



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di Ingegneria e Architettura  
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica  
Anno Accademico 2021/2022

Extended Summary of  
“DYNAMIC TRAVELING SALESMAN PROBLEM  
WITH STOCHASTIC RELEASE DATES”

Laureando:  
Giovanni Zanin

Relatore:  
Prof. Lorenzo Castelli

Il presente Extended Summary discute il problema del commesso viaggiatore (traveling salesman problem, TSP) in particolare nella sua versione dinamica con date di rilascio stocastiche (dTSP-srd) e di una possibile euristica di risoluzione per tale problema secondo quanto illustrato nell'articolo “Dynamic traveling salesman problem with stochastic release dates” [1].

## 1 Introduzione

L'applicazione più immediata del problema del commesso viaggiatore è quella di minimizzare il tempo di lavoro di un commesso il cui compito è quello di consegnare dei pacchi a un certo numero  $N$  di clienti geograficamente distribuiti. Il problema può essere illustrato prendendo in considerazione un grafo [2] con le seguenti caratteristiche:

- un nodo rappresenta il magazzino, dal quale il commesso inizia le sue consegne e al quale ritorna al termine di ogni viaggio;
- i rimanenti  $N$  nodi simboleggiano i clienti;
- ogni arco rappresenta un tragitto al quale è associato un numero naturale, corrispondente al tempo che il commesso impiega a percorrere tale tragitto;
- il grafo è completo, ovvero da ogni nodo il commesso è in grado di raggiungerne un altro senza dover usare altri nodi “di passaggio”;
- tra gli archi del grafo vale la disuguaglianza triangolare.

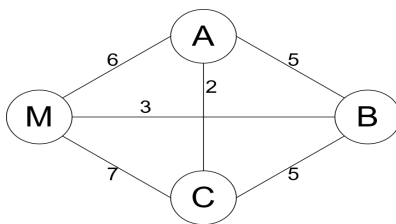


Figura 1: esempio di problema del commesso viaggiatore con  $N=3$ .

Nell'articolo di Archetti et al. viene proposto un algoritmo per risolvere in modo approssimato una particolare versione di TSP in cui all'istante  $t=0$  non è detto che tutti i pacchi destinati ai clienti siano immediatamente pronti alla consegna. Ogni cliente  $i$  è infatti caratterizzato da un istante che chiameremo  $r_i$  che indica la data di rilascio del suo pacco (release date) ovvero l'istante di tempo in cui il suo pacco è nel magazzino pronto per essere consegnato. Si faccia riferimento alla figura 2. Qualora in un dato istante  $t$  un pacco  $p$  non sia ancora stato consegnato al suo destinatario ( $p \in N^t_{\text{unserved}}$ ), se  $p$  è nel magazzino pronto alla consegna ( $p \in N^t_{\text{known}}$ ) la sua  $r_i$  sarà un numero che indica un istante nel passato, altrimenti ( $p \in N^t_{\text{future}}$ )  $r_i$  sarà descritto da una variabile aleatoria discreta e dalla sua relativa funzione di densità (pdf). In quest'ultimo caso diremo che  $p \in N_{\text{dynamic}}$  se la sua pdf può essere aggiornata in qualsiasi istante,  $p \in N_{\text{static}}$  se può essere aggiornata solo alla data di effettivo rilascio [3].

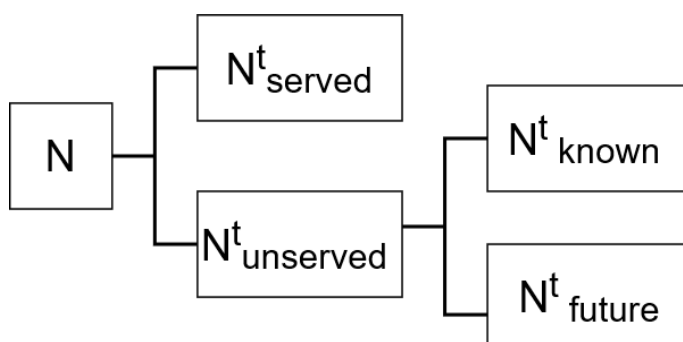


Figura 2: suddivisione dei clienti all'istante  $t$ .

La variante dTSP-srd avvicina la versione originale del problema alla realtà, dove tipicamente:

- la merce da consegnare è pronta in magazzino dopo una certa data di rilascio;
- tale data di rilascio non è certa ma è descrivibile da una funzione di densità (continua, ma approssimabile a una discreta);
- la merce viene portata al magazzino (da dove partiranno le consegne) con veicoli che possono essere dotati o meno di GPS (nel primo caso la pdf della data di rilascio sarà aggiornata in base alla posizione del veicolo, nel secondo sarà aggiornata solo alla data di effettivo rilascio).

## 2 L'algoritmo

### 2.1 Specifiche

Come detto l'obiettivo dell'algoritmo è quello di minimizzare il tempo complessivo, ovvero il tempo che il commesso attende al magazzino sommato a quello che trascorre viaggiando. Per fare ciò dobbiamo tenere conto che:

- tutti i nodi vanno visitati;
- ogni viaggio inizia e termina al magazzino;
- l'istante di inizio di un viaggio dev'essere maggiore o uguale al massimo tra l'istante in cui termina il viaggio precedente e l'istante in cui tutti i pacchi da consegnare in quel viaggio sono stati rilasciati dal magazzino ( $N_{viaggio} \subset N_{known}$ );
- l'istante in cui un viaggio termina è uguale all'istante in cui inizia sommato alla sua durata (ovvero alla somma dei tempi di percorrenza degli archi che lo compongono).

### 2.2 Valutazione di una soluzione

Per confrontare quale sia la migliore tra due o più soluzioni è necessario calcolare il tempo complessivo stimato che ognuna delle soluzioni comporta, per svolgere tale calcolo verranno proposti due metodi: uno stocastico e uno deterministico. I due metodi differiscono nel modo in cui vengono gestite le pdf delle variabili aleatorie.

#### 2.2.1 Metodo stocastico

Nella valutazione stocastica delle soluzioni gli orari di inizio e fine dei viaggi sono trattate come delle vere e proprie variabili aleatorie, dipendenti dalle date di rilascio, e le varie pdf vengono combinate tra loro e solo la pdf finale (quella relativa all'orario di termine dell'ultimo viaggio) viene approssimata. Viene qui fornito un esempio di uso di tale metodo che fa riferimento al grafo in [figura 1](#) e che prende in considerazione la soluzione costituita da due viaggi, il primo dei quali visita il cliente B ( $v_B$ ) e il secondo A e C ( $v_{AC}$ ).

Notazione:  $f_x$  indica la pdf della variabile aleatoria  $x$ ;  $y^i$  e  $y^f$  sono le variabili aleatorie indicanti l'inizio e la fine del viaggio  $y$ ;  $z$  indica il valore atteso della variabile aleatoria  $z$ .

Nell'esempio si è considerato che nell'istante in cui avviene la valutazione le pdf relative alle date di rilascio siano le seguenti:

$$f_{rA}(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{per } t=5 \\ 0,5 & \text{per } t=10 \end{cases}$$

$$f_{rB}(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{per } t=2 \\ 0,5 & \text{per } t=3 \end{cases}$$

$$f_{rC}(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{per } t=6 \\ 0,5 & \text{per } t=10 \end{cases}$$

Il viaggio  $v_B$  può iniziare non appena il pacco destinato a B viene rilasciato, dunque  $f_{v_B}^i = f_{r_B}$ . Il tragitto per andare e tornare da B ha poi durata 6, dunque:

$$f_{v_B}^f(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{per } t=8 \\ 0,5 & \text{per } t=9 \end{cases}$$

Ricordando che il viaggio  $v_{AC}$  può iniziare solamente dopo che  $v_B$  si è concluso e i pacchi destinati ad A e a C sono stati rilasciati, la  $f_{v_{AC}}^i$  può essere ricavata componendo opportunamente  $f_{v_B}^f$ ,  $f_{r_A}$  e  $f_{r_C}$ , ottenendo:

$$f_{v_{AC}}^i(t) = \begin{cases} 0,125 & \text{per } t=8 \\ 0,125 & \text{per } t=9 \\ 0,75 & \text{per } t=10 \end{cases}$$

$v_{AC}$  ha durata 15 dunque:

$$f_{v_{AC}}^f(t) = \begin{cases} 0,125 & \text{per } t=23 \\ 0,125 & \text{per } t=24 \\ 0,75 & \text{per } t=25 \end{cases}$$

Quest'ultima pdf corrisponde anche al tempo di lavoro complessivo che la soluzione presa in considerazione comporta, che quindi vale (in media):

$$v_{AC}^f = 24,625.$$

### 2.2.2 Metodo deterministico

Nel metodo deterministico le varie pdf non vengono composte fra loro, si ha invece un'approssimazione puntuale delle pdf di partenza (quelle relative alle date di rilascio) e una conseguente approssimazione degli istanti di inizio e fine dei viaggi, non più descritti da variabili aleatorie bensì da numeri puri. Per valutare la soluzione dell'esempio precedente con il metodo deterministico vengono presi quindi in considerazione i valori:

$$r_A = 7,5 \quad r_B = 2,5 \quad r_C = 8$$

Il viaggio  $v_B$  avrà quindi orario di partenza atteso  $v_B^i = r_B$  e dato che la sua durata è 6 si considera:

$$v_B^f = 8,5$$

$v_{AC}$  può avere inizio solo dopo che  $v_B$  è terminato e i pacchi destinati ad A e C sono pronti alla consegna, vale a dire:

$$v_{AC}^i = \max \{v_B^f, r_A, r_C\} = v_B^f = 8,5$$

$v_{AC}$  ha durata 15 ed è l'ultimo viaggio che il commesso deve compiere, dunque il metodo deterministico valuta che il tempo complessivo che la soluzione comporta valga:

$$v_{AC}^f = 23,5$$

## 2.3 Riottimizzazioni

L'articolo fa riferimento ad un algoritmo per la riottimizzazione di una data soluzione detto Iterated local search (ILR) [4]. Tale algoritmo si compone di due parti (si faccia riferimento alla [figura 3](#)):

- destroy and repair (DR): dalla soluzione iniziale  $s$  (rappresentata come un vettore) vengono rimossi  $\alpha$  nodi (dove  $\alpha$  è racchiuso in  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ ) e successivamente riaggiunti ad un viaggio scelto casualmente. Si ottiene così  $s'$ ;
- local search (LS): viene valutato ogni possibile miglioramento ad  $s'$  ottenibile spostando un nodo da un viaggio ad un altro, anticipando o ritardando una visita al magazzino, unendo due viaggi oppure scindendo un viaggio in due distinti. Si ottiene in questo modo  $s''$ .

Se  $s$  ha una durata prevista superiore a  $s''$  quest'ultima diventa la soluzione di partenza per l'iterazione successiva, altrimenti viene incrementato  $\alpha$ . Le condizioni di terminazione del ciclo di ILS sono tipicamente un tempo di computazione massimo e un massimo numero di iterazioni senza miglioramenti.

```
while(condizioni di terminazione non verificate){
```

```
    Iterated local search (s,  $\alpha$ ){
```

```
        Destroy and repair (s,  $\alpha$ ){
```

```
            ...  
            s' = ...;
```

```
        }
```

```
        Local search (s'){
```

```
            ...  
            s'' = ...;
```

```
        }
```

```
        if (evaluate(s) > evaluate(s'')){
```

```
            s = s'';
```

```
             $\alpha = \alpha_{\min}$ ;
```

```
        }
```

```
        else{
```

```
             $\alpha++$ ;
```

```
        }
```

```
        if ( $\alpha > \alpha_{\max}$ ){
```

```
             $\alpha = \alpha_{\min}$ ;
```

```
        }
```

```
    }
```

```
}
```

```
return s;
```

➤ [Figura 3](#): ILS in forma di pseudocodice.

La cadenza con cui vengono effettuate le riottimizzazioni può seguire tre diversi schemi:

- R: al termine di ogni viaggio;
- RD: all'inizio e al termine di ogni viaggio;
- RDW: all'inizio e al termine di ogni viaggio e a metà dell'attesa stimata al deposito tra due viaggi consecutivi.

### 3 Risultati

Come prevedibile risultati migliori si ottengono con più riottimizzazioni (quindi preferendo lo schema RDW, che prevede però più tempo di computazione complessivo) e valutando le soluzioni con il metodo stocastico, il quale ha tuttavia una complessità computazionale maggiore del metodo deterministico. Simulazioni dell'algorithm su istanze di dTSP-srd aventi fino a 50 nodi (figura 4) evidenziano come il metodo deterministico sia maggiormente conveniente laddove:

- la porzione  $\delta$  di nodi aventi data di rilascio dinamica è alta;
- il rapporto  $\beta$  tra il lasso di tempo in cui si ha il rilascio di tutti i pacchi e il tempo di TSP del grafo (risoluzione del problema senza date di rilascio) è 1.

Quest'ultima situazione è infatti intuitivamente quella in cui è più difficile la scelta tra attendere l'arrivo di tanti pacchi prima di partire (vantaggiosa per  $\beta \ll 1$ ) e iniziare i viaggi non appena vengono rilasciati i pacchi (consigliata laddove  $\beta \gg 1$ ).

Average percentage gap from the best solution.

	Avg. Deterministic	Avg. Stochastic	Avg. R	Avg. RD	Avg. RDW
$\delta = 0$	2.69	0.72	1.77	1.68	1.67
$\delta = 0.5$	2.96	1.40	2.35	2.17	2.02
$\delta = 1$	3.10	1.34	3.03	2.40	2.25
$\beta = 0.5$	1.91	1.28	1.67	1.61	1.51
$\beta = 1$	3.79	0.90	2.37	2.56	2.11
$\beta = 1.5$	3.05	1.29	2.40	2.09	2.02
Avg.	2.92	1.16	2.14	2.09	1.88

➤ Figura 4: Risultati degli esperimenti di Archetti et al.

L'articolo propone dunque un valido algoritmo per la risoluzione del problema ma non chiude le porte a possibili miglioramenti futuri, dati per esempio da riottimizzazioni anche quando il veicolo si trova presso il cliente [5] o alla valutazione delle soluzioni con veicoli multipli, eventualmente aventi una capacità massima.

### Riferimenti bibliografici

- [1] C. Archetti, D. Feillet, A. Mor, M. G. Speranza, *Dynamic traveling salesman problem with stochastic release dates*, European Journal of Operational Research 280.3 (2020), 832-844. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719306411?via%3Dihub>
- [2] pages.di.unipi.it, Appunti di ricerca operativa, capitolo 2, Grafi e reti di flusso.
- [3] W.B Powell, H. P. Simao, B. Bouzaiene-Ayari, *Approximate dynamic programming in transportation and logistics: A unified framework*. EURO Journal on Transportation and Logistics, 1 (2012), 237–284. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2192437620600048>
- [4] C. Archetti, D. Feillet, A. Mor, M. G. Speranza, *An iterated local search for the traveling salesman problem with release dates and completion time minimization*, Computers & Operations Research 98 (2018), 24-37. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S030505481830114X>
- [5] M. A. Klapp, A. L. Erera, A. Toriello, *The dynamic dispatch waves problem for same-day delivery*. European Journal of Operational Research, 271 (2018), 519–534. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221718304326>