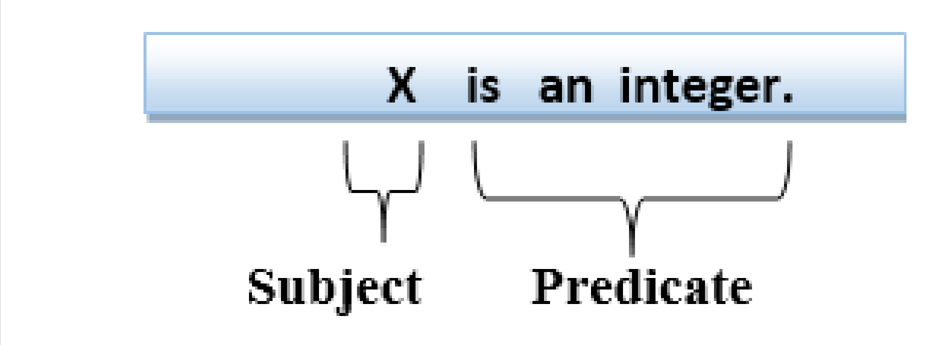


Inteligencia Artificial

Unidad 3: Razonamiento basado en conocimiento

TEMA 4: Lógica computacional en la I.A.

Módulo 2: Lógica de Primer Orden

Unidad 3

Razonamiento basado en conocimiento

TEMA 4: Lógica computacional en I.A.

MÓDULO 2: Lógica de Primer Orden

Contenido

1. Lógica Proposicional vs Lógica de Primer Orden
2. Definición de Lógica de Primer Orden (LPO)
3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores
4. Ejemplos de aplicación

Preguntas

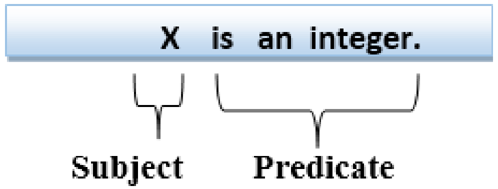
1. Lógica Proposicional vs Lógica de Primer Orden

Truth Tables for $\neg p \vee q$ and $p \rightarrow q$.

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

LÓGICA PROPOSICIONAL

1. Expresamos conocimiento mediante enunciados declarativos (pueden ser verdaderos o falsos).
2. Las proposiciones representan hechos que se dan o no en la realidad.
3. LP <u>no es suficiente</u> para representar oraciones complejas, tiene un poder expresivo muy limitado.



LÓGICA DE PRIMER ORDEN

1. Expresamos conocimiento mediante enunciados declarativos (pueden ser verdaderos o falsos).
2. No solo se utilizan proposiciones para representar hechos que se dan o no en la realidad.

   Adicionalmente, utiliza **objetos** y **relaciones** entre ellos para explicar la realidad.
3. La lógica de primer orden es más poderosa y suficiente para representar oraciones complejas.

Es una extensión de la lógica proposicional

1. Lógica Proposicional vs Lógica de Primer Orden

1. Todos los humanos son inteligentes

2. A Sandro le gusta el voleibol

¿Cómo representamos estos enunciados con Lógica Proposicional?

2. Definición de Lógica de Primer Orden

Definición de la Lógica de Primer Orden

- Es otra forma de representación del conocimiento en la Inteligencia Artificial.
- Representa las declaraciones del lenguaje natural de una manera concisa.
- La lógica de primer orden es un lenguaje poderoso que desarrolla información sobre los objetos de una manera más fácil y también puede expresar la relación entre esos objetos.
- La lógica de primer orden también se conoce como **lógica de predicado** o **lógica de predicado de primer orden**.
- La lógica de primer orden, adicionalmente a los hechos, incorpora la noción de **objetos**, **relaciones** y **funciones**.

2. Definición de Lógica de Primer Orden

Lógica de Primer Orden

Al igual que el lenguaje natural

Hechos + **Objetos** + **Relaciones** + **Funciones**

Al igual que la lógica proposicional

OBJETOS

Letras: Z, X, colores, gente, nombres, lugares…

RELACIONES

Relación unaria:

- Es adyacente
- Es redondo
- Es azul…

n-cualquier relación:

- la hermana de
- hermano de
- tiene color
- se interpone entre…

FUNCIONES

- quinta entrada
- mejor amigo
- fin de
- Inicio de
- Peor resultado…

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

SINTAXIS

- Los elementos sintácticos básicos de la lógica de primer orden son los **símbolos**. Comienzan con una letra mayúscula.

- Escribimos declaraciones en notación abreviada utilizando:

Constantes	1, 2, A, Pedro, Perú, Gato, Enero, ...	Representan objetos
Variables	x, y, z, a, b, ...	
Predicados	Hermano, Padre,>, ...	Representan relaciones
Función	Promedio, CabezaDe, ...	Representan funciones
Conectivas	$\land$, $\lor$, $\neg$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$	
Igualdad	==	
Cuantificador	$\forall$, $\exists$	

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

SINTAXIS

SENTENCIAS ATOMICAS
(simples)

- Se forman a partir de un símbolo de predicado seguido de un paréntesis con una secuencia de términos.

Predicado (término1, término2, ……, término n)

Ejemplos:

Vero y Luis son hermanos: => Hermanos (Vero, Luis)

Sócrates es un gato: => gato (Sócrates)

SENTENCIAS COMPLEJAS
(compuestas)

- Las sentencias complejas se forman combinando sentencias atómicas usando conectivos.
- Las sentencias en LPO se pueden dividir en dos partes:

1. **Sujeto:** El tema o asunto es la parte principal de la declaración.
2. **Predicado:** se puede definir como una relación, que une dos sentencias en una declaración.

Ejemplo:

x es un número entero

Predicado

Sujeto

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

CUANTIFICADORES

- Son utilizados para expresar las propiedades de colecciones enteras de objetos.
- Son los símbolos que permiten determinar o identificar el rango y alcance de la variable en la expresión lógica.
- Existen 2 tipos de cuantificadores:

CUANTIFICADOR UNIVERSAL
(para todos, todos, todo)

Operador lógico ∀

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL
(para algunos, al menos uno)

Operador lógico ∃

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

CUANTIFICADOR UNIVERSAL (para todos, todos, todo)

- Expresa que el enunciado dentro de su alcance es verdadero para todo o cada una de las instancias de algo.
- El cuantificador universal está representado por un **símbolo ∀**, que se asemeja a una A.

Si x es una variable, entonces ∀x se lee como:

Para todo 'x' / Por cada 'x'

- En el cuantificador universal usamos la implicación "→".

Ejemplo en lenguaje natural:

Todos los hombres beben cerveza.

Universo de quien se habla

Hombres

x1,x2, x3,
x4, …xn

x1 bebe café
∧
x2 bebe leche
∧
x3 bebe
∧
x4 bebe cerveza
∧
x5 bebe cerveza
∧
….
xn bebe vino

Notación corta en Lógica de Primer Orden

$$\forall x \text{ hombre } (x) \rightarrow \text{ beber } (x, \text{cerveza})$$

Para todos los x donde x es un hombre que entonces beben cerveza.
(todas o cada una de las instancias que sean verdaderas)

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL (para algunos, al menos uno)

- Expresa que el enunciado dentro de su alcance es verdadero para al menos una instancia de algo.
- Se denota mediante el **operador lógico ∃**, que se asemeja a la E invertida.

Si x es una variable, entonces ∃x o ∃ (x) se lee como:

Existe una ‘x’ / Para algunos ‘x’ / Por al menos una 'x'

- En el cuantificador existencial siempre usamos Y o el símbolo de conjunción (∧).

Ejemplo en lenguaje natural:

Algunos niños son inteligentes.

Universo de quien se habla

Niños

x1,x2, x3, x4, …xn

x1 es inteligente
v
x2 es inteligente
v
x3 es inteligente
v
x4 es inteligente
v
x5 es inteligente
….
xn es inteligente

Notación corta en Lógica de Primer Orden

∃x: niños (x) ∧ inteligente (x)

Hay algunas x donde x es un niño **y** que es inteligente.
(algunas de las instancias que sean verdaderas)

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

ANIDAR CUANTIFICADORES

- Las sentencias compuestas o complejas pueden contener múltiples cuantificadores

Ejemplos:

- "Los hermanos son parientes"

$\forall x\ \forall y\ \ Hermano(x,y) \Rightarrow Pariente(x,y)$

Pariente es una relación simétrica
$\forall x,y\ \ Pariente(x,y) \Leftrightarrow Pariente(y,x)$

- "Todo el mundo ama a alguien"

$\forall x\ \exists y\ \ Ama(x,y)$

- "Hay alguien que es amado por todos"

$\exists y\ \forall x\ \ Ama(x,y)$

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

NEGAR CUANTIFICADORES

- Los cuantificadores (∀, ∃) están íntimamente conectados el uno al otro mediante la **negación**.

Ejemplos:

- "A todo el mundo no les gustan las espinacas" ≡ "No existe alguien a quien le gusten"

$\forall x\ \neg Gusta(x, Espinacas) \equiv \neg \exists x\ Gusta(x, Espinacas)$

- "A todo el mundo le gusta el helado" ≡ "No hay nadie a quien no le guste el helado"

$\forall x\ Gusta(x, Helado) \equiv \neg \exists x\ \neg Gusta(x, Helado)$

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

CONDICION DE IGUALDAD

- Se puede utilizar el símbolo de igualdad para construir enunciados describiendo que dos términos se refieren al mismo objeto.

$$Padre(Juan) = Enrique$$

- Se puede utilizar con la negación para insistir en que dos términos no son el mismo objeto.

"Ricardo tiene al menos dos hermanos"

$$\exists\, x,y\ Hermano(x, Ricardo) \land Hermano(y, Ricardo) \land \neg\,(x = y)$$

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

INTERPRETACION

- Se tiende a especificar qué objetos, relaciones y funciones son referenciados mediante símbolos de constante, predicado y función.

Padre(Juan) = Enrique

Interpretación: Padre es la función que cumple Enrique (objeto relacionado exactamente con otro objeto).

"Ricardo tiene al menos dos hermanos"

Interpretación: Hermanos se refiere a la "relación de hermandad".

3. Sintaxis - Símbolos y Cuantificadores

Modelo lógico: LOGICA DE PRIMER ORDEN

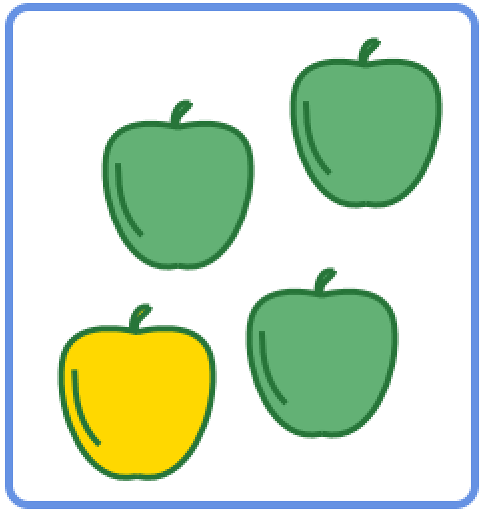
Propiedades de los Cuantificadores

- En el cuantificador universal, **∀x∀y** es similar a **∀y∀x**.
- En el cuantificador existencial, **∃x∃y** es similar a **∃y∃x**.
- **∃x∀y** NO es similar a **∀y∃x**.

4. Ejemplos de Aplicación

(1) Manzanas verdes

Lenguaje Natural	**LPO**
Al menos un x es P	**$\exists x\ P(x)$**
Todos los x son P	**$\forall x\ P(x)$**
Algunos x son P	**$\exists x\ P(x)$**
No todos los x son P	**$\exists x\ \neg P(x)$**
Ningún x es P	**$\forall x\ \neg P(x)$**



Algunas manzanas son verdes

$$\underbrace{\text{Algunas}}_{\text{cuantificador}}\ \overbrace{\text{manzanas}}^{\text{Sujeto}}\ \underbrace{\text{son verdes}}_{\text{Predicado}}$$

$\mathbf{\exists x:}$ manzanas (x) $\wedge$ verdes (x)

Algunas x donde x es una manzana **y** que es verde.

(algunas de las instancias que sean verdaderas)

Es lo mismo decir:

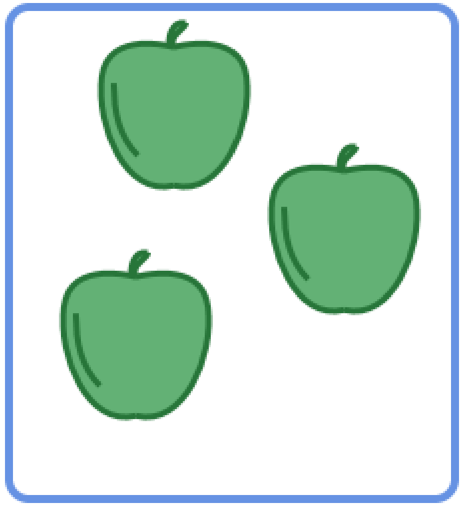
$$\left.\begin{aligned} A(x) &= \text{“x es una manzana”} \\ G(x) &= \text{“x es verde”} \end{aligned}\right\} \text{Ambos son predicados unarios}$$

$\mathbf{\exists x:}$ $(A(x) \wedge G(x))$

4. Ejemplos de Aplicación

(2) **Manzanas verdes**

Lenguaje Natural	**LPO**
Al menos un x es P	**$\exists x\ P(x)$**
Todos los x son P	**$\forall x\ P(x)$**
Algunos x son P	**$\exists x\ P(x)$**
No todos los x son P	**$\exists x\ \neg P(x)$**
Ningún x es P	**$\forall x\ \neg P(x)$**



Todas las manzanas son verdes

$$\underbrace{\text{Todas}}_{\text{cuantificador}}\ \overbrace{\text{las manzanas}}^{\text{Sujeto}}\ \underbrace{\text{son verdes}}_{\text{Predicado}}$$

$$\forall x : \text{manzanas}(x) \rightarrow \text{verdes}(x)$$

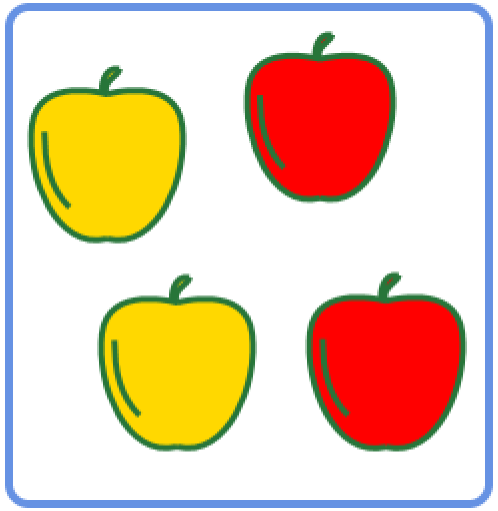
Todas las x donde x es una manzana **que entonces** son verdes.

(todas o cada una de las instancias que sean verdaderas)

4. Ejemplos de Aplicación

(3) Manzanas verdes

Lenguaje Natural	LPO
Al menos un x es P	**∃x P(x)**
Todos los x son P	**∀x P(x)**
Algunos x son P	**∃x P(x)**
No todos los x son P	**∃x ¬P(x)**
Ningún x es P	**∀x ¬P(x)**



Ninguna manzana es verde

$$\underbrace{\text{Ninguna}}_{\text{cuantificador}}\ \overbrace{\text{manzana}}^{\text{Sujeto}}\ \underbrace{\text{es verde}}_{\text{Predicado}}$$

$$\forall x : \text{manzanas}(x) \rightarrow \neg\ \text{verdes}(x)$$

Todas las x donde x es una manzana **que entonces** no son verdes.

(todas o cada una de las instancias que sean verdaderas)

4. Ejemplos de Aplicación

(4) Restaurantes, cines y canchita

Debemos convertir el siguiente enunciado:

"No hay ningún restaurante que venda canchita, pero los cines sí".

Solución: Reescribimos dicho enunciado en varias sentencias

1. Si x es un restaurante, entonces x no vende canchita y
2. Si x es un cine, entonces vende canchita y
3. Si x es un restaurante, entonces x no es un cine y
4. Si x es un cine, entonces x no es un restaurante

Cuántos predicados reconocemos?

<u>Tenemos:</u>

La variable "x" y 3 predicados

$R(x)$ = "x es un restaurante"

$C(x)$ = "x es un cine"

$P(x)$ = "x vende canchita"

Esto nos permite convertir la oración en lenguaje natural en una de lógica de primer orden.

1. $R(x) \Rightarrow \neg P(x)$
2. $C(x) \Rightarrow P(x)$
3. $R(x) \Rightarrow \neg C(x)$
4. $C(x) \Rightarrow \neg R(x)$

$$\forall x\ ((R(x) \Rightarrow \neg P(x)) \wedge (C(x) \Rightarrow P(x)) \wedge (R(x) \Rightarrow \neg C(x)) \wedge (C(x) \Rightarrow \neg R(x)))$$

PREGUNTAS

Dudas y opiniones