΣΕΙΡΑΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

**(ΤΕΜ-231)**

* **ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**

**Α.Μ: 1618 Τ.Ε.Μ**

**ΕΞΑΜΗΝΟ: 5ο**

* **ΜΟΥΤΑΦΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

**Α.Μ: 1143 T.E.M**

**ΕΞΑΜΗΝΟ: 11ο**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ**

Αποφασίσαμε να χρησιμοποιήσουμε το ίδιο script για την επίλυση των δύο πρώτων ασκήσεων, καλώντας το για διαφορετικό πλήθος ορισμάτων σε κάθε περίπτωση.

Για την περίπτωση της πρώτης άσκησης, ο χρήστης δίνει σαν ορίσματα τον πίνακα Α και τα διανύσματα b, p, σε κατάλληλη μορφή για την επίλυση του προβλήματος (εξηγούμε την κατάλληλη μορφή παρακάτω).

Για την περίπτωση της δεύτερης άσκησης, ο χρήστης, εκτός από τα A, b, p σε κατάλληλη μορφή, δίνει και ένα επιπλέον όρισμα σε μορφή αλφαριθμητικού, με βάση το οποίο το script αναγνωρίζει την φύση του προβλήματος και το λύνει ανάλογα. Αν το αλφαριθμητικό αυτό έχει την τιμή ‘min’, το script μας λύνει ένα δυϊκό πρόβλημα ελαχιστοποίησης Γ.Π ,αλλιώς με οποιαδήποτε άλλη τιμή (ακόμη και το κενό ‘’), λύνει ένα δυϊκό πρόβλημα μεγιστοποίησης. Σε περίπτωση που δεν δοθεί αλφαριθμητικό, λύνει όπως στην πρώτη περίπτωση.

Γενική διαδικασία του script, είναι να καλέσει την totbl για να μετατρέψει τα δεδομένα Α, b, p σε μορφή πίνακα Simplex και αν βρισκόμαστε στην δεύτερη περίπτωση, καλεί την dualbl ώστε να εισάγει στον πίνακα και το δυϊκό του προβλήματος. Κατόπιν εκτελεί την φάση 1 της μεθόδου Simplex εισαγάγοντας την κατάλληλη γραμμή και στήλη (z0 και x0 αντίστοιχα) και επιλύοντας με βάση την πάγια διαδικασία χρησιμοποιώντας την ljx. Στο τέλος της φάσης 1 αφαιρεί τις z0 και x0. Μετά το πέρας της φάσης 1, το script εκτελεί την φάση 2 της Simplex μέχρι την επίλυση του προβλήματος, εντοπίζοντας κατάλληλους οδηγούς και καλώντας την ljx.

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Επίλυση του ΠΓΠ μεγιστοποίησης:

**max(x1 + x2 – x3)**

**x1 + x2 + x3 ≤ 4**

**2x1 – x2 ≥ 2**

**-x1 – x2 + x3 ≤ 10**

**x1 + 2x2 – x3 ≥ 1**

**x1, x2, x3 ≥ 0**

Επειδή ο υπολογιστής δεν μπορεί να επιλύσει για max, είναι αναγκαία η μετατροπή του προβλήματος σε min, ως εξής:

**min(-x1 - x2 + x3)**

**-x1 - x2 - x3 ≥ -4**

**2x1 – x2 ≥ 2**

**x1 + x2 - x3 ≥ -10**

**x1 + 2x2 – x3 ≥ 1**

**x1, x2, x3 ≥ 0**

Συνεπώς, ο πίνακας Α και τα διανύσματα b, p έχουν την παρακάτω μορφή:

**Α = ,** **b =, p =.**

**Βήμα 1ο (totbl):**

**x1 x2 x3 1**

**------------------------------------------------------**

**x4 = | -1.0000 -1.0000 -1.0000 4.0000**

**x5 = | 2.0000 -1.0000 0.0000 -2.0000**

**x6 = | 1.0000 1.0000 -1.0000 10.0000**

**x7 = | 1.0000 2.0000 -1.0000 -1.0000**

**-----------------------------------------------------**

**z = | -1.0000 -1.0000 1.0000 0.0000**

**Βήμα 2ο (addcol, addrow):**

**x1 x2 x3 x0 1**

**-----------------------------------------------------------------**

**x4 = | -1.0000 -1.0000 -1.0000 0.0000 4.0000**

**x5 = | 2.0000 -1.0000 0.0000 1.0000 -2.0000**

**x6 = | 1.0000 1.0000 -1.0000 0.0000 10.0000**

**x7 = | 1.0000 2.0000 -1.0000 1.0000 -1.0000**

**-----------------------------------------------------------------**

**z = | -1.0000 -1.0000 1.0000 0.0000 0.0000**

**z0 = | 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000**

**Βήμα 3ο (ljx):**

**x1 x2 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------------------**

**x4 = | -1.0000 -1.0000 -1.0000 0.0000 4.0000**

**x0 = | -2.0000 1.0000 -0.0000 1.0000 2.0000**

**x6 = | 1.0000 1.0000 -1.0000 0.0000 10.0000**

**x7 = | -1.0000 3.0000 -1.0000 1.0000 1.0000**

**-----------------------------------------------------------------**

**z = | -1.0000 -1.0000 1.0000 0.0000 0.0000**

**z0 = | -2.0000 1.0000 0.0000 1.0000 2.0000**

**Βήμα 4ο (ljx):**

**x0 x2 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------------------**

**x4 = | 0.5000 -1.5000 -1.0000 -0.5000 3.0000**

**x1 = | -0.5000 0.5000 -0.0000 0.5000 1.0000**

**x6 = | -0.5000 1.5000 -1.0000 0.5000 11.0000**

**x7 = | 0.5000 2.5000 -1.0000 0.5000 0.0000**

**-----------------------------------------------------------------**

**z = | 0.5000 -1.5000 1.0000 -0.5000 -1.0000**

**z0 = | 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000**

**Βήμα 5ο (delcol, delrow):**

**x2 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------**

**x4 = | -1.5000 -1.0000 -0.5000 3.0000**

**x1 = | 0.5000 -0.0000 0.5000 1.0000**

**x6 = | 1.5000 -1.0000 0.5000 11.0000**

**x7 = | 2.5000 -1.0000 0.5000 0.0000**

**-----------------------------------------------------**

**z = | -1.5000 1.0000 -0.5000 -1.0000**

**Βήμα 6ο (ljx):**

**x4 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------**

**x2 = | -0.6667 -0.6667 -0.3333 2.0000**

**x1 = | -0.3333 -0.3333 0.3333 2.0000**

**x6 = | -1.0000 -2.0000 0.0000 14.0000**

**x7 = | -1.6667 -2.6667 -0.3333 5.0000**

**-----------------------------------------------------**

**z = | 1.0000 2.0000 0.0000 -4.0000**

Παρατηρούμε ότι το min του προβλήματος ΠΓΠ ισούται με -4, οπότε το max = -min = 4 και η βέλτιστη λύση Χ\* = (x1,x2,x3) = [2, 2, 0].

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

Επίλυση του ΠΓΠ ελαχιστοποίησης:

**min(2x1 + 9x2 + 3x3)**

**-x1 - 6x2 ≥ -3**

**x1 + 4x2 + x3 ≥ 1**

**-2x1 - 14x2 ≥ -5**

**x1, x2, x3 ≥ 0**

Συνεπώς, ο πίνακας Α και τα διανύσματα b, p έχουν την παρακάτω μορφή:

**A=, b=, p=.**

Το δυϊκό πρόβλημα του παραπάνω ΠΓΠ ορίζεται ως:

**max(-3u1 + u2 -5u3)**

**-u1 + u2 - 2u3 ≤ 2**

**-6u1 + 4u2 - 14u3 ≤ 9**

**u2 ≤ 3**

**u1, u2, u3 ≥ 0**

**Βήμα 1ο (totbl,dualbl):**

**u4 = u5 = u6 = w =**

**x1 x2 x3 1**

**-----------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | -1.0000 -6.0000 0.0000 3.0000**

**-u2 x5 = | 1.0000 4.0000 1.0000 -1.0000**

**-u3 x6 = | -2.0000 -14.0000 0.0000 5.0000**

**-----------------------------------------------------**

**1 z = | 2.0000 9.0000 3.0000 0.0000**

**Βήμα 2ο (addcol, dualbl, addrow):**

**u4 = u5 = u6 = u7 = w =**

**x1 x2 x3 x0 1**

**------------------------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | -1.0000 -6.0000 0.0000 0.0000 3.0000**

**-u2 x5 = | 1.0000 4.0000 1.0000 1.0000 -1.0000**

**-u3 x6 = | -2.0000 -14.0000 0.0000 0.0000 5.0000**

**------------------------------------------------------------------**

**1 z = | 2.0000 9.0000 3.0000 1.0000 0.0000**

**- z0 = | 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.0000**

**Βήμα 3ο (ljx):**

**u4 = u5 = u6 = u2 = w =**

**x1 x2 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | -1.0000 -6.0000 0.0000 0.0000 3.0000**

**-u7 x0 = | -1.0000 -4.0000 -1.0000 1.0000 1.0000**

**-u3 x6 = | -2.0000 -14.0000 0.0000 0.0000 5.0000**

**------------------------------------------------------------------**

**1 z = | 1.0000 5.0000 2.0000 1.0000 1.0000**

**- z0 = | -1.0000 -4.0000 -1.0000 1.0000 1.0000**

**Βήμα 4ο (ljx):**

**u4 = u7 = u6 = u2 = w =**

**x1 x0 x3 x5 1**

**-----------------------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | 0.5000 1.5000 1.5000 -1.5000 1.5000**

**-u5 x2 = | -0.2500 -0.2500 -0.2500 0.2500 0.2500**

**-u3 x6 = | 1.5000 3.5000 3.5000 -3.5000 1.5000**

**-----------------------------------------------------------------**

**1 z = | -0.2500 -1.2500 0.7500 2.2500 2.2500**

**- z0 = | 0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 0.0000**

**Βήμα 5ο (delcol, delrow):**

**u4 = u6 = u2 = w =**

**x1 x3 x5 1**

**----------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | 0.5000 1.5000 -1.5000 1.5000**

**-u5 x2 = | -0.2500 -0.2500 0.2500 0.2500**

**-u3 x6 = | 1.5000 3.5000 -3.5000 1.5000**

**----------------------------------------------------**

**1 z = | -0.2500 0.7500 2.2500 2.2500**

**Βήμα 6ο (ljx):**

**u5 = u6 = u2 = w =**

**x2 x3 x5 1**

**----------------------------------------------------**

**-u1 x4 = | -2.0000 1.0000 -1.0000 2.0000**

**-u4 x1 = | -4.0000 -1.0000 1.0000 1.0000**

**-u3 x6 = | -6.0000 2.0000 -2.0000 3.0000**

**----------------------------------------------------**

**1 z = | 1.0000 1.0000 2.0000 2.0000**

Παρατηρούμε ότι το min του προβλήματος ΠΓΠ ισούται με 2 και η βέλτιστη λύση Χ\* = (x1,x2,x3) = [1, 0, 0], θέτοντας τα u1=u3=u4=0, επίσης έχουμε από το τελικό πίνακα ότι u2=2, u5=1 και u6=1, το οποίο είναι εφικτό σημείο για το δυϊκό πρόβλημα και αποτελεί σημείο λύσης. Συνεπώς η λύση του δυϊκού είναι U\*=(u1,u2,u3)=[0, 2, 0] και max=-2.

**Σημείωση:**

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο χρόνος εκτέλεσης των προγραμμάτων, διαφέρει από εκτέλεση σε εκτέλεση καθώς και από υπολογιστή σε υπολογιστή.

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

* Linear programming with MATLAB, M.C. Ferris, O.L. Mangasarian, S.J. Wright.
* Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα Θεωρία και Ασκήσεις, Δ. Φακίνου, Α.Οικονόμου.
* Σημειώσεις Διαλέξεων και Εργαστηρίων του μαθήματος.

**ΕΡΓΑΛΕΙΑ**

* Matlab 2012b.
* GitHub.
* Microsoft Word.
* Adobe Acrobat.