Trabalho 2

Grupo 22

João Marques - a84684

Saimon Alves - a76575

```
import networkx as nx
import random
import matplotlib.pyplot as plt
!pip install ortools
from ortools.linear_solver import pywraplp
import numpy
```

```
Requirement already satisfied: ortools in c:\users\johny\anaconda3\lib\site-packages (9.1.9490)
Requirement already satisfied: protobuf>=3.18.0 in c:\users\johny\anaconda3\lib\site-packages (from ortools) (3.19.1)
Requirement already satisfied: absl-py>=0.13 in c:\users\johny\anaconda3\lib\site-packages (from ortools) (1.0.0)
Requirement already satisfied: six in c:\users\johny\anaconda3\lib\site-packages (from absl-py>=0.13->ortools) (1.16.0)
```

Exercício 1

1. Um sistema de tráfego é representado por um grafo orientado ligado. Os nodos denotam pontos de acesso e os arcos denotam vias de comunicação só com um sentido .

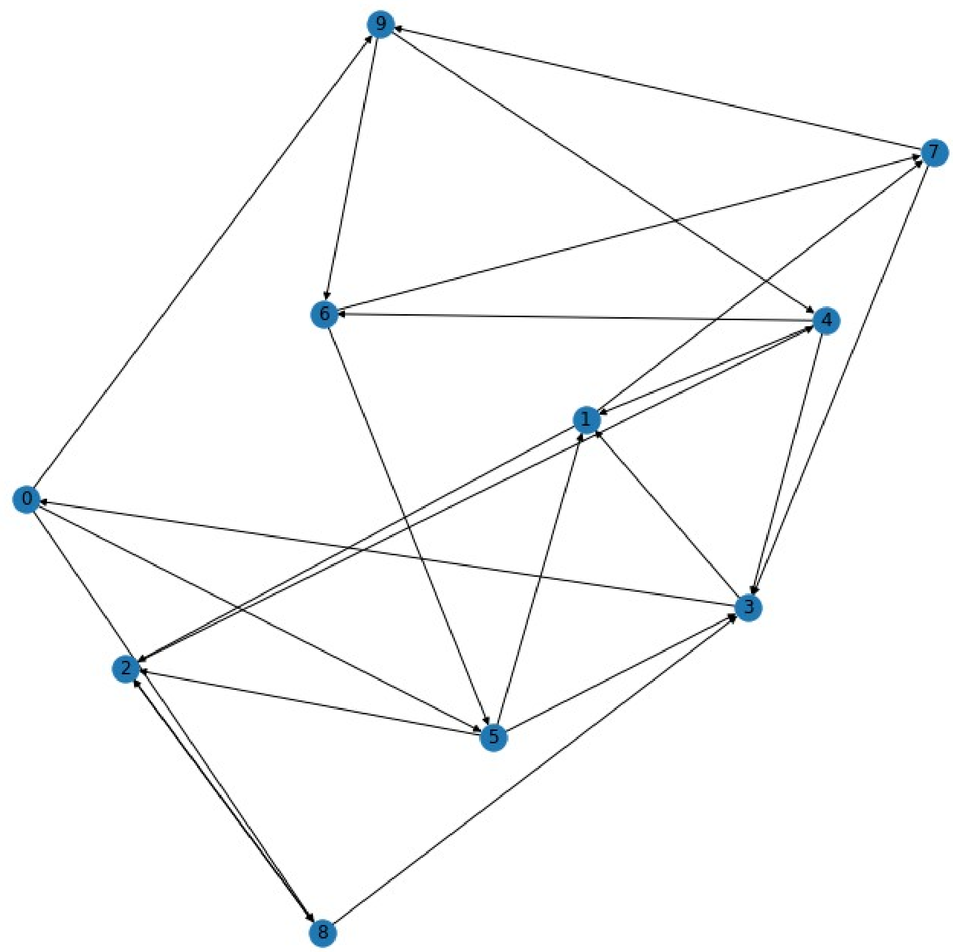
   O grafo tem de ser ligado o que significa que entre cada par de nodos $\langle n_1, n_2 \rangle$ tem de existir um caminho $n_1 \leadsto n_2$ e um caminho $n_2 \leadsto n_1$.

   a. Gerar aleatoriamente um tal grafo com $N = 32$ nodos. Cada nodo tem um número aleatório de descendentes no intervalo $1..3$ cujos destinos são distintos entre si do nodo origem.
   b. Pretende-se fazer manutenção interrompendo determinadas vias. Determinar o maior número de vias que é possível remover mantendo o grafo ligado.

- Criamos uma função que aproveitando-se da função is_strongly_connected da $NetworkX$ cria um grafo fortemente conexo aleatório, com N nodos, e em que cada nodo tem um número aleatório de descendentes no intervalo de $[1,3]$

```
def gerar(N):
    g = nx.DiGraph()

    #gerar continuamente grafos até conseguirmos gerar um fortemente conexo
```

```
    while(nx.is_empty(g) or nx.is_strongly_connected(g) != True ):
        #Adicionar ao grafo N nodos
        for n in range(N):
            g.add_node(n)

        #A cada nodo adicionar adicionar 1 a 3 descendentes
        for n in g.nodes():
            k1 = random.randint(1,3)
            for i in range(k1):
                k2 = random.randint(0,N-1)
                while g.has_edge(n,k2) or n == k2:
                    k2 = random.randint(0,N-1)
                g.add_edge(n,k2)



    return g

G = gerar(10)

plt.figure(figsize=(10,10))
nx.draw(G, with_labels = True)
```

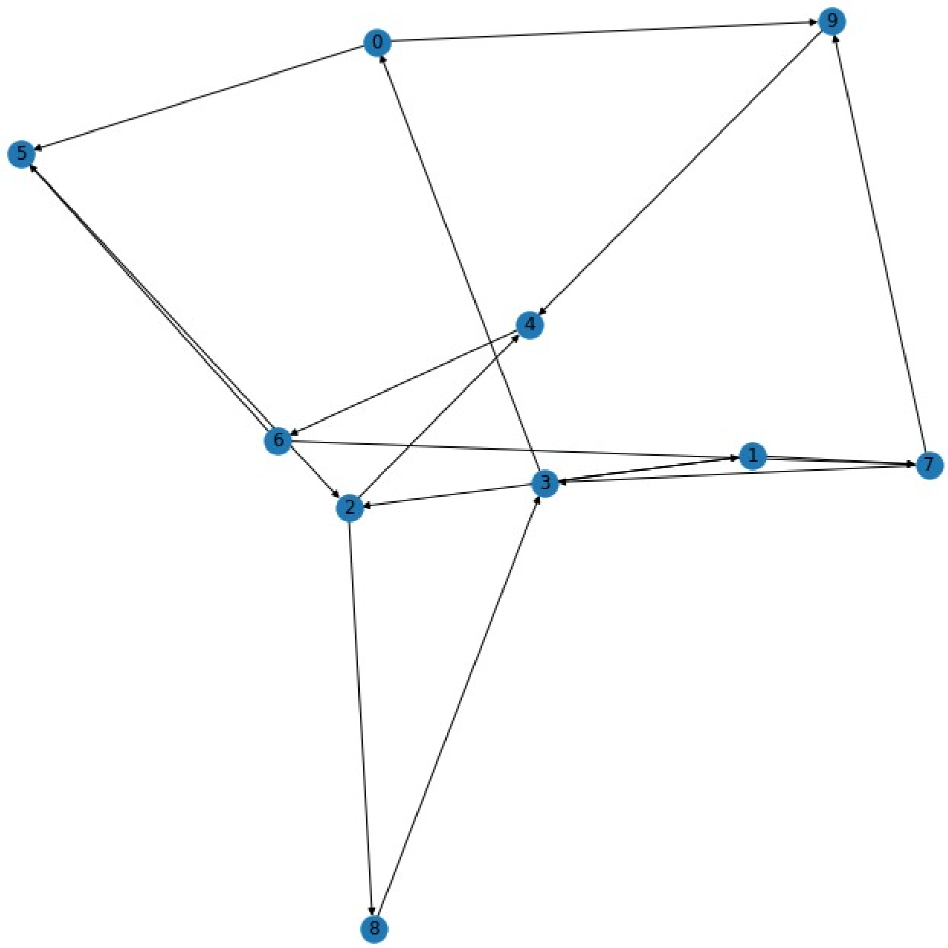


- Na função $manutencao$, vamos reduzir ao máximo o número de arestas do grafo G, mantendo o grafo ligado, aproveitando-nos do solver $SCIP$.
  - Começamos por criar a variável A_e em que se uma aresta e pertence ao grafo G então $A_e = 1$
  - Depois criamos a variável $Caminhos_{(o,d)}c$, onde $c \in C$, que graças ao uso da all_simple_paths conterá todos os caminhos c entre os vertices $(n1, n2)$
- Restrições:
  a. $ \forall {(o,d) \in G}, \forall {c \in C} , \forall {e \in c} , A_e \ge Caminhos_(o,d)c$
  b. $\forall (o,d) \in G, \sum_{\forall c \in C} Caminhos(o,d)c \geq 1$

```
#Determinar o conjunto de arestas de um determinado caminho
def conj(c):
    return [(c[i],c[i+1]) for i in range(len(c)-1)]
```

```python
def manutencao(g):
    manu = pywraplp.Solver_CreateSolver('SCIP')
    A = {}

    #criar variáveis para todas as arestas
    for e in g.edges():
        A[e]=manu.BoolVar(str(e))

    #garantir que existe um caminho entre cada par de vértices
    for n1 in g.nodes():
        for n2 in g.nodes():
            if (n1!=n2):
                caminhos = {}
                counter = 0
                for c in nx.all_simple_paths(g,n1,n2):
                    #adicionar variáveis para as arestas do caminho
                    caminhos[counter] = manu.BoolVar('(' + str(n1) +
str(n2) + ") -" + str(counter))
                    for arestas in conj(c):
                        manu.Add(A[arestas]>=caminhos[counter])
                    manu.Add(sum(caminhos.values())>= 1)
                    counter+=1

    #minimizar o número de arestas do grafo
    manu.Minimize(sum(A.values()))
    status = manu.Solve()

    if status == pywraplp.Solver.OPTIMAL:
        rem = []
        for e in g.edges():
            if round(A[e].solution_value()) == 0:
                rem.append(e)
        glinha = g.copy()
        for n1,n2 in g.edges:
            if (n1,n2) in rem:
                glinha.remove_edge(n1,n2)
        print("O número de vias removidas que podem ser removidas: ",
len(rem))
        return glinha

    else:
        print("Impossivel remover arestas mantendo o grafo ligado")
        return g




glinha = manutencao(G)
plt.figure(figsize=(10,10))
nx.draw(glinha, with_labels = True)
```

```
O número de vias removidas que podem ser removidas:  7
```



Exercício 2

1. Considere-se um circuito booleano C com n "wires" de "input" e um único "wire" de output.

    - O circuito é descrito num bi-grafo com uma classe de nodos representando "gates" e a segunda classe representando "wires" .
    - Cada nodo contém um campo val cujo conteúdo descreve a semântica desse nodo; para os "wires" o campo val contém uma variável SCIP; para as "gates" o campo val contém uma marca bo conjunto and, or, xor e not, que indica o tipo de "gate".
    - Com exceção de not , que é um operador unário, todas as restantes "gates" têm um número arbitrário de "inputs" e um único "output".

- No grafo os arcos com origem numa determinada “gate” têm destino nos “wires” que são “input” dessa “gate”. Cada “wire” que não é “input” é origem de um único arco que tem como destino a “gate” do qual esse “wire” é “output”.
- A semântica das várias “gates” é expressa em relações na Aritmética Linear Inteira, tal como está descrita em +Capítulo 2: Programação com Restrições (#LIA)

a. Escreva um programa que, a partir do número n de “inputs” e de um parâmetro positivo $\gamma \ll 1$ como argumentos, gere aleatoriamente circuitos com “gates” or, and e not em que o número de and's é $\gamma *$¿ (número total de nodos).

b. Escreva um programa Python que leia um circuito arbitrário descrito pelo bi-grafo anterior e formule as restrições (em Programação Inteira) que descrevem as várias “gates” do circuito.

c. Usando os dois programas anteriores e o sistema SCIP:

- i. Escreva um programa que determine um vetor de “inputs” $x \in \{0,1\}^n$ aceite pelo circuito (i.e. o respetivo output é 1).
- ii. Determine o vetor $x' \neq x$, também aceite pelo circuito, que está mais próximo de x.

Compreensão do Problema

Para resolver o problema 2, queremos criar um circuito booleano que tenha um certo número obrigatório de "gates" do tipo *and* para depois o resolver. No circuito existem N nodos, os quais têm um valor atribuído, este valor pode ser: *input* (para os nós que vão ser o vetor de input no circuito), *output* (nodos que saiem de um gate), *and* ($\wedge$), *or* ($\vee$), *not* ($\neg$) e *xor* ($\oplus$). Os atributos *input* e *output* fazem parte da categoria *wire* e os restantes à categoria *gate* .

```
def random_circuit(inp,p):
    g = nx.DiGraph()
    gates = []
    wires = []
    nodos = 0
    n_or = random.randint(1,inp)
    n_not = random.randint(1,inp)
    n_and = int(p * (n_or+n_not))

    #adicionar inputs
    for i in range(inp):
        g.add_node(i, type ='INPUT')
        nodos += 1

    #adicionar gates
    for i in range(n_or):
```

```python
        nodos+=1
        g.add_node(nodos, type = 'OR')
    for i in range(n_not):
        nodos+=1
        g.add_node(nodos, type='NOT')
    for i in range(n_and):
        nodos+=1
        g.add_node(nodos, type='AND')

    #adicionar wires
    for i in range(nodos-inp):
        g.add_node(nodos+i, type='WIRE')

    for n in g.nodes():
        if g.nodes[n]['type'] != 'INPUT' and g.nodes[n]['type'] !=
'WIRE' :
            gates.append(n)
    for n in g.nodes():
        if g.nodes[n]['type'] == "WIRE":
            wires.append(n)

    #emparelhar cada gate com um wire aleatório
    for n in g.nodes():
        if g.nodes[n]['type'] != 'WIRE':
            node = random.choice(wires)
            g.add_edge(n,node)
            wires.remove(node)

    #escolher um dos gates emparelhados para servir como output final
    output = random.choice(gates)
```