# ANA2 Differential Gleichungen

#### LATEX.

#### Definition

Gleichung, die Funktion f und Ableitungen von f enthält. Lösung von DGL ist differenzierbare Funktion, welche die Gleichung erfüllt.

- DGL aufgelöst nach  $y^n$  heisst explizit sonst implizit.

#### Beispiel:

$$y' = -\frac{x}{y} \quad \rightarrow \quad y = \pm \sqrt{c - x^2}$$

#### Lösung überprüfen

$$y' = x + y$$

Test: 
$$y_1 = e^x - 1$$
  $y_1' = e^x$ :  $e^x = x + e^x - 1$   $\rightarrow$   $x = 1$ 

→ keine Lösung

Test: 
$$y_2 = -x - 1$$
  $y'_2 = -1$ :

$$-1 = x - x - 1$$
  $\rightarrow$   $-1 = -1$ 

 $\to \text{L\"osung}$ 

#### **Anfangswert Problem**

$$y' = x - 4$$
  $y(2) = 9$ 

$$\rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + C$$

Einsetzen von 
$$y(2)=9$$
: 
$$9=\frac{1}{2}\cdot 2^2-4\cdot 2+C \quad \rightarrow \quad C=15$$

Lösung:  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 15$ 

## $y_1 = e^x - 1, \quad y_2 = -x - 1$

### Separierbare DGL

Richtungsfelder

y' - y2 (y-1)

f(y) = y2 (y-1) -> y1,2 =0, y3=1

$$y' = F(x, y)$$

separierbar:  $y' = g(x) \cdot h(y)$ autonom: y' = f(y)

y (x) = 1 = y3

y (x) = 0 = yn;

$$\frac{dy}{dx} = g(x) \cdot h(y) \quad \to \quad \frac{1}{h(y)} \cdot dy = g(x) \cdot dx$$

$$\int \frac{1}{h(y)} \; dy = \int g(x) \; dx \quad \to \quad \text{nach } y \text{ auflösen \& } +c$$

#### **Geometrische Betrachtung**

Funktionswerte geben Steigungen an (2D)

