

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ 'Β ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΜΑ 1

Α. Πότε μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της; (5 μονάδες)

Β. Πότε μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού  $A$  παρουσιάζει ελάχιστο στο  $x_0 \in A$ . (5 μονάδες)

Γ. Η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$  και η συνάρτηση  $g$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $h(x) = 3f(x) - 5g(x)$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ . (5 μονάδες)

Δ. Ερωτήσεις σωστό-λάθος:

- Η συνάρτηση  $t(x) = \frac{1}{x}$  με  $x \neq 0$  είναι γνησίως μονότονη.
  - Η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f\left(\frac{2017}{2016}\right) < f\left(\frac{2003}{2004}\right)$  είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.
  - Μια συνάρτηση ή θα είναι άρτια ή θα είναι περιττή.
  - Οι συναρτήσεις  $f(x)$  και  $f(x) - 2$  έχουν πάντα το ίδιο πεδίο ορισμού.
  - Η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 + 3x$  είναι περιττή.
- (10 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 2

Α. Να λυθεί το σύστημα: 
$$\begin{cases} (x+1)^2 - y^2 = x^2 - (y+2)^2 + 1 \\ x + 6y = 2 \end{cases}$$
 (12 μονάδες)

Β. Να λύσετε γραφικά το σύστημα: 
$$\begin{cases} \frac{x+y-5}{2} - \frac{y-x}{3} = 0 \\ 3(x-y-7) - 2(2-x-y) = 0 \end{cases}$$
 (13 μονάδες)

### ΘΕΜΑ 3

Σε τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  με πλευρά 2 εκατοστά παίρνουμε εσωτερικά τα σημεία  $E, Z, H, \Theta$  των πλευρών

$AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$  αντίστοιχα ώστε  $EB=Z\Gamma=H\Delta=\Theta A=x$  και σχηματίζεται τετράγωνο  $EZH\Theta$ .

Α. Να εκφράσετε την πλευρά  $EZ$  ως συνάρτηση του  $x$  και να βρείτε τις δυνατές τιμές του  $x$ .

Β. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που παριστάνει το εμβαδόν του τετραγώνου  $EZH\Theta$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της (ονομάστε τη συνάρτηση  $E(x)$ ).

Γ. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $E(x)$  και να βρείτε το  $x$  για το οποίο το εμβαδόν γίνεται ελάχιστο.

Δ. Τί συμπεραίνετε για τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ στην περίπτωση που το εμβαδόν γίνεται ελάχιστο;

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + 2x + a$  η οποία είναι περιττή.

Α. Να βρείτε τον αριθμό  $a$ . (5 μονάδες)

Β. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία την συνάρτηση. (5 μονάδες)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση  $(|x - 3| - 4)^3 + 2|x - 3| < 11$ . (5 μονάδες)

Δ. Να βρείτε τον τύπο συνάρτησης η οποία προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  κατά μία μονάδα αριστερά και 11 μονάδες προς τα κάτω και να την ονομάσετε  $K(x)$ . (5 μονάδες)

Ε. Να βρείτε τα σημεία τομής της  $K(x)$  και της συνάρτησης  $t(x) = x^3$ . (5 μονάδες)

### ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

