



Árvore Rubro-Negra

Árvore Rubro-Negra

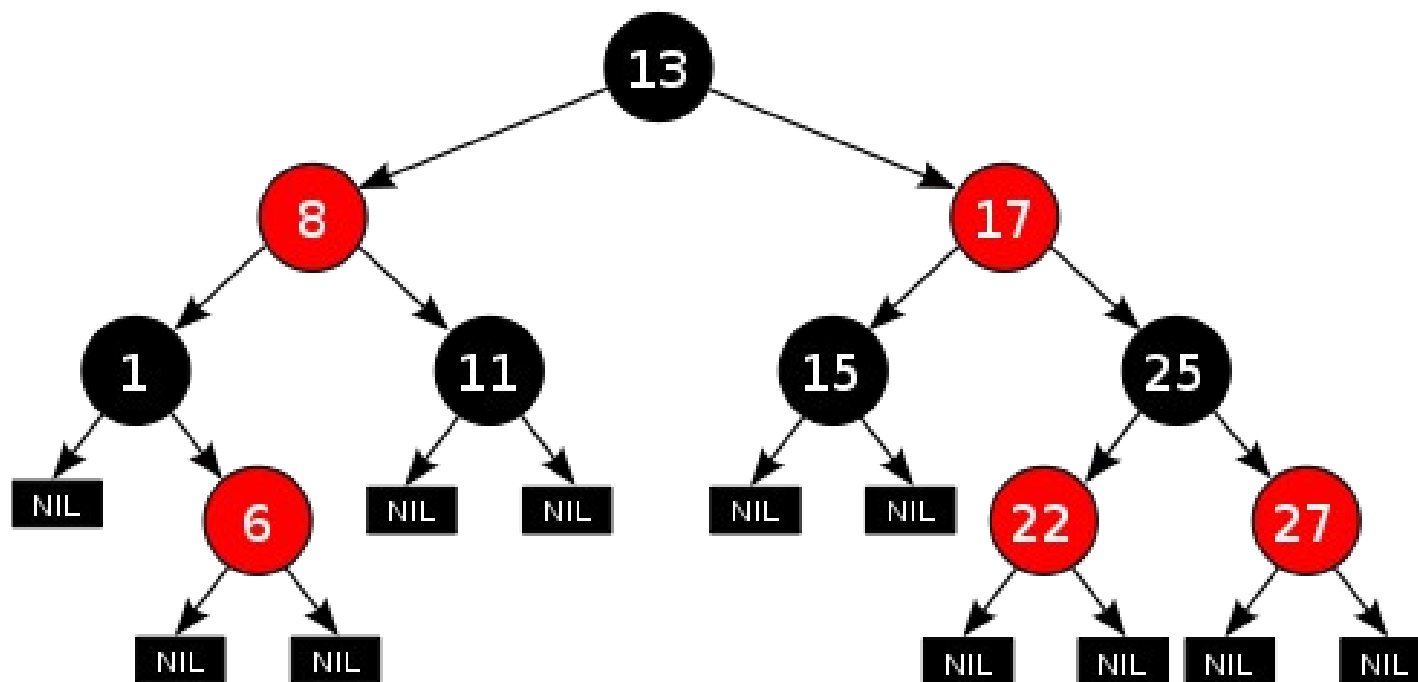
- Árvore Binária de Busca em que os nós são vermelhos ou negros.
- Árvores RB são aproximadamente balanceadas.

Árvore Rubro-Negra

- Uma árvore RB possui as seguintes propriedades:
 1. Todos os nós são vermelhos ou pretos;
 2. A raiz é preta;
 3. Toda folha (as **folhas** serão os valores NULL) é preta;
 4. Se um nó é vermelho, seus filhos são pretos.
 5. Para cada nó, todo caminho desse nó até uma folha descendente conterá a mesma quantidade de nós pretos.

Árvore Rubro-Negra

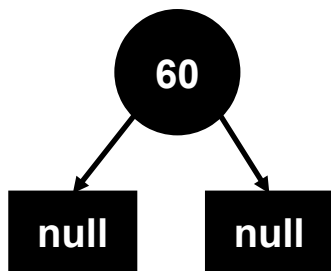
- Exemplo de árvore RB



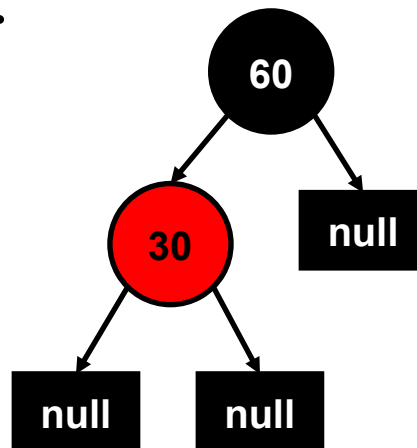
Fonte: **Wikipédia**: https://pt.wikipedia.org/wiki/Árvore_rubro-negra

Árvore RB - Inserção

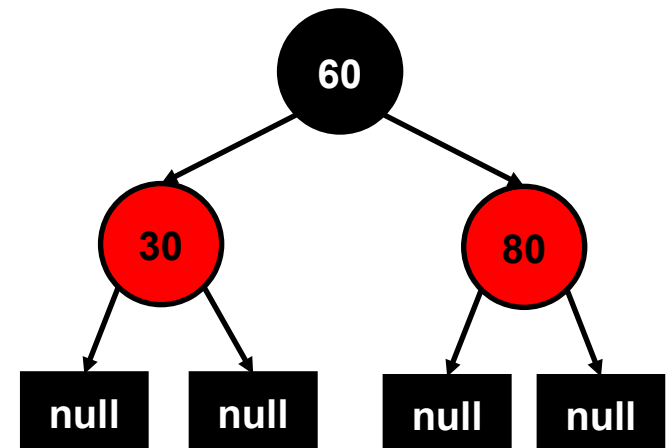
- Mesmo procedimento da ABB, ou seja, cada nó entra no lugar de uma folha NULL da árvore.
- Todo nó sempre é inserido com a cor vermelha.
- Caso básico: o nó raiz é preto e seus filhos são vermelhos.



Inserção do 60



Inserção do 30

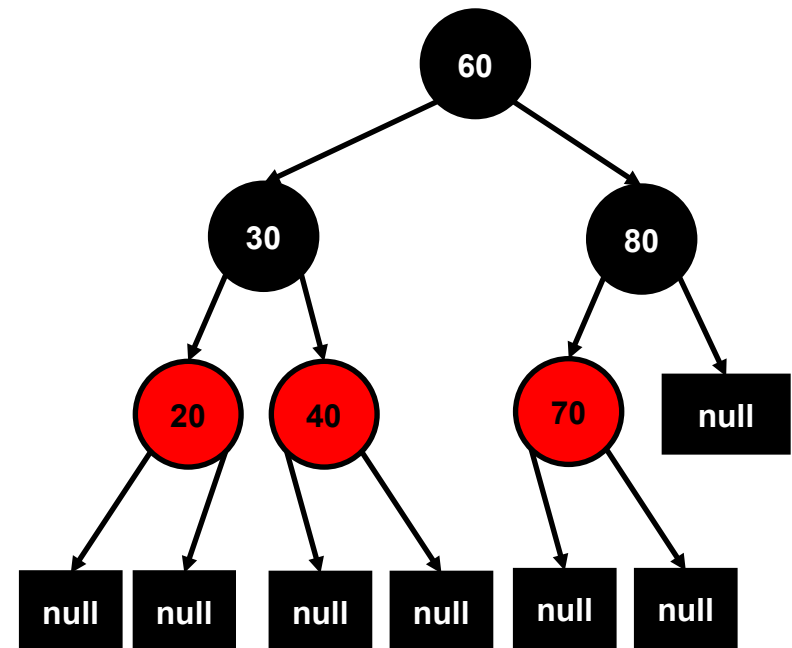
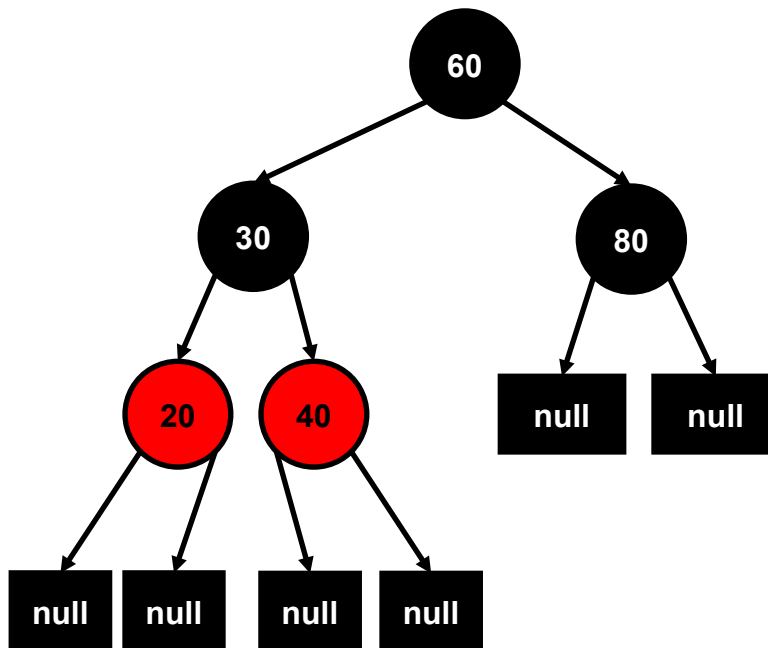


Inserção do 80

Árvore RB – Inserção (Caso 1)

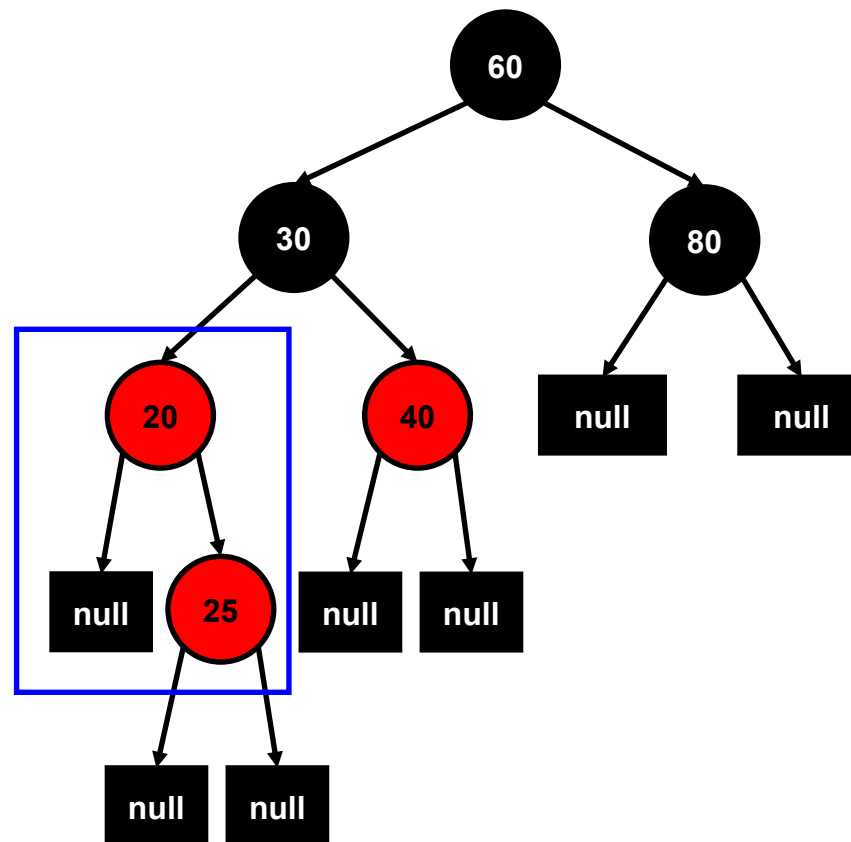
- O pai do novo nó é preto. Nesse caso, simplesmente se insere o novo nó.

Inserção do 70



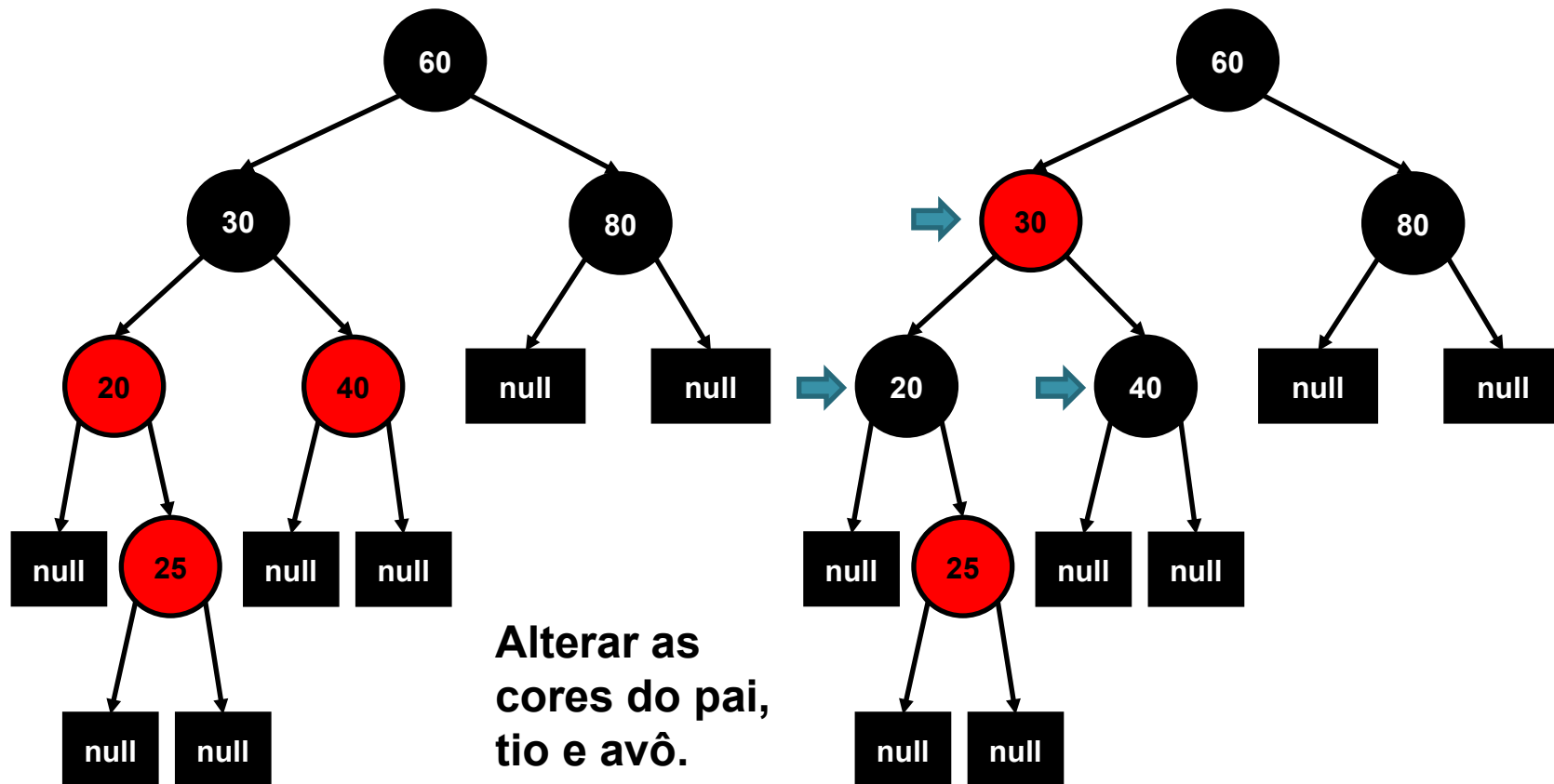
Árvore RB – Inserção (Caso 2)

- O pai do novo nó é vermelho (Inserção do 25).



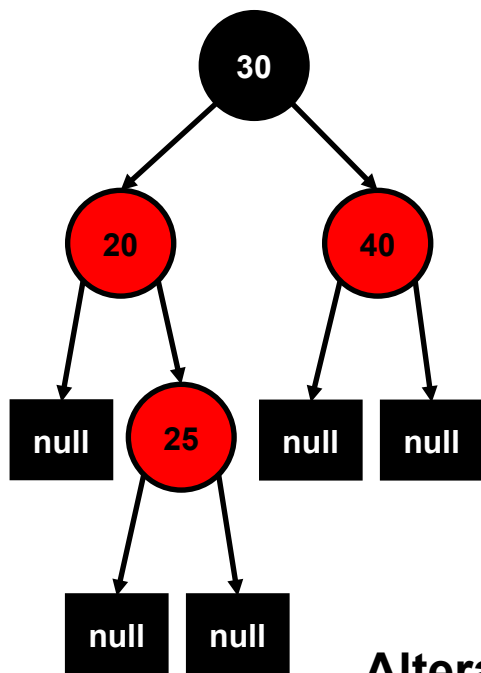
Árvore RB – Inserção (Caso 2.1)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é vermelho (Inserção do 25).

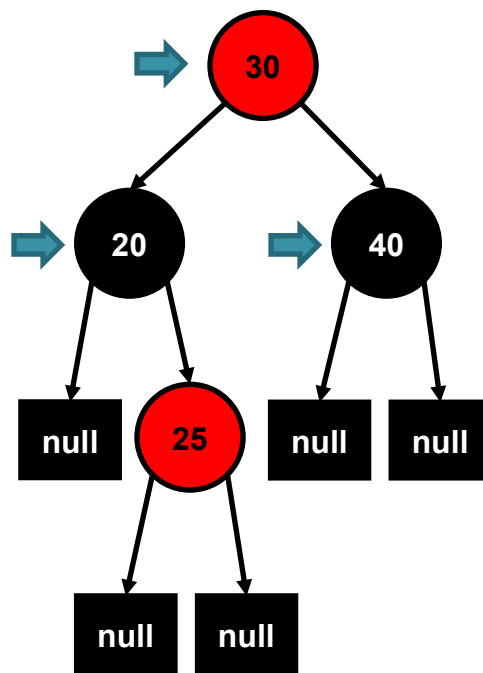


Árvore RB – Inserção (Caso 2.1)

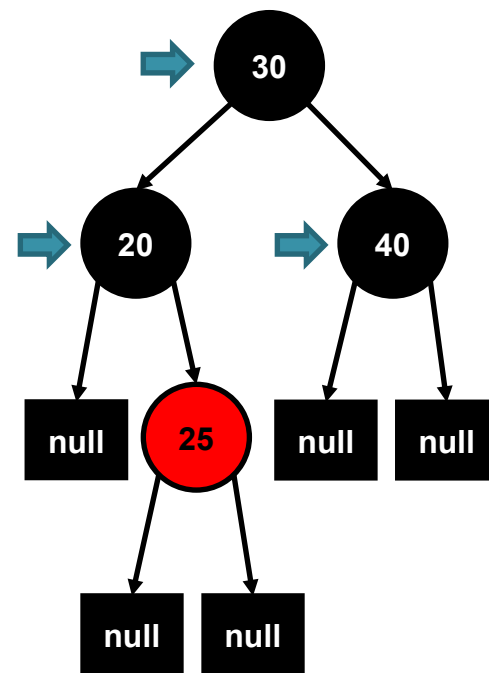
- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é vermelho (Inserção do 25).
- Exceção: Se o avô for raiz, alterar para preto.



Alterar as
cores do pai,
tio e avô.

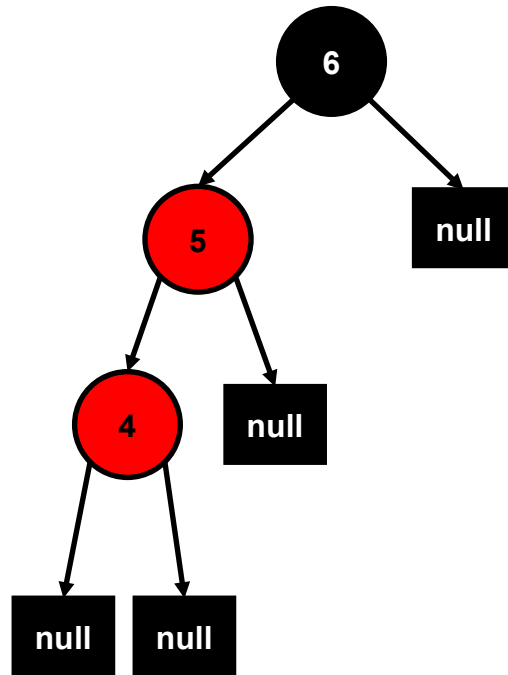


Alterar raiz
para preto.



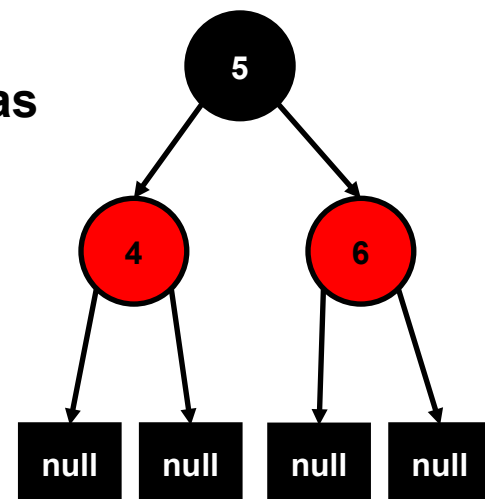
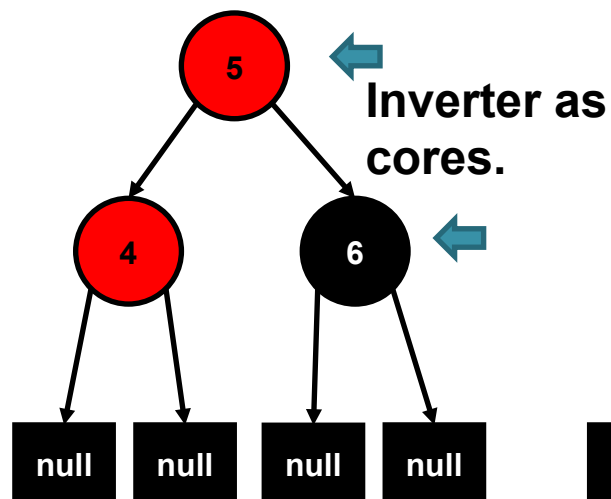
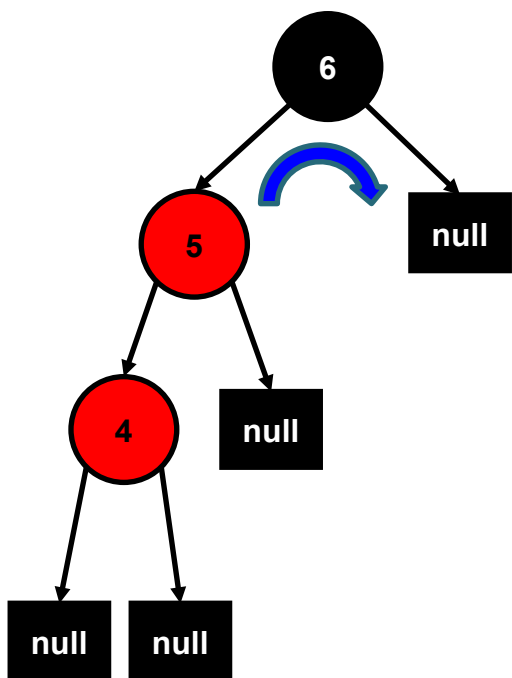
Árvore RB – Inserção (Caso 3)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 4).



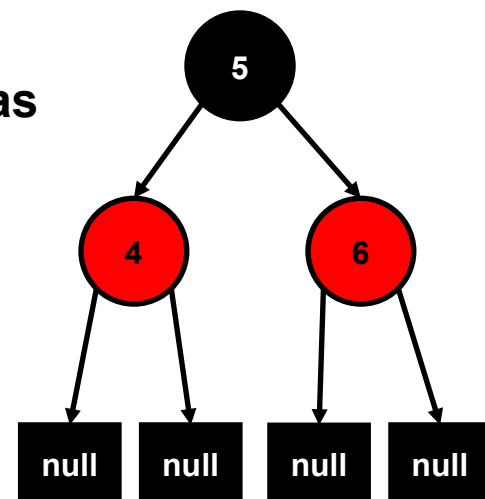
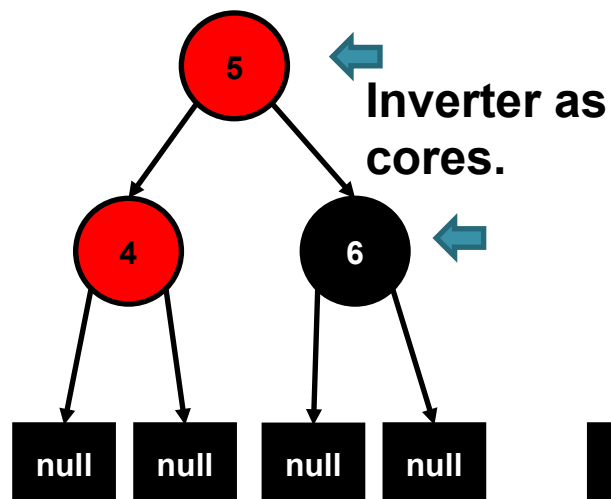
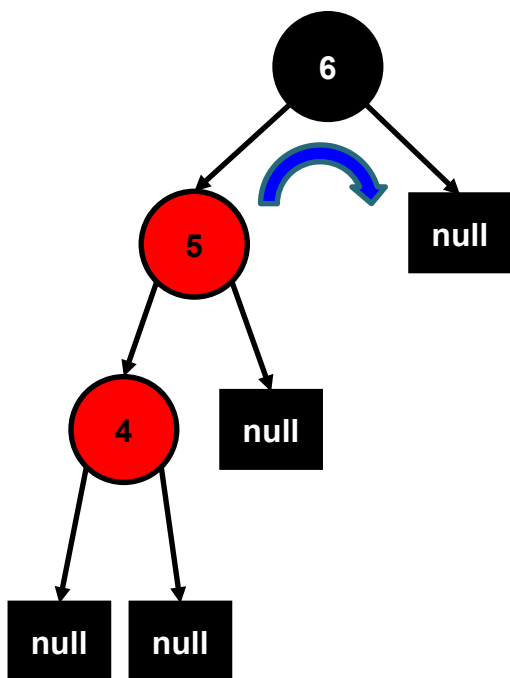
Árvore RB – Inserção (Caso 3.1)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 4).
- Rotação à DIREITA (o elemento é inserido à esquerda e o pai é o filho esquerdo).



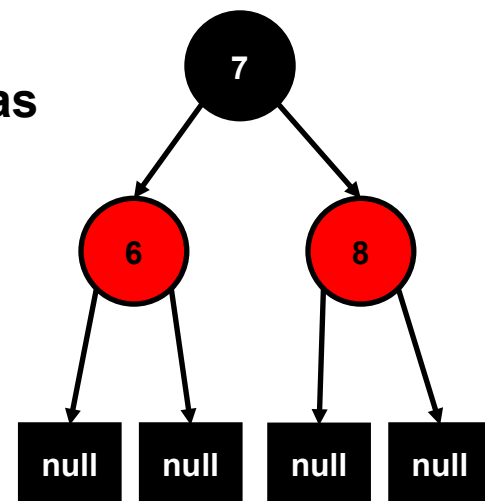
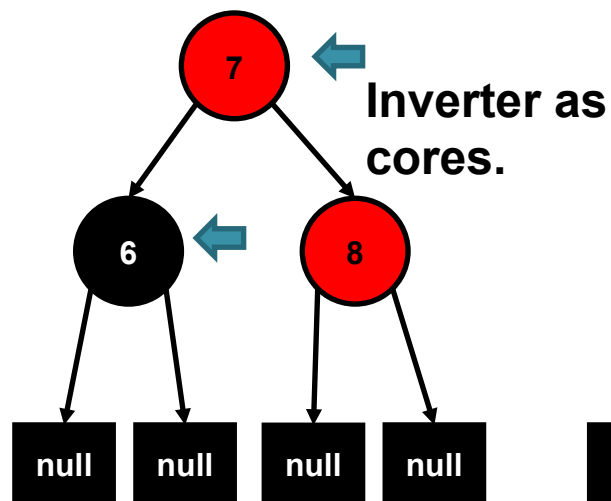
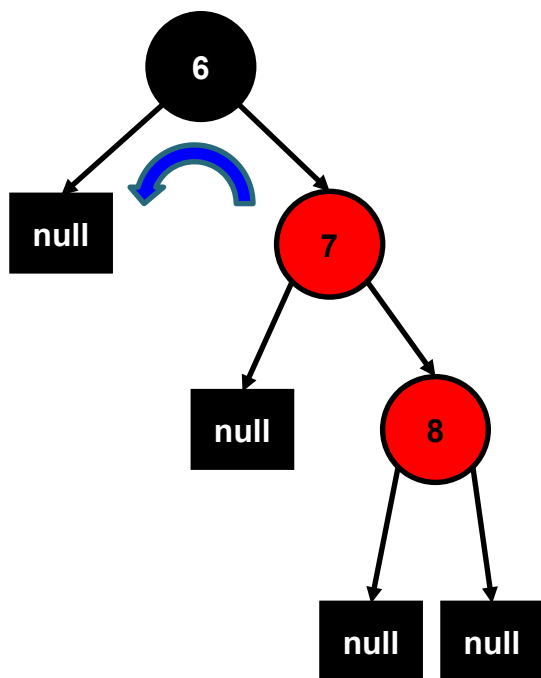
Árvore RB – Inserção (Caso 3.1)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 4).
- Rotação à DIREITA (o elemento é inserido à esquerda e o pai é o filho esquerdo).



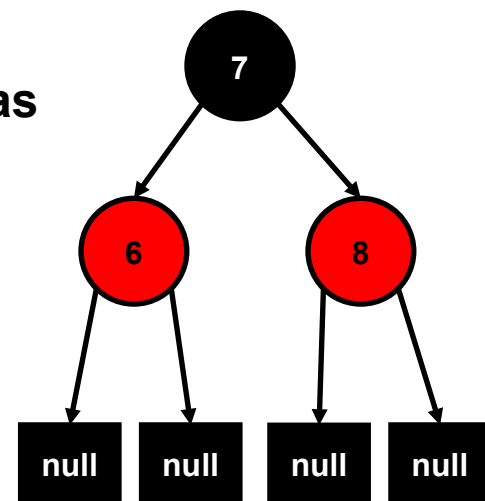
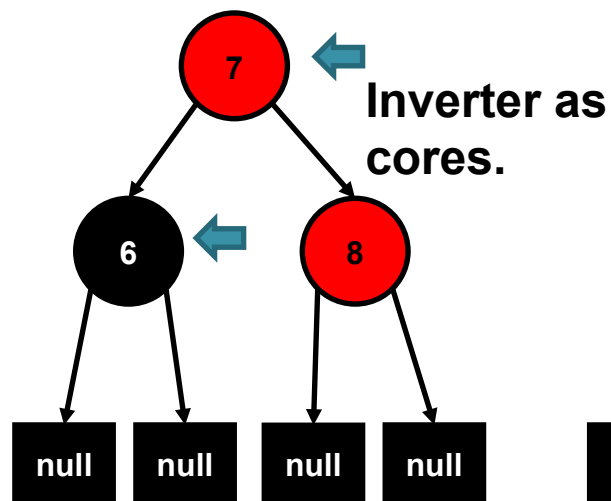
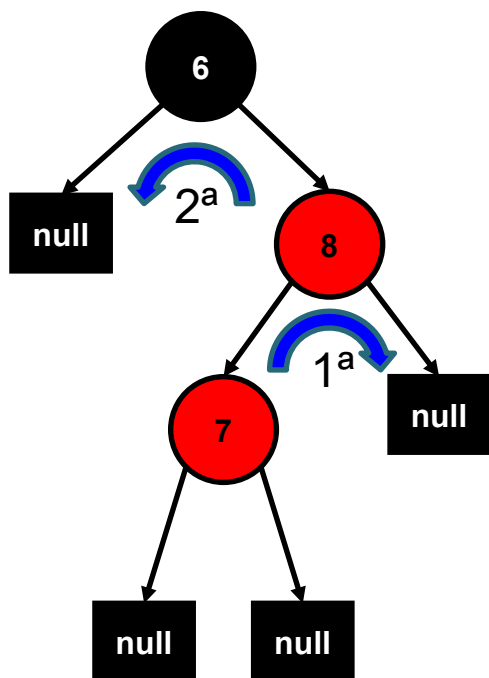
Árvore RB – Inserção (Caso 3.2)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 8).
- Rotação à ESQUERDA (o elemento é inserido à direita e o pai é o filho direito).



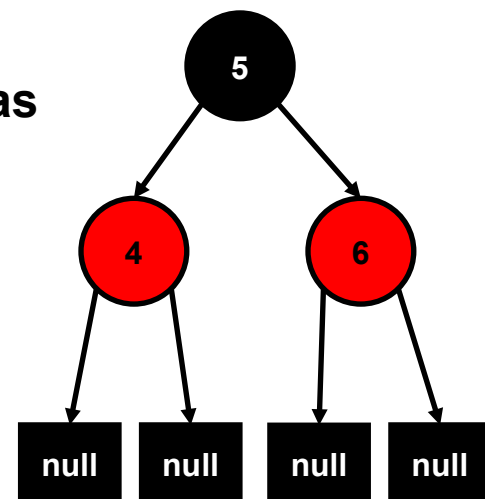
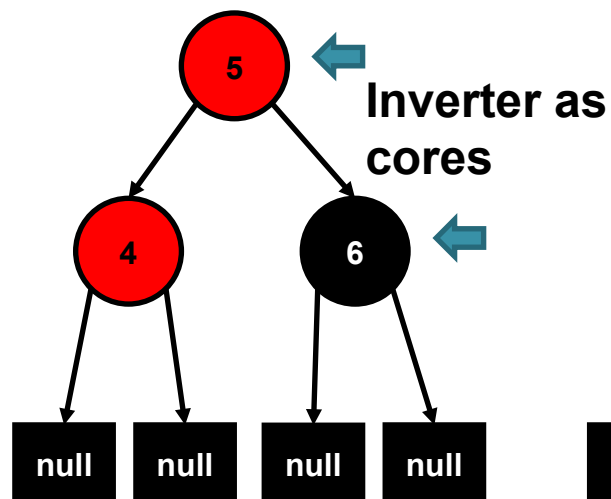
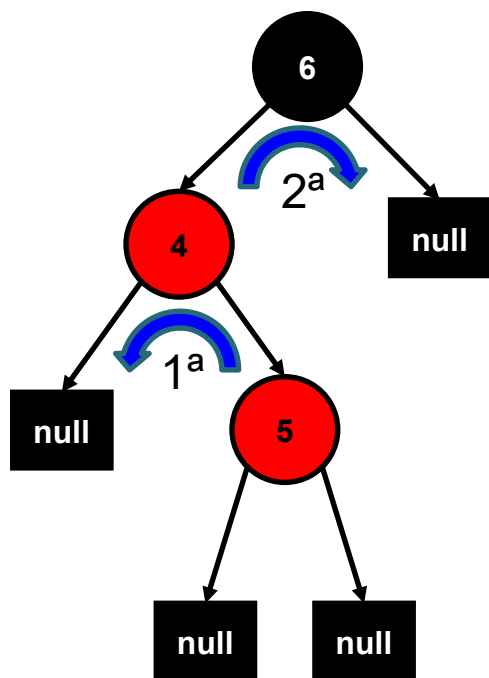
Árvore RB – Inserção (Caso 3.3)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 7).
- Rotação dupla DIREITA e ESQUERDA (o elemento é inserido à esquerda e o pai é o filho direito).

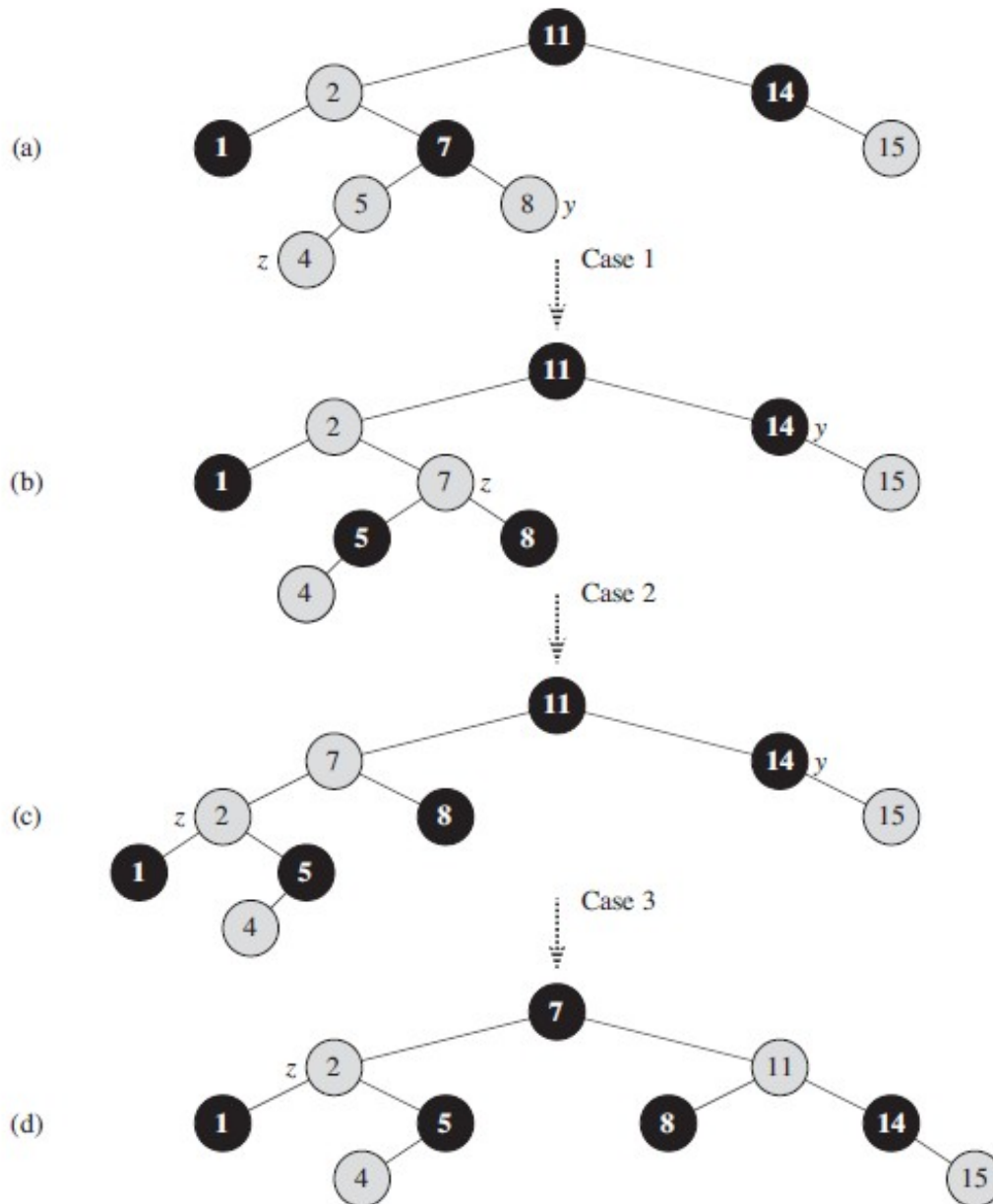


Árvore RB – Inserção (Caso 3.4)

- O pai do novo nó é vermelho e o tio do novo nó é preto (Inserção do 5).
- Rotação dupla ESQUERDA e DIREITA (o elemento é inserido à direita e o pai é o filho esquerdo).



Árvore RB – Inserção (Exemplo!)



Inserção do 4

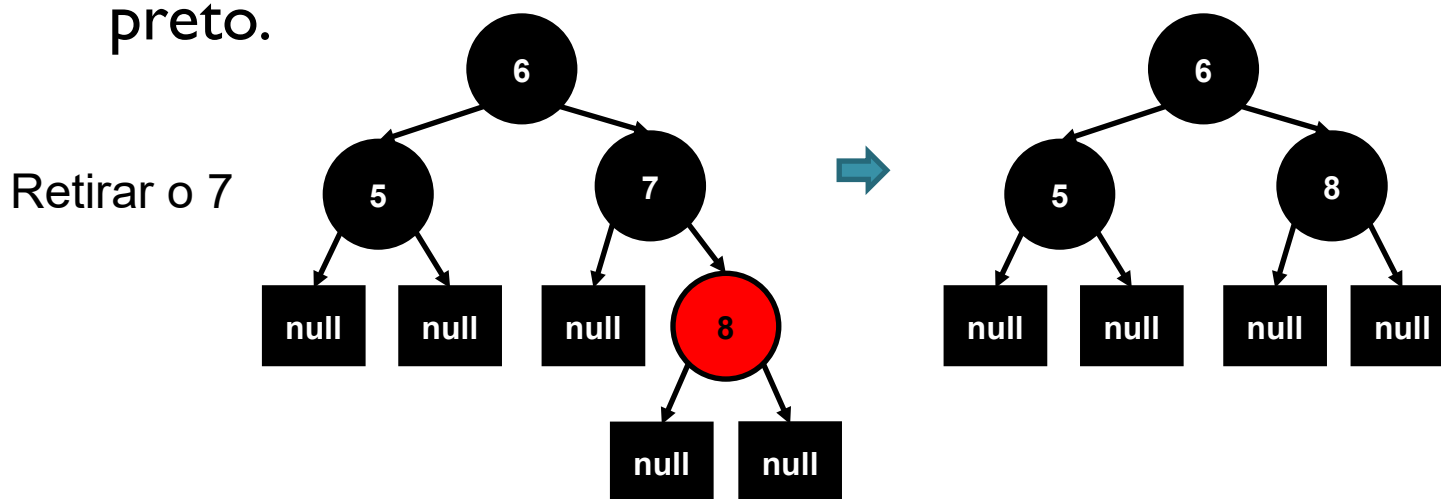
Fonte: livro
Algoritmos, de
Cormen et al.,
Editora Campus,
2012.

Árvore RB – Remoção

- Em princípio, o procedimento se inicia como no caso da árvore binária de busca (ou seja, se o nó a ser retirado tiver duas sub-árvores, procura-se por um sucessor adequado; se o nó tiver apenas uma sub-árvore, o pai do nó ficará com essa sub-árvore; e se o nó for folha, apenas retira-se o mesmo).
- Entretanto, essa retirada pode afetar as propriedades da árvore RB, de modo que a mesma precisa ser alterada.
- Como primeira regra, podemos afirmar que a retirada de um nó **vermelho** não altera as propriedades da árvore.

Árvore RB – Remoção

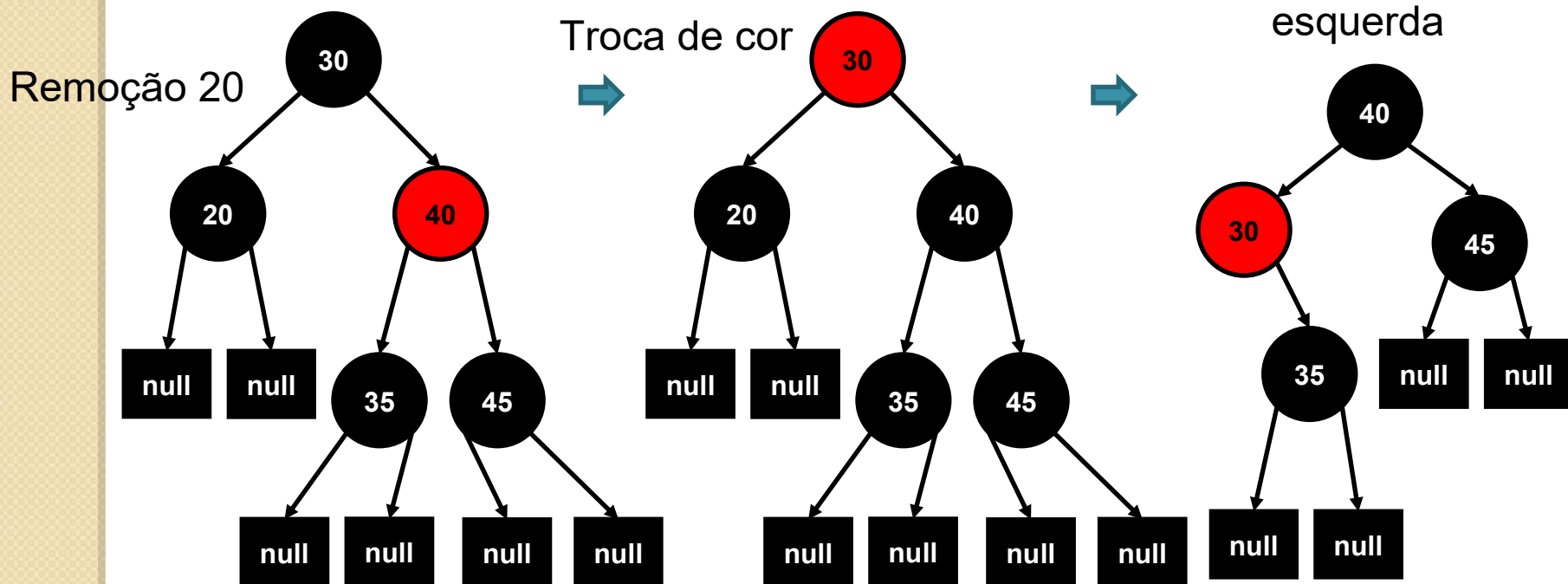
- Entretanto, se o nó for **preto**, a sua retirada dependerá das características da árvore RB.
- Como primeira regra, podemos afirmar que se o nó preto a ser retirado tiver um filho vermelho, esse nó vermelho assume o lugar do pai e sua cor muda para preto.



- O problema ocorre quando o nó a ser retirado é preto e seus filhos são pretos.

Árvore RB – Remoção (Caso 1)

- O nó a ser retirado é preto e o irmão é vermelho.
- Nesse caso, o irmão e o pai trocam de cor e depois são efetuadas as rotações adequadas. Os outros *Casos* (2, 3 e 4) de remoção podem ser necessários para consertar a árvore.

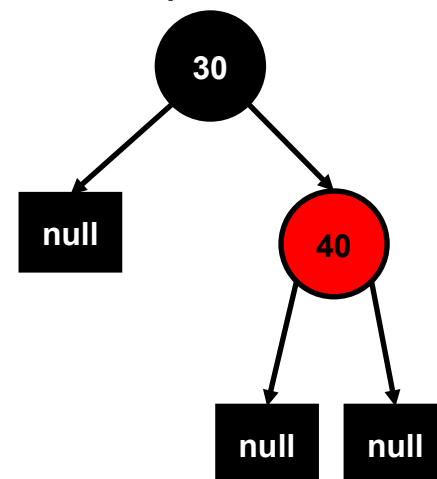
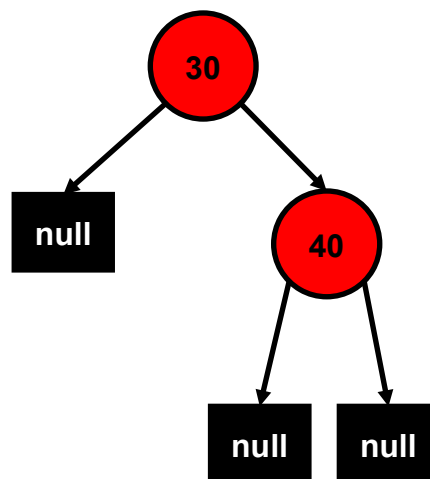
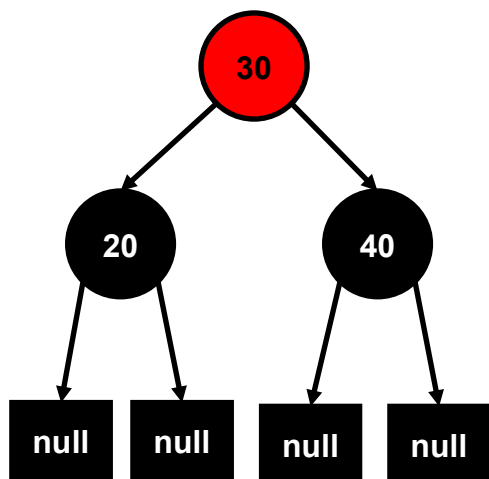


Árvore RB – Remoção (Caso 2)

- O nó a ser retirado é preto e o irmão e os sobrinhos são pretos.
- Muda-se a cor do irmão para vermelho. Verificar situação do pai. Pode ser necessário rebalancear a árvore e mudar cores de outros nós.

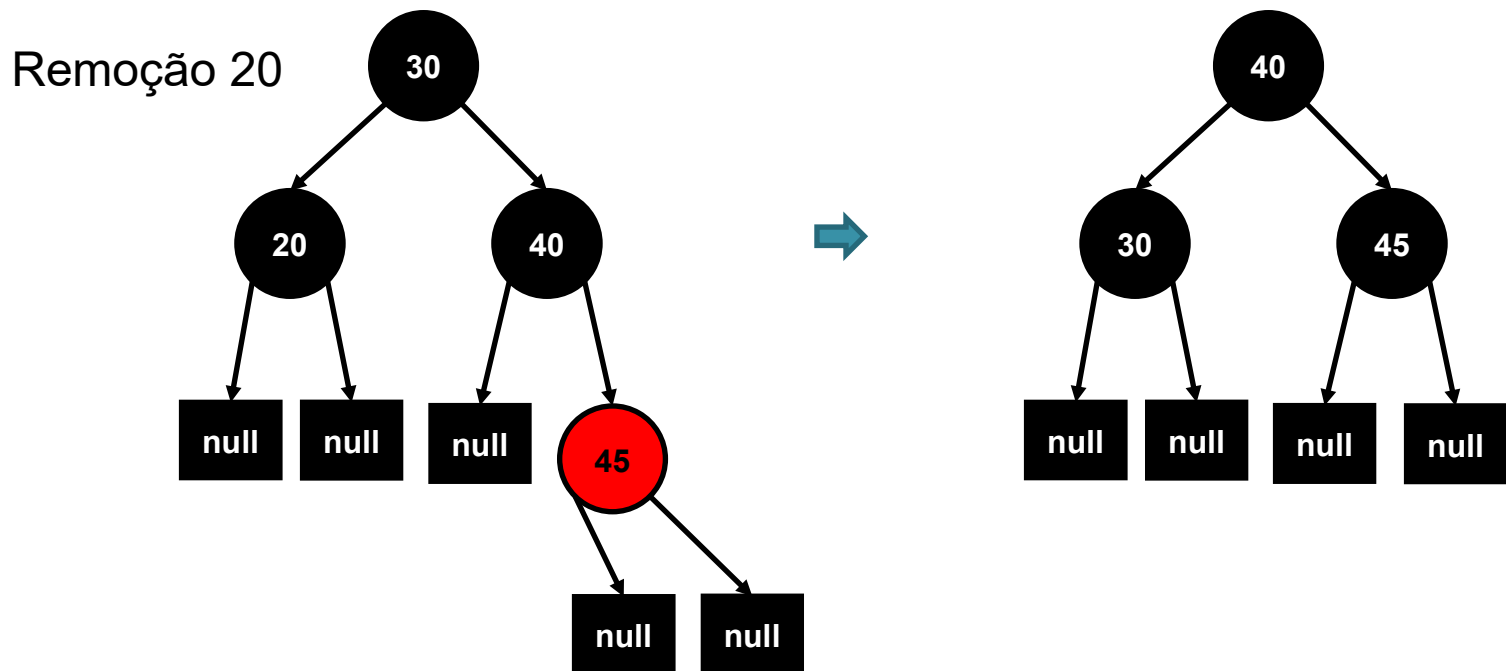
Alteração do pai em virtude de que nós vermelhos sempre têm filhos pretos

Troca de cor



Árvore RB – Remoção (Caso 3)

- O nó a ser retirado é preto, o irmão é preto e o sobrinho distante é vermelho (a mesma solução vale se houver dois sobrinhos vermelhos).
- Colocar a cor do pai no irmão, pintar pai e sobrinho **distante** de preto, e rotacionar na direção adequada.



Árvore RB – Remoção (Caso 4)

- O nó a ser retirado é preto, o irmão é preto e o sobrinho **próximo** é vermelho.
- Trocar as cores de irmão e sobrinho, efetuar rotação no irmão. Desse modo, a árvore fica com apenas um sobrinho **distante**, de modo que se aplica a solução do Caso 3.

Troca de cor e rotação (Efetuar Caso 3)

Remoção 20

