

Nome: Johnatas Félix Luza

Matrícula: 422160

DATA:

① Escreva sobre as equações de Maxwell; Força de Lorentz; Lei de Biot-Savart.

• Equações de Maxwell:

As equações de Maxwell são um conjunto de equações diferenciais que descrevem o comportamento eletromagnético. Elas foram formuladas por James Clerk Maxwell. As equações de Maxwell, juntamente com a lei da força de Lorentz, compõem a base do eletromagnetismo clássico, no qual toda a óptica clássica está incorporada. As quatro equações de Maxwell são as seguintes:

1. leis de Gauss para o campo elétrico:

- A primeira equação de Maxwell, relaciona o fluxo elétrico através de uma superfície fechada com a carga elétrica contida no interior dessa superfície. Matematicamente, a equação é dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0,$$

Onde $\nabla \cdot \mathbf{E}$ representa o operador divergente do campo elétrico \mathbf{E} , " ρ " é a densidade de carga elétrica e ϵ_0 é a constante dielétrica do vácuo.

2. Lei de Gauss para o campo magnético:

- A segunda equação de Maxwell, afirma que o fluxo magnético total através de uma superfície fechada é sempre zero. Em termos matemáticos, temos:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

Onde $\nabla \cdot \mathbf{B}$ é o operador divergente do campo \mathbf{B} .

3. Lei de Faraday:

- A terceira equação de Maxwell, descreve como um campo magnético variável no tempo gera um campo elétrico. A equação é dada por:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

onde $\nabla \times \mathbf{E}$ é o operador rotacional do campo elétrico \mathbf{E} e $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ representa a taxa de variação temporal do campo magnético \mathbf{B} .

4. Lei de Ampère - Maxwell:

- A quarta equação de Maxwell, relaciona a circulação do campo magnético com a corrente elétrica e com a variação temporal do campo elétrico. A equação é dada por:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{\mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

Onde $\nabla \times \mathbf{B}$ é o operador rotacional do campo magnético \mathbf{B} , μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo, \mathbf{J} é a densidade de corrente elétrica e $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ representa a taxa de variação temporal do campo elétrico.

Essas quatro equações descrevem as interações fundamentais entre campos elétricos e magnéticos e estabelecem as bases teóricas para diversos fenômenos e aplicações da eletricidade e magnetismo.

• Força de Lorentz

- A força de Lorentz é uma força vetorial que atua sobre uma partícula carregada em movimento quando está imersa em um campo magnético. Essa força é uma consequência da interação entre o campo magnético e a carga elétrica da partícula. A força de Lorentz é fundamental na descrição do comportamento de partículas carregadas em campos eletromagnéticos, e desempenha um papel central na física de partículas, eletromagnetismo e na formulação da teoria da relatividade.

A força de Lorentz pode ser expressa matematicamente como:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$$

Onde \mathbf{F} é a força de Lorentz, q é a carga da partícula, \mathbf{E} é o campo elétrico, \mathbf{v} é a velocidade da partícula e \mathbf{B} é o campo magnético. A expressão leva em consideração a interação entre o campo elétrico e o magnético e a contribuição da velocidade da partícula.

A primeira parte da equação, $q\mathbf{E}$, representa a força elétrica que age sobre a partícula carregada no campo elétrico. Essa força é proporcional à carga da partícula e ao campo elétrico presente na região em que a partícula se encontra.

A segunda parte da equação, $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, representa a força magnética que age sobre a partícula carregada devido a interação entre seu movimento e o campo magnético. Essa força é perpendicular tanto à velocidade da partícula quanto ao campo magnético. O produto vetorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ produz uma força perpendicular ao plano formado pela velocidade da partícula e a direção do campo magnético. A magnitude dessa força é proporcional à carga da partícula, à velocidade e à intensidade do campo magnético.

A força de Lorentz é uma força conservativa, o que significa que ela não realiza trabalho sobre a partícula carregada em um movimento fechado. Essa propriedade é importante para conservação de energia e para a compreensão de muitos fenômenos físicos.

• Lei de Biot - Savart

- A lei de Biot - Savart descreve o campo magnético gerado por uma corrente elétrica em um ponto específico do espaço.

É um dos princípios fundamentais do eletromagnetismo. É usado para calcular o campo magnético em diversas situações. Matematicamente, ela é descrita por:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \int \frac{\mathbf{I} \times \hat{\mathbf{n}}}{r^2} dl$$

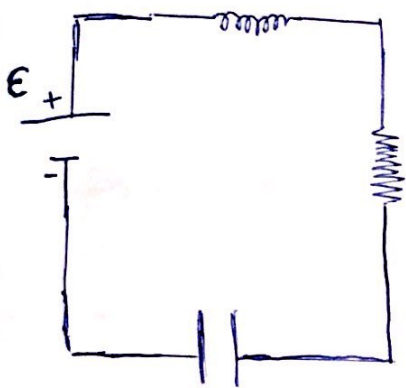
Onde \mathbf{B} é o campo magnético resultante no ponto em questão, \mathbf{I} é a corrente elétrica, dl é um elemento de comprimento infinitesimal ao longo do condutor que transporta a corrente, $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário na direção do ponto onde o campo magnético é calculado e r é o vetor posição que aponta do elemento de corrente ao ponto onde o campo magnético é medido.

" μ_0 " é a permeabilidade magnética do vácuo, que é uma constante fundamental da natureza.

A lei de Biot - Savart é amplamente utilizada na física e na engenharia para calcular campos magnéticos gerados por correntes elétricas em diferentes configurações, como fios retos, bobinas, Solenoides e outros dispositivos.

② Resolva um circuito RLC. Comente a solução.

• Vamos considerar um circuito RLC em série, que consiste em um resistor (R), um indutor (L) e um capacitor (C) conectados em série a uma fonte de tensão alternada (V) com frequência angular ω . O objetivo é encontrar a solução do circuito, ou seja, as correntes e tensões em cada elemento do circuito.



• A equação diferencial que descreve o comportamento do circuito é dada por:

$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \, dt = V(t)$$

- Onde $i(t)$ é a corrente no circuito como função do tempo.
- Vamos assumir uma solução da forma $i(t) = I \cdot \cos(\omega t + \phi)$, onde I é a amplitude da corrente e ϕ o ângulo de fase.
- Substituindo essa solução na equação diferencial e simplificando, obtemos:

$$- L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) - R \cdot I \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) - \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt = \\ = V_0 \cdot \cos(\omega t).$$

o Separando em termos de seno e cosseno, obtemos:

$$\left[-L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) - \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt \right] + \left[-R \cdot I \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right] = \\ = V_0 \cdot \cos(\omega t)$$

o Comparando os termos em cosseno e seno, obtemos duas equações:

$$\rightarrow L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) - \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot \cos(\omega t + \varphi) dt = V_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow R \cdot I \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) = 0$$

o A segunda equação nos diz que $R \cdot I \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \sin(\omega t + \varphi)$ isso ocorre quando $\omega t + \varphi = n \cdot \pi$, onde n é um número inteiro. Portanto, podemos escrever $\varphi = n \cdot \pi - \omega t$. Assim a primeira equação se torna:

$$L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(n \cdot \pi - \omega t) - \frac{1}{C} \cdot \int I \cdot \cos(n \cdot \pi - \omega t) dt = V_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(n \cdot \pi) \cdot \cos(\omega t) + \frac{1}{C} \cdot L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \sin(n \cdot \pi) \cdot \sin(\omega t) = V_0 \cdot \cos(\omega t)$$

o Como $\cos(n\pi) = (-1)^n$ e $\sin(n\pi) = 0$ para n par, e $\cos(n\pi) = (-1)^{n+1}$ e $\sin(n\pi) = 0$ para n ímpar, podemos simplificar a equação:

$$\rightarrow (-1)^n \cdot L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) = V_0 \cdot \cos(\omega t) \quad \text{para } n \text{ par,}$$

$$\rightarrow (-1)^{n+1} \cdot L \cdot I \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) = V_0 \cdot \cos(\omega t) \quad \text{para } n \text{ ímpar,}$$

◦ Dividindo ambos os lados por $\cos(\omega t)$ obtemos:

$$\rightarrow (-1)^n \cdot L \cdot I \cdot \omega^2 = V_0 \text{ para } n \text{ par.}$$

$$\rightarrow (-1)^{n+1} \cdot L \cdot I \cdot \omega^2 = V_0 \text{ para } n \text{ ímpar.}$$

◦ Essas equações podem ser resolvidas para obter as soluções da corrente I para cada valor de n . As soluções dependerão das condições iniciais do circuito, dos valores de R , L e C e da frequência angular ω da fonte de tensão alternada.

◦ A solução do circuito RLC permite entender como os diferentes elementos do circuito (resistor, indutor, capacitor) interagem entre si e como a resposta do circuito depende das características dos componentes e da frequência da fonte de tensão.