

Vzorové riešenie 2. zadania

SYNTÉZA KOMBINAČNÝCH LOGICKÝCH OBVODOV

Navrhните převodník desítkových čísel 0-9, zakódovaných v kóde BCD8421 do kódu Aiken. Převodník realizujte s minimálním počtem členů NAND a NOR.

Navrhните vlastní řešení a ověřte ho programovými prostředky ESPRESSO a LogiSim (příp. LOG alebo FitBoard).

Úlohy:

- 1) Navrhните vlastní řešení pro skupinovú minimalizáciu a odvoďte B-funkcie v tvare MDNF.
- 2) Vytvorte vstupný textový súbor s opisom vstupu pre ESPRESSO.
- 3) Navrhnuté B-funkcie v tvare MDNF overte programom ESPRESSO. Pri návrhu B-funkcií kladte dôraz na skupinovú minimalizáciu funkcií.
- 4) Optimálne riešenie (treba zhodnotiť, ktoré riešenie je lepšie a prečo) vytvorte obvod s členmi NAND (výhradne NAND, t.j. aj negátory nahradte logickými členmi NAND).
- 5) Z Karnaughovej mapy odvoďte B-funkcie v tvare MKNF a vytvorte obvod s členmi NOR (výhradne NOR, t.j. aj negátory nahradte logickými členmi NOR).
- 6) Výslednú schému nakreslite v simulátore LogiSim (příp. LOG alebo FitBoard) a overte simuláciou.
- 7) Riešenie vyhodnoťte (zhodnotenie zadania, postup riešenia, vyjadrenie sa k počtu logických členov, vstupov obvodu, vhodnosti použitia NAND alebo NOR realizácie).

Riešenie

#	BCD8421				Aiken			
	a	b	c	d	A	B	C	D
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	1	1	1	0
9	1	0	0	1	1	1	1	1

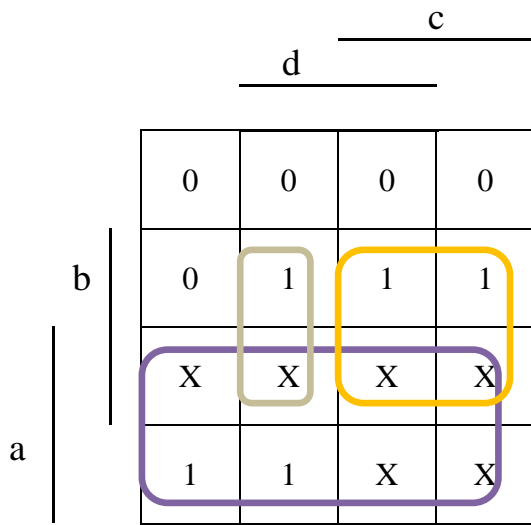
	c			
	d			
b	0000	0001	0011	0010
	0100	1011	1101	1100
	xxxx	xxxx	xxxx	xxxx
	1110	1111	xxxx	xxxx
A,B,C,D				

Poznámka: postupne prepíšeme hodnoty z pravdivostnej tabuľky do Karnaughovej mapy. Políčka, ktoré nám zostali nevyplnené doplníme hodnotou „X“, ktorá reprezentuje nedefinovanú hodnotu (zjednodušene: je nám jedno, čo vtedy obvod robí), ktorú pri procese syntézy môžeme upraviť na hodnotu 0 alebo 1 tak, aby náš výsledný obvod získal, čo najlepšie parametre.

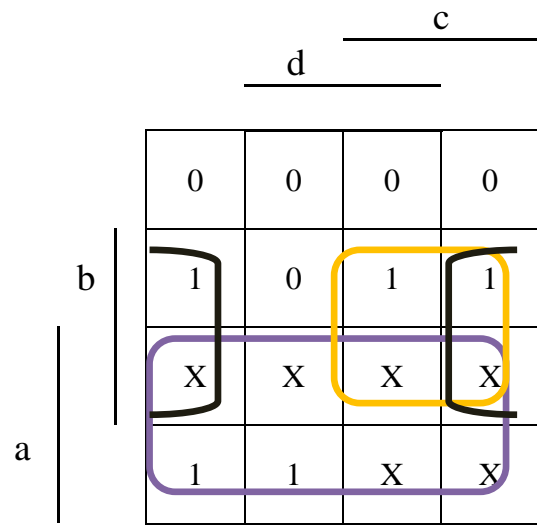
Karnaughove mapy a DNF

Poznámka: Pri minimalizácii jednotlivých funkcií sa postupuje tak, že musíme pokryť všetky jednotky a našou snahou je urobiť to s čo najväčšími oblasťami, ktorých použijeme, čo najmenej. Pri obvodovej realizácii sa to prejaví tak, že budeme potrebovať menej logických členov a tie budú mať zároveň minimálny potrebný počet vstupov. Oblasť musí spĺňať požiadavku, že počet štvorčekov, ktoré pokrýva tvorí mocninu 2. Počet premenných, ktoré potrebujete na danej oblasti je daný zo vzťahu: $\text{velkost_oblasti} = 2^{n-k}$, kde n je celkový počet premenných a k je počet premenných, ktoré potrebujeme na vytvorenie výrazu, ktorý vyjadruje túto oblasť. Premenné, ktoré použijete na vyjadrenie výrazu pre zvolenú oblasť zapisujete podľa toho, či je premenná pre túto oblasť v priamej alebo negovanej forme. Medzi premennými vyjadrujúcimi jednu oblasť používame logický súčin (AND) a s ostatnými oblasťami spájame prostredníctvom logického súčtu (OR), tak aby sme získali súčet súčinov. Pozor, premenná, ktorá mení svoju hodnotu nad danou oblasťou (je aj v priamej a v negovanej forme) sa vo výraze nemôže nachádzať.

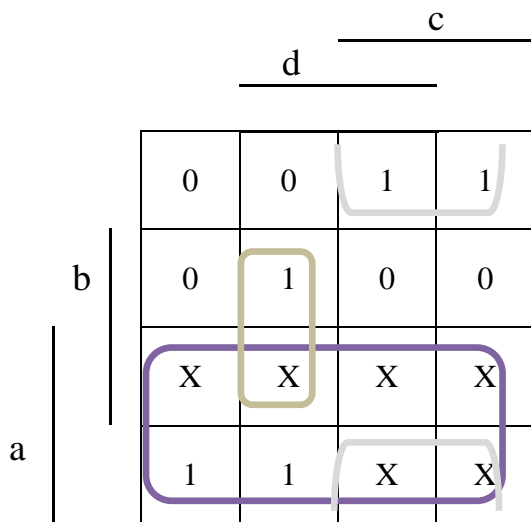
Pozor! V rámci zadania máte urobiť skupinovú minimalizáciu, vtedy treba zohľadniť oblasti v Karnaughových mapách všetkých funkcií. Praktickým dôsledkom môže byť, že hoci by ste mohli pre jednu funkciu použiť väčšiu oblasť na pokrytie jednotiek, tak to neurobíte, ale použijete menšiu oblasť, ktorú môžete použiť pre viacero funkcií. Pri obvodovej realizácii výstup niektorého logického člena rozvetvíte a tým ušetríte logický člen. Vhodný postup je postupne prechádzať Karnaughové mapy a nájsť tie jednotky, ktoré sa nenachádzajú v iných mapách (t.j. nebude možné použiť spoločný logický člen pre ich pokrytie), a tieto pokryť čo najväčšou oblasťou ako sa vám dá. Po vyčerpaní týchto možností sa už snažíte hľadať spoločné oblasti medzi viacerými mapami (aspoň dvoma).



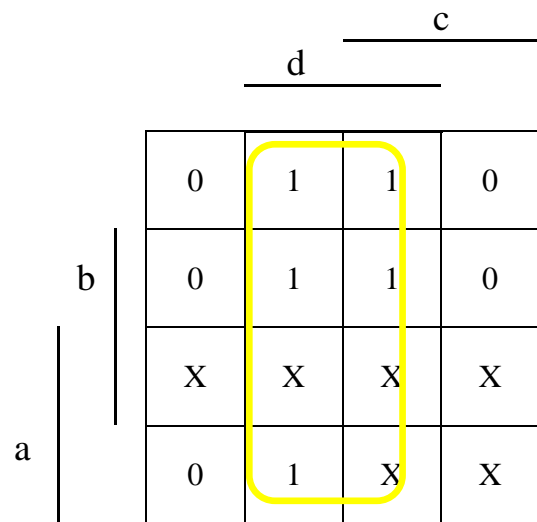
A



B



C



D

Poznámka: Oblasti, ktoré sú rovnakou farbou sú spoločné pre Karnaughové mapy, v ktorých sa vyskytujú. Zachovajte túto konvenciu. Rovnako je to aj pri KNF forme.

MDNF:

$$A = a + b \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d$$

$$B = a + b \cdot \bar{d} + b \cdot c$$

$$C = a + \bar{b} \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d$$

$$D = d$$

Obsah vstupného súboru pre

ESPRESSO:

```
# prevodník z BCD8421 do Aiken
.i 4
.o 4
.ilb a b c d
.ob A B C D
```

```
.type fr
.p 10
0000 0000
0001 0001
0010 0010
0011 0011
0100 0100
```

Arnošt Kábel, ID: 12345

Utorok: 14:00

0101 1011
0110 1100
0111 1101
1000 1110
1001 1111

.e

Výstup programu ESPRESSO:

A = (b&!c&d) | (b&c) | (a) ;

B = (b&c) | (b&!d) | (a) ;

C = (b&!c&d) | (!b&c) | (a) ;

D = (d) ;

Riešenia sú totožné.

Poznámka: Môže byť aj: sú ekvivalentné (obvod je rovnako veľký, má rovnaký počet vstupov)/mnou navrhnuté riešenie je lepšie pretože .../mnou navrhnuté riešenie bolo horšie pretože...

Prepis na NAND:

Poznámka: pri úprave výrazu na Shefferovu funkciu používame dvojitú negáciu nad DNF formou a použijeme jedenkrát de Morganovo pravidlo, v tom je celý princíp prevodu DNF na Shefferovu funkciu, platí, že $\overline{x_1 \cdot x_2}$ môžeme zapísať aj ako $x_1 \uparrow x_2$, jedná sa o ekvivalentné zápisy.

Ak pridáte k prípadu, že vám výstupnú funkciu tvorí len jeden súčinový výraz, tak je potrebné použiť pravidlo 4a, a potom už pokračujete ako je vyššie uvedené (t.j. pravidlo 6 a 5a). Ak vám zostane vo funkcii len jedna premenná, tak tu už nie je potrebné robiť nič.

$$Y = x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 = \overline{x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1 \cdot x_2} \cdot \overline{x_1 \cdot x_2} = (x_1 \uparrow x_2) \uparrow (x_1 \uparrow x_2)$$
$$Z = \bar{a} = \bar{a} \cdot \bar{a} = a \uparrow a = a \uparrow$$

$$A = a + b \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d$$
$$= \overline{\overline{a + b \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d}}$$
$$= \bar{a} \cdot (\bar{b} \cdot \bar{c}) \cdot (\bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d)$$
$$= (a \uparrow) \uparrow (b \uparrow c) \uparrow (b \uparrow (c \uparrow) \uparrow d)$$

$$B = a + b \cdot \bar{d} + b \cdot c$$
$$= \overline{\overline{a + b \cdot \bar{d} + b \cdot c}}$$
$$= \bar{a} \cdot (\bar{b} \cdot \bar{d}) \cdot (\bar{b} \cdot c)$$
$$= (a \uparrow) \uparrow (b \uparrow (d \uparrow)) \uparrow (b \uparrow c)$$

$$C = a + \bar{b} \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d$$
$$= \overline{\overline{a + \bar{b} \cdot c + b \cdot \bar{c} \cdot d}}$$
$$= \bar{a} \cdot (\bar{\bar{b} \cdot c}) \cdot (\bar{b \cdot \bar{c} \cdot d})$$
$$= (a \uparrow) \uparrow ((b \uparrow) \uparrow c) \uparrow (b \uparrow (c \uparrow) \uparrow d)$$

$$D = d$$

\uparrow - Shefferova operácia (NAND)

Počet logických členov obvodu: 11

Počet vstupov do logických členov obvodu: 26

Kaurngaughove mapy a KNF

Poznámka: Pri vytváraní KNF z Karnaughových máp je postup trochu iný ako pri vytváraní DNF. Vytvárate oblasti tak, aby ste pokrývali štvorčeky s hodnotou 0. Keď máte vybratú túto oblasť, tak opäť vyberáme premenné, ktoré túto oblasť pokrývajú. Rozdiel je v tom, že premenné

pre jednu oblasť píšeme vo výraze vo forme logického súčtu (OR) a premenné sa píšú v negovanej forme oproti tomu ako pokrývajú zvolenú oblasť (premenná je nad oblasťou v priamej forme, do výrazu napíšeme jej negáciu a opačne). Medzi jednotlivými oblasťami používame logický súčin (Pozor na správne používanie zátvoriek). Pravidlá pre veľkosť oblasti a počet premenných, ktoré ju vyjadrujú sú rovnaké ako pri DNF. Totožný je aj postup pri minimalizácii jednotlivých funkcií ako aj skupinovej minimalizácii (len sa zameriavame na hodnoty 0 a nie na hodnoty 1).

		<u>d</u>		<u>c</u>	
a	b	0	0	0	0
		0	1	1	1
		X	X	X	X
		1	1	X	X

A

		<u>d</u>		<u>c</u>	
				<u>d</u>	
a	b	0	0	0	0
		1	0	1	1
		X	X	X	X
		1	1	X	X

B

		<u>d</u>		<u>c</u>	
				<u>d</u>	
a	b	0	0	1	1
		0	1	0	0
		X	X	X	X
		1	1	X	X

C

		<u>d</u>		<u>c</u>	
				<u>d</u>	
a	b	0	1	1	0
		0	1	1	0
		X	X	X	X
		0	1	X	X

D

MKNF:

$$A = (a + c + d). (a + b)$$

$$B = (a + b). (a + c + \bar{d})$$

$$C = (a + c + d). (\bar{b} + \bar{c}). (a + b + c)$$

$$D = d$$

Prepis na NOR:

Poznámka: pri úprave výrazu na Peirceovu funkciu používame dvojité negácie nad KNF formou a použijeme jedenkrát de Morganovo pravidlo, v tom je celý princíp prevodu KNF na Peirceovu funkciu, platí, že $x_1 + x_2$ môžeme zapísať aj ako $x_1 \downarrow x_2$, jedná sa o ekvivalentné zápisy.

Ak pridáte k prípadu, že vám výstupnú funkciu tvorí len jeden súčtový výraz, tak je potrebné použiť pravidlo 4b, a potom už pokračujete ako je vyššie uvedené (t.j. pravidlo 6 a 5b). Ak vám zostane vo funkcii len jedna premenná, tak tu už nie je potrebné robiť nič.

$$Y = x_1 + x_2 = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_2) = \overline{(x_1 + x_2)} \cdot \overline{(x_1 + x_2)} = \overline{(x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2)} =$$

$$(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2)$$

$$Z = \bar{a} = \overline{a + a} = a \downarrow a = a \downarrow$$

$$A = (a + c + d) \cdot (a + b)$$

$$= \overline{(a + c + d)} \cdot \overline{(a + b)}$$

$$= \overline{(a + c + d) + (a + b)}$$

$$= (a \downarrow c \downarrow d) \downarrow (a \downarrow b)$$

$$B = (a + b) \cdot (a + c + \bar{d})$$

$$= \overline{(a + b)} \cdot \overline{(a + c + \bar{d})}$$

$$= \overline{(a + b) + (a + c + \bar{d})}$$

$$= (a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow c \downarrow (d \downarrow))$$

$$C = (a + c + d) \cdot (\bar{b} + \bar{c}) \cdot (a + b + c)$$

$$= \overline{(a + c + d)} \cdot \overline{(\bar{b} + \bar{c})} \cdot \overline{(a + b + c)}$$

$$= \overline{(a + c + d) + (\bar{b} + \bar{c}) + (a + b + c)}$$

$$= (a \downarrow c \downarrow d) \downarrow ((b \downarrow) \downarrow (c \downarrow)) \downarrow (a \downarrow b \downarrow c)$$

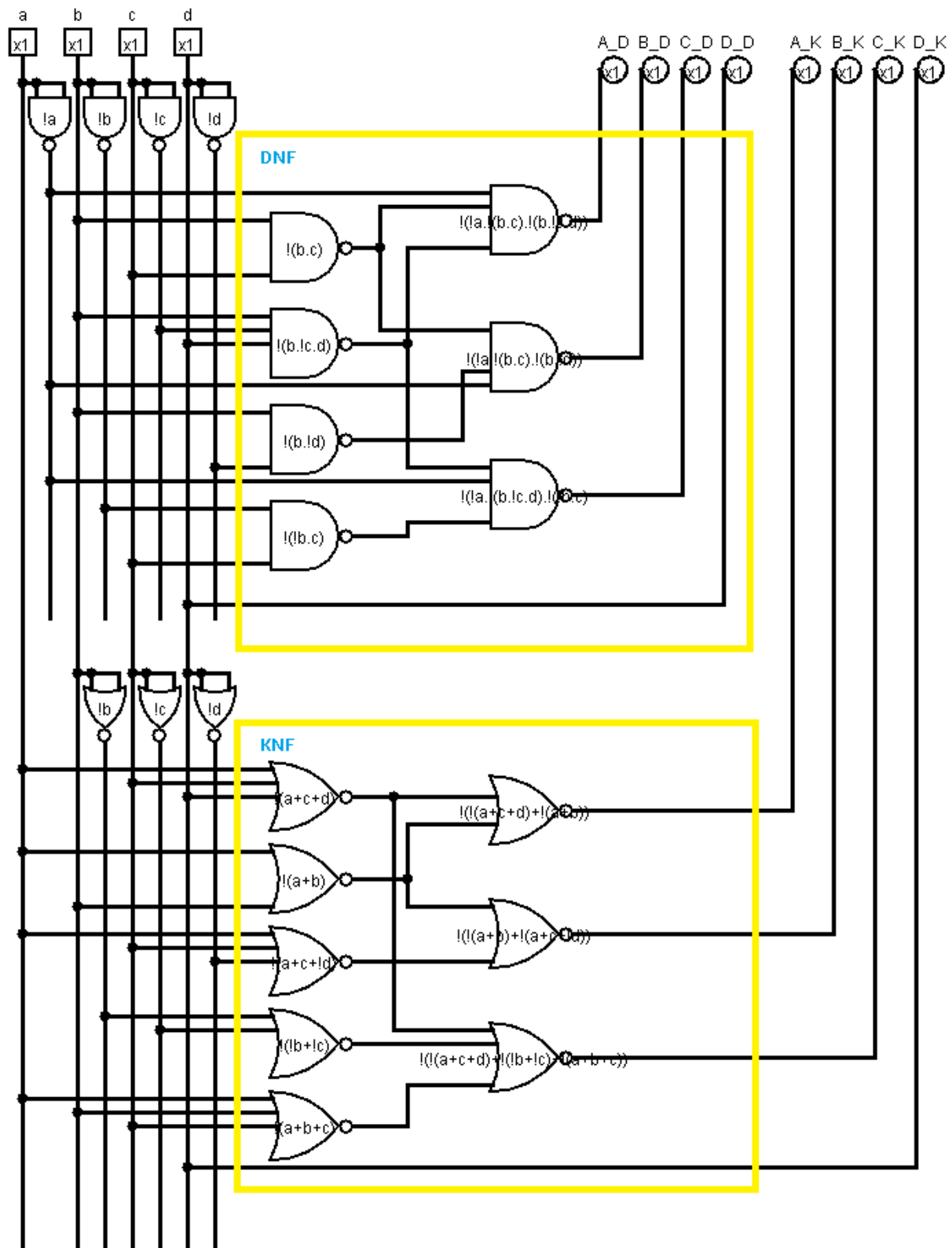
$$D = d$$

\downarrow - Peirceova operácia (NOR)

Počet členov obvodu: 11

Počet vstupov do logických členov obvodu: 26

Schéma:



Poznámka: Je potrebné schému zostaviť tak, aby ste mali výstupy aj z DNF aj KNF formy v jednom súbore, aby zdieľali svoje vstupy a aby výstupy boli vedľa seba. Zároveň, pre každý obvod musíte vyriešiť prípadné negácie samostatne.

Zhodnotenie

Stručne popísať zadanie úlohy postup riešenia a spôsob overenia riešenia. V tomto prípade je jedno, či by sa obvod realizoval pomocou členov NAND alebo NOR, pretože oba obvody potrebujú rovnaký počet členov (11) a rovnaký počet vstupov (26). Zároveň, obe výstupné funkcie vychádzajú aj samostatne efektívnejšie realizované cez DNF.

Na miesto odovzdania sa odovzdáva

- dokument (vo formáte docx alebo pdf),
- vstupný súbor pre Espresso (postačuje napísať v hlavnej dokumentácii),
- výstupný súbor z Espresso (postačuje napísať v hlavnej dokumentácii),
- súbor s obvodom pre overenie riešenia simuláciou.

Upozornenie

Odovzdaný dokument musí obsahovať **len** nasledovné informácie:

- identifikáciu autora riešenia,
- nadpis,
- text zadania,
- tabuľku s kódmi,
- mapový zápis funkcií,
- funkcie vypísané z máp v tvare MDNF,
- funkcie vypísané z máp v tvare MKNF,
- celý postup úpravy s použitím \uparrow (NAND),
- celý postup úpravy s použitím \downarrow (NOR),
- zhodnotenie (vyjadrenie sa použitým postupom, ktoré pravidlá ste použili a prečo, je lepšie použiť pre vytvorenie obvodu rovnice DNF alebo KNF, koľko členov majú logické obvody pre jednotlivé možnosti, atď.).