



## **Unidad 3**

# **Fundamentos de Programación Competitiva**



## Logro de sesión

Al finalizar la sesión, el estudiante comprenderá los conceptos de árbol Fenwick



**Semana 10**

# **Árbol Fenwick**

## **Contenido:**

- Árbol Fenwick - Construcción
- Árbol Fenwick - Update
- Árbol Fenwick – Query

# Arbol Binario Indexado (Fenwick)



- ❑ El Árbol de Fenwick (también conocido como Árbol Binario Indexado o BIT por sus siglas en ingles) fue propuesto por Peter M Fenwick en 1994 para resolver problemas de compresión de datos.
- ❑ Es una estructura de datos muy eficiente para calcular sumas acumulativas.
- ❑ El Fenwick Tree es una estructura de datos útil para implementar tablas dinámicas de frecuencia acumulada.

# Arbol Binario Indexado (Fenwick)



- Ejemplo, los puntajes de prueba son valores enteros que van desde  $[1..10]$ . La siguiente tabla muestra la frecuencia de cada puntaje de prueba individual:  
 $\in [1..10]$  y la  $f$  frecuencia acumulada de los puntajes de las pruebas que van desde  $[1..i]$  denotados por  $cf[i]$ , es decir, la suma de las frecuencias de los puntajes de las pruebas 1, 2.

# Arbol Binario Indexado (Fenwick)



Index/ Score	Frequency f	Cumulative Frequency cf	Short Comment
0	-	-	Index 0 is ignored (as the sentinel value).
1	0	0	$cf[1] = f[1] = 0.$
2	1	1	$cf[2] = f[1] + f[2] = 0 + 1 = 1.$
3	0	1	$cf[3] = f[1] + f[2] + f[3] = 0 + 1 + 0 = 1.$
4	1	2	$cf[4] = cf[3] + f[4] = 1 + 1 = 2.$
5	2	4	$cf[5] = cf[4] + f[5] = 2 + 2 = 4.$
6	3	7	$cf[6] = cf[5] + f[6] = 4 + 3 = 7.$
7	2	9	$cf[7] = cf[6] + f[7] = 7 + 2 = 9.$
8	1	10	$cf[8] = cf[7] + f[8] = 9 + 1 = 10.$
9	1	11	$cf[9] = cf[8] + f[9] = 10 + 1 = 11.$
10	0	11	$cf[10] = cf[9] + f[10] = 11 + 0 = 11.$

# Conceptos



- ❑ El BIT permite solucionar este problema de forma mas eficiente. Para solucionarlo, definiremos un árbol donde habrán nodos responsables, y nodos dependientes.
- ❑ Cada nodo responsable se encarga de mantener la suma de los valores de todos sus nodos dependientes, los valores en los nodos responsables que estén en el intervalo, y sumarlos, ya que estos comprimen en ellos la información de sus nodos dependientes.



# Conceptos



- ❑ Se define la función **lowbit(i)**, donde un número “i” cual es el menor bit que tiene valor 1 en la representación binaria de este numero.
- ❑ Por ejemplo, el numero 6 es 110 en binario ( $1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ ), y su menor bit es  $1 \times 2^1 = 2$ .

```
1 | public int lowbit(int i) { return (i & -i); }
```



# Conceptos



- ❑ Cada elemento  $i$  será responsable por los elementos entre las posiciones  $i - \text{lowbit}(i) + 1$  hasta  $i$ , y almacenará el valor de la suma de los elementos en ese intervalo. Por ejemplo,  $\text{lowbit}(6) = 2$ , por tanto, el elemento en la posición 6 es responsable por el elemento 5 y 6
- ❑ En el caso de 8,  $\text{lowbit}(8) = 8$ , y el elemento 8 sería responsable por los valores desde 1 hasta la 8.

# Conceptos



Vamos a implementarlo...



Muchas Gracias!!!