



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ 'Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1

Α. Πότε μια συνάρτηση ϕ είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (5 μονάδες)

Β. Πότε μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 \in A$. (5 μονάδες)

Γ. Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} και η συνάρτηση g είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} . Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $h(x) = 3f(x) - 5g(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} . (5 μονάδες)

Δ. Ερωτήσεις σωστό-λάθος:

- Η συνάρτηση $t(x) = \frac{1}{x}$ με $x \neq 0$ είναι γνησίως μονότονη.
 - Η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f\left(\frac{2017}{2016}\right) < f\left(\frac{2003}{2004}\right)$ είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.
 - Μια συνάρτηση ή θα είναι άρτια ή θα είναι περιττή.
 - Οι συναρτήσεις $f(x)$ και $f(x) - 2$ έχουν πάντα το ίδιο πεδίο ορισμού.
 - Η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 + 3x$ είναι περιττή.
- (10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2

Α. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} (x+1)^2 - y^2 = x^2 - (y+2)^2 + 1 \\ x + 6y = 2 \end{cases}$ (12 μονάδες)

Β. Να λύσετε γραφικά το σύστημα: $\begin{cases} \frac{x+y-5}{2} - \frac{y-x}{3} = 0 \\ 3(x-y-7) - 2(2-x-y) = 0 \end{cases}$ (13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3

Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 2 εκατοστά παίρνουμε εσωτερικά τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ των πλευρών

ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ αντίστοιχα ώστε $EB=ZG=HD=\Theta A=\chi$ και σχηματίζεται τετράγωνο EZΗΘ.

Α. Να εκφράσετε την πλευρά EZ ως συνάρτηση του χ και να βρείτε τις δυνατές τιμές του χ .

Β. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που παριστάνει το εμβαδόν του τετραγώνου EZΗΘ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της (ονομάστε τη συνάρτηση $E(\chi)$).

Γ. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $E(\chi)$ και να βρείτε το χ για το οποίο το εμβαδόν γίνεται ελάχιστο.

Δ. Τί συμπεραίνετε για τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ στην περίπτωση που το εμβαδόν γίνεται ελάχιστο;

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 2x + a$ η οποία είναι περιπτή.

- A. Να βρείτε τον αριθμό a . (5 μονάδες)
- B. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία την συνάρτηση. (5 μονάδες)
- Γ. Να λύσετε την ανίσωση $(|x - 3| - 4)^3 + 2|x - 3| < 11$. (5 μονάδες)
- Δ. Να βρείτε τον τύπο συνάρτησης η οποία προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά μία μονάδα αριστερά και 11 μονάδες προς τα κάτω και να την ονομάσετε $K(x)$. (5 μονάδες)
- Ε. Να βρείτε τα σημεία τομής της $K(x)$ και της συνάρτησης $t(x) = x^3$. (5 μονάδες)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

