

第三章实验报告

04022405 葛浩南

一、实验目的

1. 在理论学习的基础上，通过本实验，加深对 FFT 的理解，熟悉 MATLAB 中的有关函数。
2. 应用 FFT 对典型信号进行频谱分析。
3. 了解应用 FFT 进行频谱分析过程中可能出现的问题，以便在实际中正确应用 FFT。
4. 应用 FFT 实现序列的线性卷积和相关。

二、实验原理

1. DFT 和 FFT

有限长序列信号处理占有重要地位，对有限长序列，我们可以使用离散 Fourier 变换(DFT)。这一变换不但可以很好的反映序列的频谱特性，而且易于用快速算法在计算机上实现，当序列 $x(n)$ 的长度为 N 时，

$$\begin{cases} X(k) = \text{DFT}[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn} & 0 \leq k \leq N-1 \\ x(n) = \text{IDFT}[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-kn} & 0 \leq n \leq N-1 \end{cases}$$

有限长序列的 DFT 是其 z 变换在单位圆上的等距采样，或者说是序列 Fourier 变换的等距采样，因此可以用于序列的谱分析。

FFT 是为了减少 DFT 运算次数的一种快速算法。它是对变换式进行一次次分解，使其成为若干小点数的组合，从而减少运算量。常用的 FFT 是以 2 为基数的，其长度为 $L=2^n$ 。效率高，程序简单，使用非常方便，当要变换的序列长度不等于 2 的整数次方时，为了使用以 2 为基数的 FFT，可以用末位补零的方法，使其长度延长至 2 的整数次方。

2. 在运用 DFT 进行频谱分析的过程中可能的产生三种误差

(1) 混叠

对连续信号 $x_a(t)$ 进行数字处理前，要进行采样。采样序列的频谱是连续信号频谱的周期延拓，周期为 f_s 。如采样率过低不满足采样定理 $f_s < 2f_h$ ，会导致频谱混叠，无法恢复原信号，进一步的数字处理失去依据。

$$x_a(nT) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

避免混叠现象的唯一方法是保证采样速率足够高，使频谱混叠现象不致出现，即在确定采样

频率之前，必须对频谱的性质有所了解，在一般情况下，为了保证高于折叠频率的分量不会出现，在采样前，先用低通模拟滤波器对信号进行滤波。

(2) 泄漏

实际中我们往往用截短的序列来近似很长的甚至是无限长的序列，这样可以使用较短的 DFT 来对信号进行频谱分析，这种截短等价于给原信号序列乘以一个矩形窗函数，也相当于在频域将信号的频谱和矩形窗函数的频谱卷积，所得的频谱是原序列频谱的扩展。泄漏不能与混叠完全分开，因为泄漏导致频谱的扩展，从而造成混叠。为了减少泄漏的影响，可以选择适当的窗函数使频谱的扩散减至最小。

(3) 栅栏效应

N 点 DFT 是在 $[0, 2\pi]$ 对信号频谱进行 N 点等间隔采样，得到离散频谱点 $X(k)$ 。这好像在栅栏的一边通过缝隙看另一边的景象——只能在离散点处看到真实景象，其余部分被遮挡。减小栅栏效应的一个方法就是借助于在原序列的末端填补一些零值，从而变动 DFT 的点数，增加频域采样点数使谱线变密。

虽然填补零值可以改变对 DTFT 的采样密度，但是补零不可以提高谱分析的频率分辨率。事实上，通常规定 DFT 的频率分辨率为 f_s/N ，这里的 N 是指信号 $x(n)$ 的有效长度，而不是补零的长度。

3. FFT 计算线性卷积

用循环卷积计算线性卷积的方法，归纳如下：

将长为 N_2 的序列 $x(n)$ 延长到 L，补 $L-N_2$ 个零，

将长为 N_1 的序列 $h(n)$ 延长到 L，补 $L-N_1$ 个零，

如果 $L \geq N_1 + N_2 - 1$ ，则循环卷积与线性卷积相等，此时可用 FFT 计算线性卷积，方法如下：

a. 计算 $X(k) = \text{FFT}[x(n)]$

b. 求 $H(k) = \text{FFT}[h(n)]$

c. 求 $Y(k) = H(k)X(k)$ $k=0 \sim L-1$

d. 求 $y(n) = \text{IFFT}[Y(k)]$ $n=0 \sim L-1$

只要进行二次 FFT，一次 IFFT 就可完成线性卷积计算。

$L > 32$ 时，上述方法比直接线性卷积有明显的优越性，因此也称上述方法为快速卷积法。

两个序列长度相差较多时，有以下两种方法可以仍然发挥循环卷积的优势：

(1) 重叠相加法

由分段卷积的各段相加构成总的卷积输出。先将长序列分段，假定 $x_i(n)$ 表示 $x(n)$ 序列的第 i 段：

$$x_i(n) = \begin{cases} x(n) & iN_2 \leq n \leq (i+1)N_2 - 1 \\ 0 & \end{cases}$$

对 $h(n)$ 及 $x_i(n)$ 补零，具有 L 点长度， $L = N_1 + N_2 - 1$ ，而 $x_i(n)$ 的长度为 N_2 ，因此相邻两段 $y_i(n)$ 序列有 $N_1 - 1$ 点发生重叠。

(2) 重叠保留法

和第一种方法稍有不同。将上面分段序列中补零的部分不补零，而是保留原来的输入序列值。利用 DFT 实现 $h(n)$ 和 $x_i(n)$ 的循环卷积，每段卷积结果中有 $N_1 - 1$ 个点不等于线性卷积值需舍去。重叠保留法与重叠相加法的计算量差不多，但省去了重叠相加法最后的相加运算。

4. 用 FFT 计算相关函数

互相关函数：

$x(n)$ 和 $y(n)$ 的互相关函数定义为

$$r_{xy}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n-m)y(n) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n+m)$$

$r_{xy}(m)$ 的离散傅里叶变换为

$$R_{xy}(k) = X^*(k)Y(k)$$

其中：

$$\begin{aligned} X(k) &= \text{DFT}[x(n)], \\ Y(k) &= \text{DFT}[y(n)], \\ R_{xy}(k) &= \text{DFT}[r_{xy}(m)], \quad 0 \leq k \leq N-1 \end{aligned}$$

自相关函数：

$$\begin{aligned} r_{xx}(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n-m)x(n) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 e^{j\frac{2\pi}{N}km} \end{aligned}$$

利用 FFT 求两个有限长序列的线性相关步骤

- 设 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的长均为 N ，求线性相关。
- 用循环相关代替线性相关。为不产生混淆，选择周期 $L \geq 2N-1$ ，且 $L=2^m$ 以使用 FFT。将 $x(n)$ ， $y(n)$ 补零至长为 L
- 用 FFT 计算 $X(k)$ ， $Y(k)$ ($k=0, 1, \dots, L-1$)
- $R(k) = X^*(k)Y(k)$
- 对 $R(k)$ 作 IFFT，取后 $N-1$ 项得

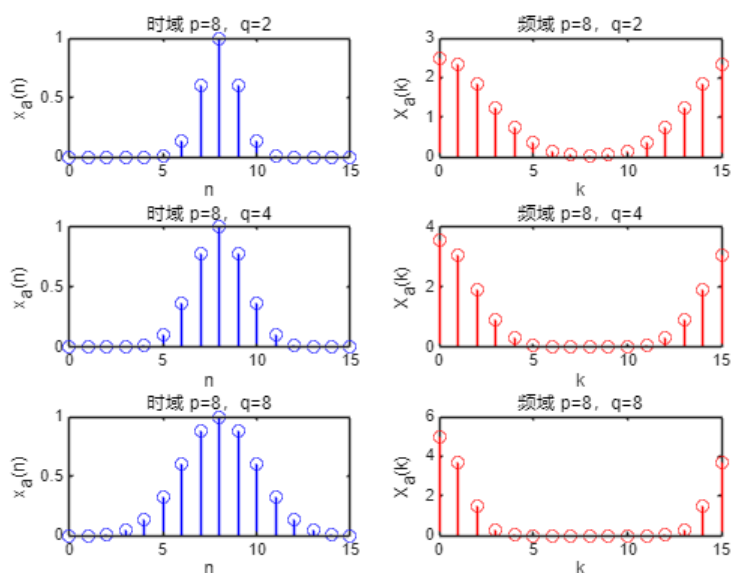
$$\begin{array}{ll} r_{xy}(m) & -N+1 \leq m \leq -1 \\ \text{取前 } N \text{ 项得} & r_{xy}(m) \quad 0 \leq m \leq N-1 \end{array}$$

三、实验内容与结果分析

1. 观察高斯序列的时域和幅频特性，固定信号 $x_a(n)$ 中的参数 $p=8$ ，改变 q 的值，使 q 分别等于 2, 4, 8，观察它们的时域和幅频特性，了解当 q 取不同值时，对信号序列的时域幅频特性的影响；固定 $q=8$ ，改变 p ，使 p 分别等于 8, 13, 14，观察参数 p 变化对信号序列的时域及幅频特性的影响，观察 p 等于多少时，会发生明显的泄漏现象，混叠是否也随之出现？记录实验中观察到的现象，绘出相应的时域序列和幅频特性曲线。

(1) 固定信号 $x_a(n)$ 中参数 $p=8$ ，改变 q 的值，使 q 分别等于 2, 4, 8，观察它们的时域和幅频特性，了解当 q 取不同值时，对信号序列的时域幅频特性的影响；

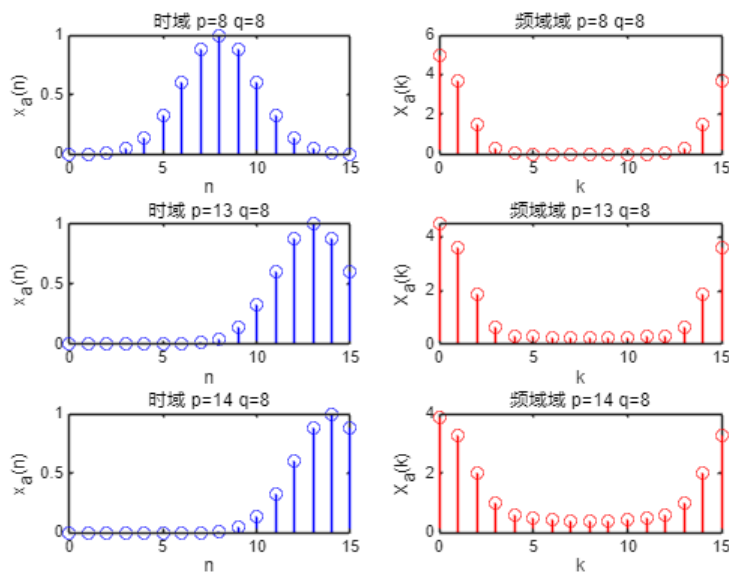
```
figure;
p=8;
q=[2,4,8];
n=0:15;
for i=1:length(q)
    xa=exp(-(n-p).^2/q(i));
    subplot(3,2,2*i-1);
    stem(n,xa,'b');
    title(['时域 p=8, q=',num2str(q(i))]);xlabel('n');ylabel('x_a(n)');
    subplot(3,2,2*i);
    y=fft(xa);
    stem(n,abs(y),'r');title(['频域 p=8, q=',num2str(q(i))]);xlabel('k');ylabel('X_a(k)');
end
```



分析： p 固定，随着 q 值的增大时域信号幅值变化变缓慢，波形展宽；频域信号幅度变大，高频分量减少，频谱泄漏程度减小。

(2) 固定信号 $x_a(n)$ 中参数 $q=8$ ，使 p 分别等于 8, 13, 14，观察参数 p 变化对信号序列的时域及幅频特性的影响，观察 p 等于多少时，会发生明显的泄漏现象，混叠是否也随之出现？

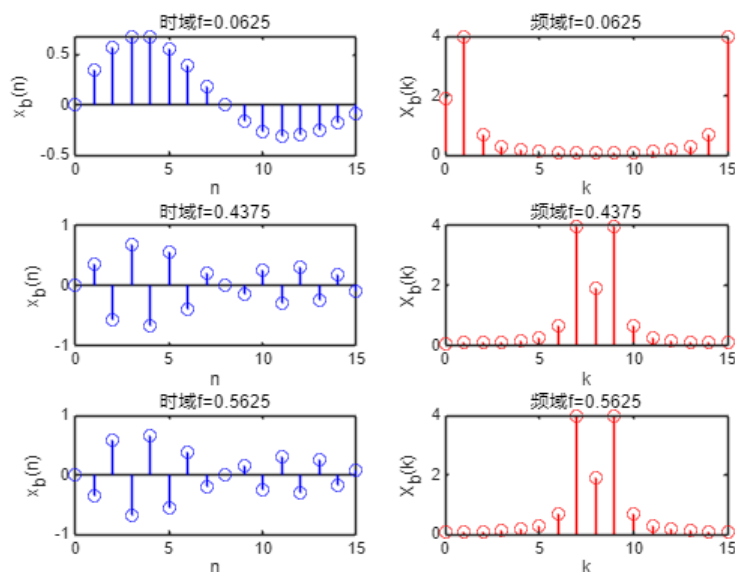
```
figure;
q=8;
p=[8,13,14];
n=0:15;
for i=1:length(p)
    xa=exp(-(n-p(i)).^2/q);
    subplot(3,2,2*i-1);
    stem(n,xa,'b');title(['时域 p=',num2str(p(i)), ' q=8']);
    xlabel('n');ylabel('x_a(n)');
    subplot(3,2,2*i);
    z=fft(xa);
    stem(n,abs(z),'r');title(['频域域 p=',num2str(p(i)), ' q=8']);
    xlabel('k');ylabel('X_a(k)');
end
```



分析： q 固定，随着 p 的增大时域信号幅值不变，在时间轴上向右移动；频域信号随着 p 增大，高频分量渐渐显现， $p=13$ 时，已有频谱泄漏现象； $p=14$ 时频谱泄漏现象非常明显，高频分量增多。

2. 观察衰减正弦序列 $x_b(n)$ 的时域和幅频特性, $a=0.1$, $f=0.0625$, 检查谱峰出现位置是否正确, 注意频谱的形状, 绘出幅频特性曲线, 改变 f , 使 f 分别等于 0.4375 和 0.5625 , 观察这两种情况下, 频谱的形状和谱峰出现位置, 有无混叠和泄漏现象? 说明产生现象的原因。

```
figure;
a=0.1;
f=[0.0625,0.4375,0.5625];
n=0:15;
for i=1:length(f)
    xb=exp(-a*n).*sin(2*pi*f(i)*n);
    subplot(3,2,2*i-1);
    stem(n,xb,'b');title(['时域 f=',num2str(f(i))]);
    xlabel('n');ylabel('x_b(n)');
    subplot(3,2,2*i);
    xb_f=fft(xb);
    stem(n,abs(xb_f),'r');title(['频域 f=',num2str(f(i))]);
    xlabel('k');ylabel('X_b(k)');
end
```



分析: 根据信号序列的取值过程, 采样频率 $f_s=1$ 。当 $f=0.0625$ 或 $f=0.4375$ 时, 均小于采样频率的一半, 满足采样定理, 不发生混叠。当 $f=0.5625$ 时, 大于采样频率的一半, 不满足采样定理, 频谱发生混叠, 时域波形上, $f=0.4375$ 与 $f=0.5625$ 关于 $f=0.5$ 对称, 故与 $f=0.4375$ 时的频谱一致。

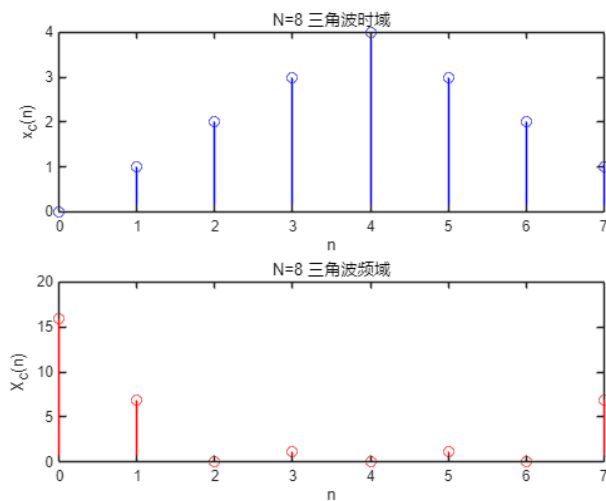
3. 观察三角波和反三角波序列的时域和幅频特性，用 $N=8$ 点 FFT 分析信号序列 $x_c(n)$ 和 $x_d(n)$ 的幅频特性，观察两者的序列形状和频谱曲线有什么异同？绘出两序列及其幅频特性曲线。在 $x_c(n)$ 和 $x_d(n)$ 末尾补零，用 $N=32$ 点 FFT 分析这两个信号的幅频特性，观察幅频特性发生了什么变化？两情况的 FFT 频谱还有相同之处吗？这些变化说明了什么？

```
%三角波序列函数
function xc=xc_n(n)
for i = 1:length(n)
    if n(i) >= 0 && n(i) <= 3
        xc(i) = n(i);
    elseif n(i) >= 4 && n(i) <= 7
        xc(i) = 8 - n(i);
    elseif 7<n(i)<=n(length(n))
        xc(i)=0;
    end
end
end

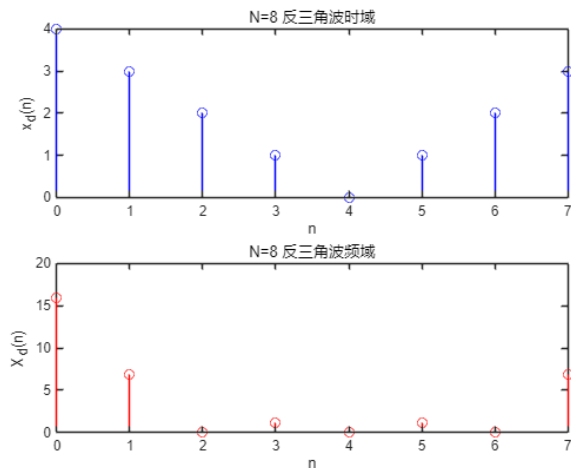
%反三角波序列函数
function xd=xd_n(n)
for i=1:length(n)
    if n(i)>=0&&n(i)<=3
        xd(i)=4-n(i);
    elseif n(i)>=4&&n(i)<=7
        xd(i)=n(i)-4;
    elseif 7<n(i)<=n(length(n))
        xd(i)=0;
    end
end
end
end
end
```

(1) $N=8$ 时:

```
figure;
n=0:7;
xc=xc_n(n);
subplot(2,1,1);
stem(n,xc,'b');
xlabel('n');
ylabel('x_c(n)');
title('N=8 三角波时域');
subplot(2,1,2);
xc_f=fft(xc);
stem(n,abs(xc_f),'r');
xlabel('n');
ylabel('X_c(n)');
title('N=8 三角波频域');
```

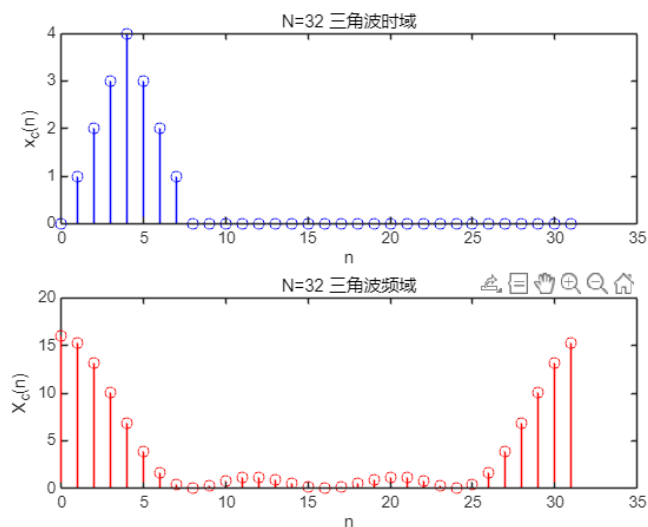


```
figure;
n=0:7;
xd=xd_n(n);
subplot(2,1,1);
stem(n,xd,'b');
xlabel('n');
ylabel('x_d(n)');
title('N=8 反三角波时域');
subplot(2,1,2);
xc_f=fft(xd);
stem(n,abs(xc_f),'r');
xlabel('n');
ylabel('X_d(n)');
title('N=8 反三角波频域');
```

分析：对 8 点三角波序列和反三角波序列做 8 点 DFT 变换，也就是周期为 8，周期延拓后，三角波和反三角波实际上在时域上通过平移就可以得到对方，所以只是相差了相位，幅度是相同的，所以频域具有相同的频域特性。

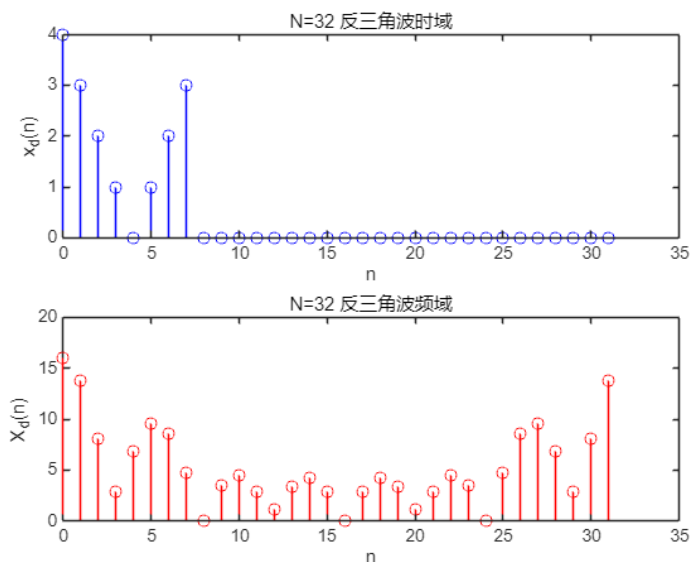
```
n=0:31;
figure;
xc=xc_n(n);
subplot(2,1,1);
stem(n,xc,'b');
xlabel('n');
ylabel('x_c(n)');
title('N=32 三角波时域');
subplot(2,1,2);
xc_f=fft(xc);
stem(n,abs(xc_f),'r');
xlabel('n');
ylabel('X_c(n)');
title('N=32 三角波频域');
```



```

figure;
n=0:31;
xd=xd_n(n);
subplot(2,1,1);
stem(n,xd,'b');
xlabel('n');
ylabel('x_d(n)');
title('N=32 反三角波时域');
subplot(2,1,2);
xc_f=fft(xd);
stem(n,abs(xc_f),'r');
xlabel('n');
ylabel('X_d(n)');
title('N=32 反三角波频域');

```



分析：当 $N=32$ 时，补零到 32 点后做 DFT 变换，周期 32，周期延拓后显然三角波和反三角波的时域不同，即是两个不同序列，所以幅频特性也不同。 $N=32$ 与 $N=8$ 对比，从反三角波可以很明显的看到，补零之后，频率分量增多，也就是减小了栅栏效应。他们存在相同点的频率分量，但是 $N=32$ 的栅栏效应更小，能看见更多峰值。说明序列补零能有效减少效应。

4. 一个连续信号含两个频率分量，经采样得

$x(n) = \sin[2\pi * 0.125n] + \cos[2\pi * (0.125 + \Delta f)n]$ $n=0, 1, \dots, N-1$ 。已知 $N=16$ ， Δf 分别为 $1/16$ 和 $1/64$ ，观察其频谱；当 $N=128$ 时， Δf 不变，其结果有何不同，为什么？

```

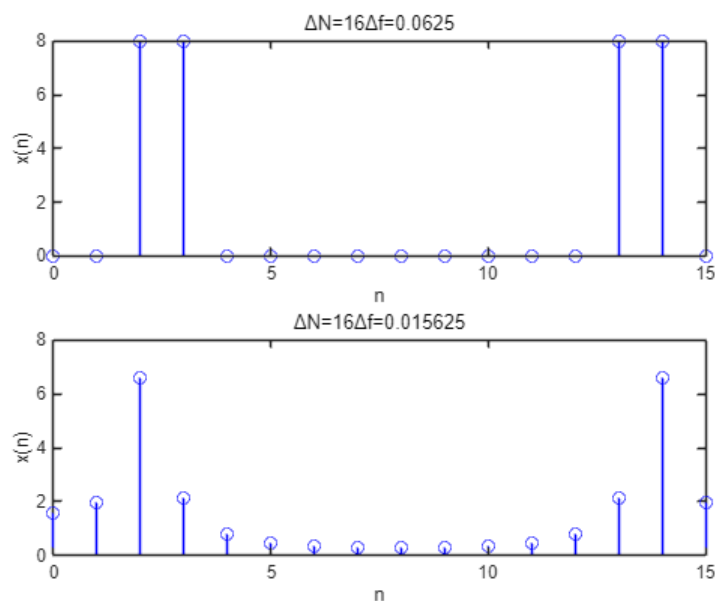
delt_f=[1/16,1/64];
n=0:15;
m=0:127;
function x_nf(n,delt_f,k)
figure;
for i=1:length(delt_f)
    xn=sin(2*pi*0.125*n)+cos(2*pi*(0.125+delt_f(i))*n);
    xn_f=fft(xn);subplot(2,1,i+k);
    stem(n,abs(xn_f),'b');xlabel('n');ylabel('x(n)');

title(['\Delta N=',num2str(length(n)),'\Delta f=',num2str(delt_f(i))]);
end

end

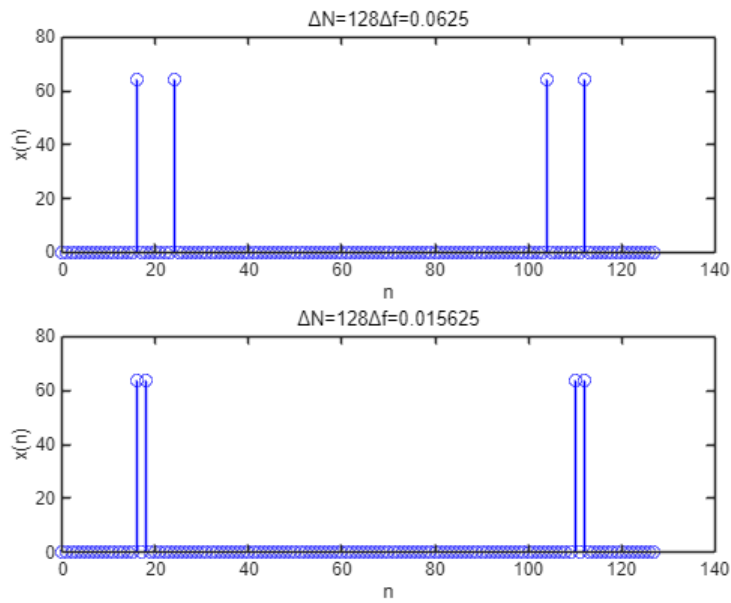
%----N=16,\Delta f=1/16 和 1/64---%
x_nf(n,delt_f,0);

```



%----N=128,\Delta f=1/16 和 1/64---%

```
x_nf(m,delt_f,0);
```



分析：DFT 的频率分辨率为 f_s/N ，这里的 N 是指信号 $x(n)$ 的有效长度，而不是补零的长度。采样频率 f_s 为 1Hz，16 点 FFT 的分辨率为 $1/16\text{Hz}$ ，128 点 FFT 的分辨率为 $1/128\text{Hz}$ 。

当 $\Delta f=1/16\text{Hz}$ 时，16 点的 FFT 能分辨，128 点的 FFT 也能分辨；

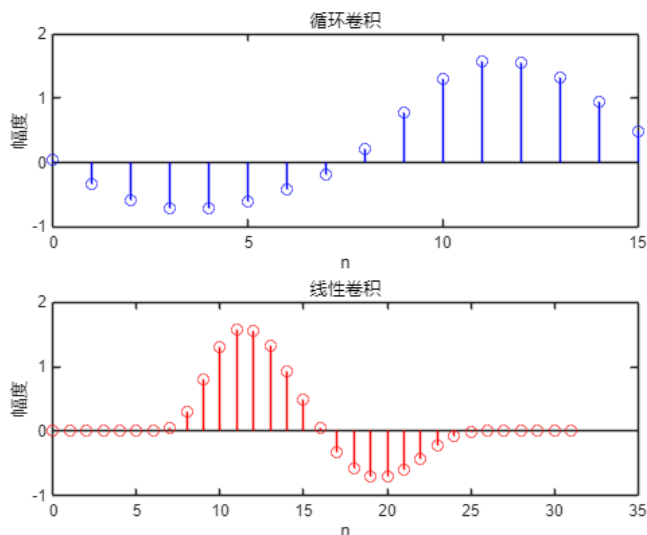
当 $\Delta f=1/64\text{Hz}$ 时，16 点的 FFT 不能分辨，因为有栅栏效应。128 点的 FFT 增加了零点，减小了栅栏效应，能分辨；

5. 用 FFT 分别实现 $x_a(n)$ ($p=8, q=2$) 和 $x_b(n)$ ($a=0.1, f=0.0625$) 的 16 点循环卷积和线性卷积。

```
figure;

%---用 FFT 表示循环卷积---%
n=0:15;
xa_n=exp(-(n-8).^2/2);
xb_n=exp(-0.1*n).*sin(2*pi*0.0625*n);
z_n=fft(xa_n).*fft(xb_n);
w_n=ifft(z_n);
subplot(2,1,1);
stem(n,w_n,'b');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('循环卷积');

%---用 FFT 表示线性卷积---%
%xa,xb 后增加 N 个零点
n2=0:31;
xa_n2=exp(-(n2-8).^2/2).*(n2>=0&n2<=15);
xb_n2=exp(-0.1*n2).*sin(2*pi*0.0625*n2).*(n2>=0&n2<=15);
z_n2=fft(xa_n2).*fft(xb_n2);
w_n2=ifft(z_n2);
subplot(2,1,2);
stem(n2,w_n2,'r');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('线性卷积');
```

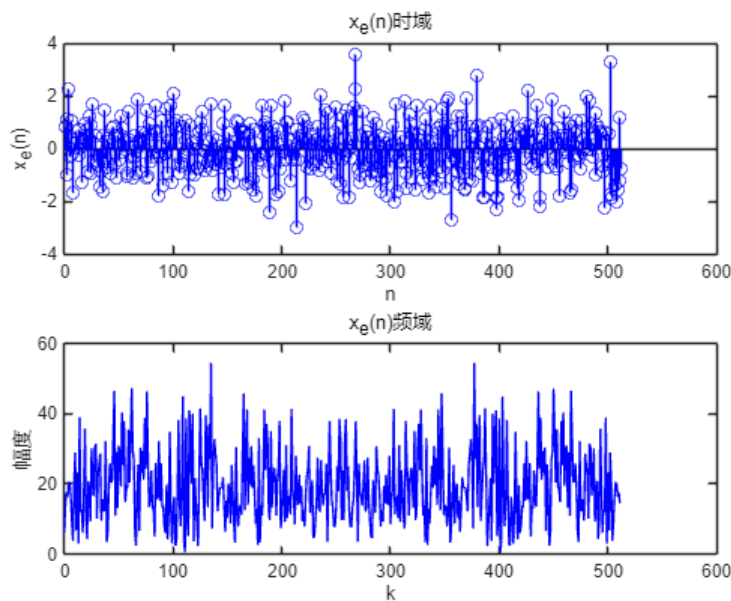


分析：用 FFT 计算 16 点循环卷积，直接 FFT 变换，相乘，iFFT 变换即可；
用 FFT 计算两个 16 点序列的线性卷积，需要补零延长到 $L=32$ ，即用 32 点循环卷积代替 16 点线性卷积可以，用循环卷积代替线性卷积。

6. 产生一 512 点的随机序列 $x_e(n)$, 并用 $x_c(n)$ 和 $x_e(n)$ 作线性卷积, 观察卷积前后 $x_e(n)$ 频谱的变化。要求将 $x_e(n)$ 分成 8 段, 分别采用重叠相加法和重叠保留法。

(1) 随机生成 512 点序列的时域和频谱

```
xe=randn(1,512);
figure;
subplot(2,1,1);
stem(xe,'b');
xlabel('n');
ylabel('x_e(n)');
title('x_e(n)时域');
subplot(2,1,2);
xe_f=fft(xe);
plot(0:512-1,abs(xe_f),'b');
xlabel('k');
ylabel('幅度');
title('x_e(n)频域');
```



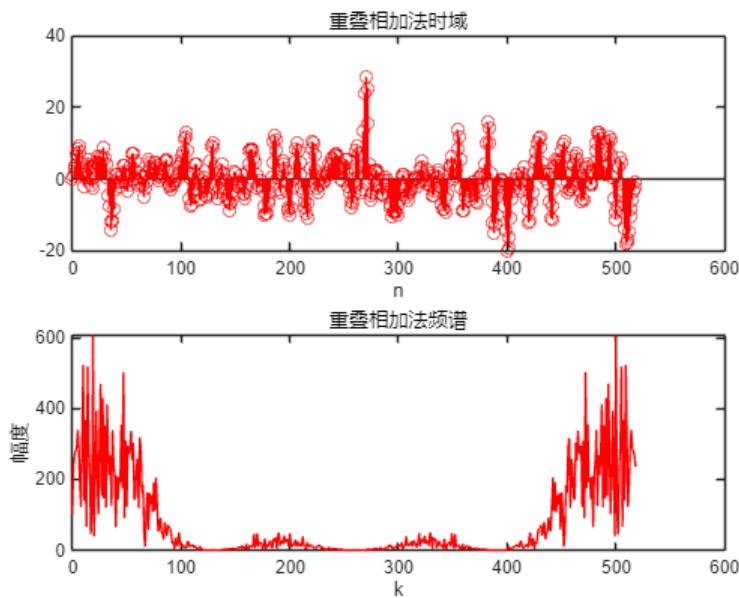
(2) 重叠相加法卷积

```
%d 对每段 xe 后补零
n2=0:7;
xc=xc_n(n2);
set=8;
y=zeros(1,length(xe)+length(n2)-1);
L=length(xe)/set+length(n2)-1;%重叠相加法, 补 n-1 个 0 后的长度
for i=0:set-1
    xe_part=xe((64*i+1):(64*(i+1)));
    xe_part_f=fft(xc,L).*fft(xe_part,L);
    y_part=ifft(xe_part_f,L);
    y((64*i+1):(64*i+64+8-1))=y((64*i+1):(64*i+64+8-1))+y_part;
```

```

end
figure;
subplot(2,1,1);
stem(0:length(y)-1,y,'r');
xlabel('n');title('重叠相加法时域');
y_f=fft(y);
subplot(2,1,2);
plot(0:length(y)-1,abs(y_f),'r');
xlabel('k');
ylabel('幅度');
title('重叠相加法频谱');

```



(3) 重叠保留法卷积

%xe 每段前保留上一段的 $\text{length}(n)-1$ 个数据

xe_2=[zeros(1,7),xe,zeros(1,64)];%前面增加 $n-1$ 个数据点, 后面增加一段全零样本

```
y2=zeros(1,(set+1)*length(xe)/set);
```

```
for i=0:set
```

```
    xe_part2=xe_2((64*i+1):(64*(i+1)+8-1));
```

```
    xe_part2_f=fft(xc,L).*fft(xe_part2,L);
```

```
    y_part2=ifft(xe_part2_f,L);
```

```
    y2((64*i+1):(64*i+64))=y2((64*i+1):(64*i+64))+y_part2(8:L);
```

```
end
```

```
y_result=y2(1:length(xe)+length(n2)-1);
```

```
figure;
```

```
subplot(2,1,1);
```

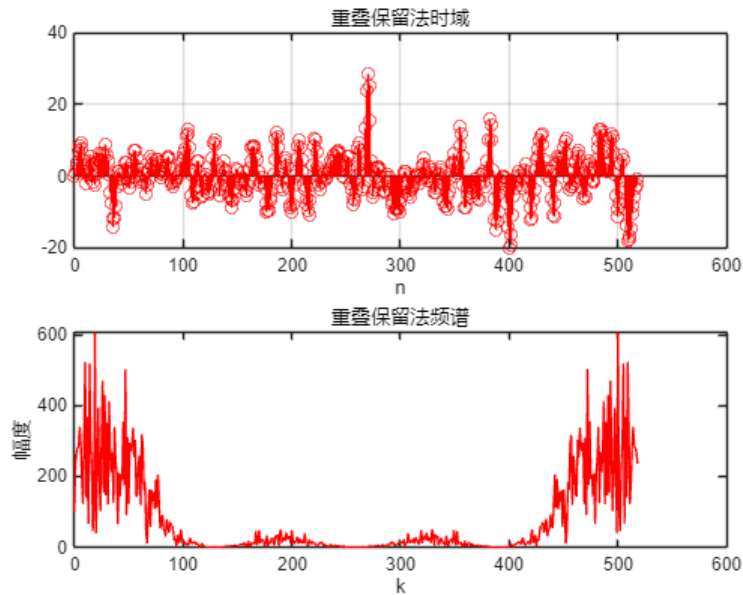
```
stem(0:length(y_result)-1,y_result,'r');
```

```
xlabel('n');title('重叠保留法时域');
```

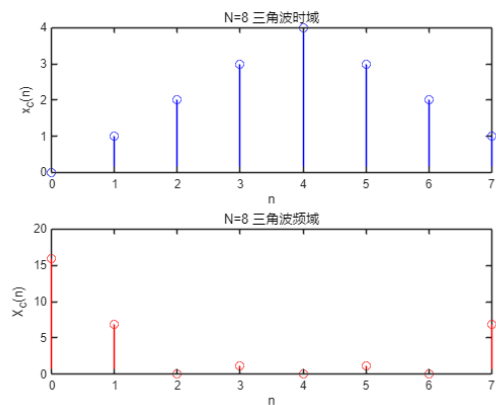
```

y_result_f=fft(y_result);grid on;
subplot(2,1,2);
plot(0:length(y_result)-1,abs(y_result_f),'r');
xlabel('k');
ylabel('幅度');
title('重叠保留法频谱');

```



分析：重叠相加法和重叠保留法得到的卷积结果相同。噪声 $x_e(n)$ 一开始时域和频域都是杂乱无章的，经过 $x_c(n)$ 三角波的滤波后， $x_e(n)$ 的频谱具有三角波的幅频特性，形状相似。



7. 用 FFT 分别计算 $x_a(n)$ ($p=8, q=2$) 和 $x_b(n)$ ($a=0.1, f=0.0625$) 的 16 点循环相关和线性相关, 问一共有多少种结果, 它们之间有何共同点?

% $x_a(n)$ 与 $x_b(n)$ 循环相关

```
n=0:15;
xa_n=exp(-(n-8).^2/2);
xb_n=exp(-0.1*n).*sin(2*pi*0.0625*n);
z_n=conj(fft(xa_n)).*fft(xb_n);
w_n=ifft(z_n);
figure;
subplot(2,2,1);
stem(n,w_n,'b');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('xa_n 与 xb_n 循环相关');
```

% $x_b(n)$ 与 $x_a(n)$ 循环相关

```
n=0:15;
xa_n=exp(-(n-8).^2/2);
xb_n=exp(-0.1*n).*sin(2*pi*0.0625*n);
z_n=conj(fft(xb_n)).*fft(xa_n);
w_n=ifft(z_n);
subplot(2,2,2);
stem(n,w_n,'b');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('xb_n 与 xa_n 循环相关');
```

% $x_a(n)$ 与 $x_b(n)$ 线性相关

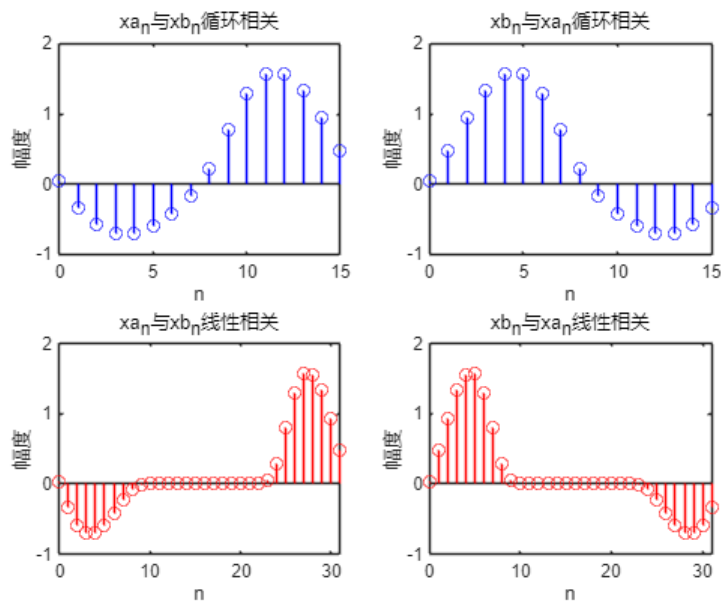
```
n2=0:31;
xa_n2=exp(-(n2-8).^2/2).*(n2>=0&n2<=15);
xb_n2=exp(-0.1*n2).*sin(2*pi*0.0625*n2).*(n2>=0&n2<=15);
z_n2=conj(fft(xa_n2)).*fft(xb_n2);
w_n2=ifft(z_n2);
subplot(2,2,3);
stem(n2,w_n2,'r');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('xa_n 与 xb_n 线性相关');
```

% $x_b(n)$ 与 $x_a(n)$ 线性相关

```
n2=0:31;
xa_n2=exp(-(n2-8).^2/2).*(n2>=0&n2<=15);
xb_n2=exp(-0.1*n2).*sin(2*pi*0.0625*n2).*(n2>=0&n2<=15);

z_n2=conj(fft(xb_n2)).*fft(xa_n2);
w_n2=ifft(z_n2);
subplot(2,2,4);
stem(n2,w_n2,'r');
xlabel('n');
```

```
ylabel('幅度');
title('xb_n 与 xa_n 线性相关');
```



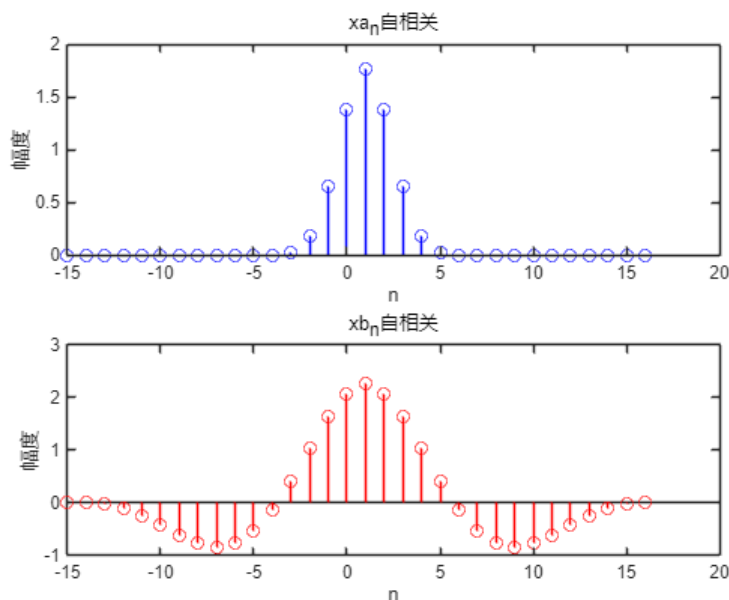
分析：一共有四种结果。 $x_a(n)$ 与 $x_b(n)$ 的循环相关和线性卷积是 $x_b(n)$ 与 $x_a(n)$ 的循环相关和线性相关的在时域上的反转。

8. 用 FFT 分别计算 $x_a(n)$ ($p=8, q=2$) 和 $x_b(n)$ ($a=0.1, f=0.0625$) 的自相关函数。

```
figure;
%xa_n 自相关
k=16;
n2=0:31;
xa_n2=exp(-(n2-8).^2/2).*(n2>=0&n2<=15);
xb_n2=exp(-0.1*n2).*sin(2*pi*0.0625*n2).*(n2>=0&n2<=15);
n2=(-k+1):(k);
z_n2=conj(fft(xa_n2)).*fft(xa_n2);
w_n2=ifft(z_n2);
w_n2=[w_n2(k+1:2*k),w_n2(1:k)];
subplot(2,1,1);
stem(n2,w_n2,'b');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('xa_n 自相关');

%xa_n 自相关
z_n2=conj(fft(xb_n2)).*fft(xb_n2);
w_n2=ifft(z_n2);
w_n2=[w_n2(k+1:2*k),w_n2(1:k)];
```

```
subplot(2,1,2);
stem(n2,w_n2,'r');
xlabel('n');
ylabel('幅度');
title('xb_n 自相关');
```

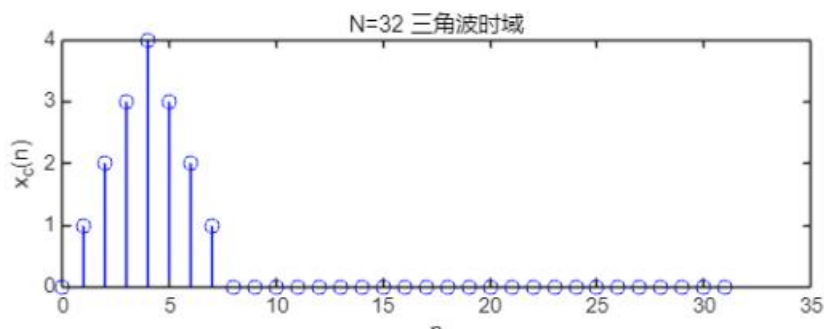


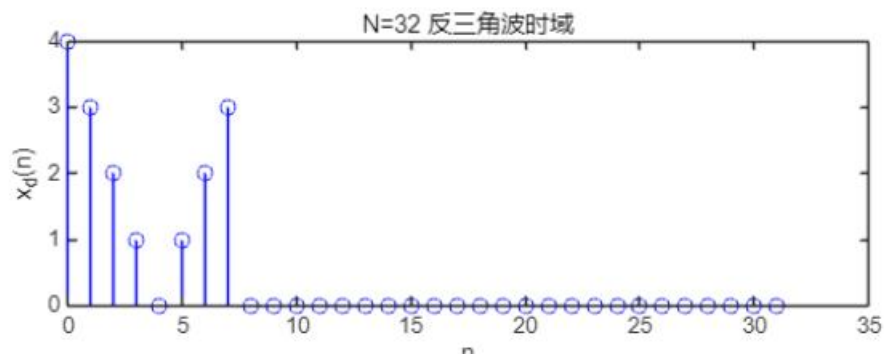
四、思考题

(1) 实验中的信号序列 $x_c(n)$ 和 $x_d(n)$ ，在单位圆上的 Z 变换频谱 $|X_c(j\omega)|$ 和 $|X_d(j\omega)|$ 会相同吗？如果不同，你能说出哪一个低频分量更多一些吗？为什么？

答：不同。 $x_c(n)$ 低频分量更多一点。

分析：对 $x_c(n)$ 和 $x_d(n)$ 补零后， $x_c(n)$ 的时域波形变化比较平缓（在 $n=8$ 的连接处），信号波动不大，对应频域上低频分量多。而 $x_d(n)$ 的时域波形变化剧烈（在 $n=8$ 的连接处），信号波动很大，对应频域上低频分量少。





(2) 对一个有限长序列进行DFT等价于将该序列周期延拓后进行DFS展开，因为DFS也只是取其中一个周期来计算，所以FFT在一定条件下也可以用以分析周期信号序列。如果实正弦信号 $\sin(2\pi fn)$ ， $f = 0.1$ 16点FFT来做DFS运算，得到的频谱是信号本身的真实谱吗？

答：不是真实谱。对于实正弦信号 $\sin(2\pi fn)$ 实际周期为 10。所以主值区间为 10。而选用 16 点 FFT，不是主值区间，得到的频谱存在泄漏，得到的频谱不是信号本身的真实谱。