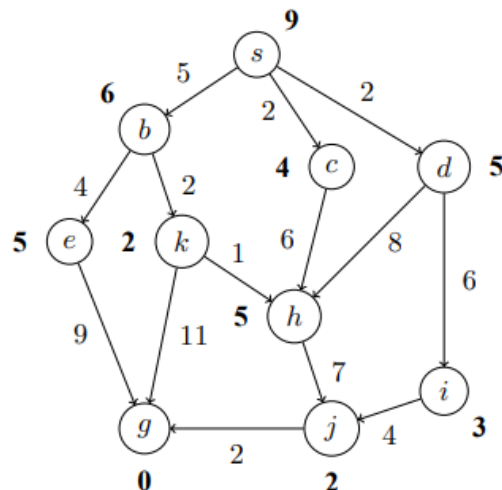


**Άσκηση 1.** (Αλγόριθμοι αναζήτησης λύσης - Άσκηση)

Δίνεται ο παρακάτω χώρος αναζήτησης, όπου  $s$  είναι η αρχική και  $g$  η τελική κατάσταση. Οι αριθμοί δίπλα σε κάθε ακμή αντιπροσωπεύουν την πραγματική απόσταση των κόμβων που συνδέει η ακμή, και οι αριθμοί δίπλα σε κάθε κατάσταση (με έντονα γράμματα) αντιπροσωπεύουν την τιμή της ευριστικής εκτίμησης της απόστασης μέχρι την τελική κατάσταση.



1. Εκτελέστε τον αλγόριθμο αναρρίχησης λόφων και τον αλγόριθμο  $A^*$  για το παραπάνω πρόβλημα.
2. Πόσες λύσεις έχει το πρόβλημα και ποια είναι η βέλτιστη λύση του προβλήματος; Βρίσκουν τη βέλτιστη λύση οι παραπάνω αλγόριθμοι; Για αυτούς που τη βρίσκουν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι εκ των προτέρων ότι θα τη βρουν με βάση τα χαρακτηριστικά του προβλήματος;

1. Ο αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων ορίζεται ως εξής:

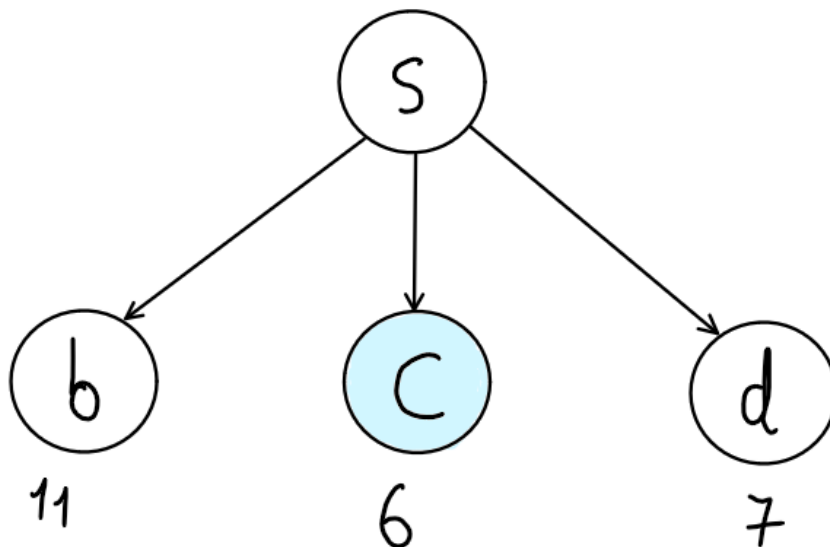
- Βήμα 1<sup>ο</sup>: Όρισε τον τρέχοντα κόμβο ως τη ρίζα του δένδρου
- Βήμα 2<sup>ο</sup>: Μέχρι που ο τρέχων κόμβος δεν είναι κόμβος στόχος, εκτέλεσε:
  - Βήμα 2<sup>ο</sup>.α: Βρες τα παιδιά του τρέχοντος κόμβου, και στη συνέχεια βρες αυτό με την ελάχιστη υπολογιζόμενη υπόλοιπη απόσταση από το στόχο
  - Βήμα 2<sup>ο</sup>.β: Εάν ο τρέχων κόμβος δεν έχει παιδιά ή το παιδί που βρέθηκε στο βήμα 2.α έχει μεγαλύτερη τιμή ευριστικής από αυτόν πήγαινε στο Βήμα 3.
  - Βήμα 2<sup>ο</sup>.γ: Όρισε τον κόμβο που βρέθηκε στο Βήμα 2.α ως τρέχων κόμβο.
- Βήμα 3<sup>ο</sup>: Εάν βρήκαμε ένα κόμβο στόχο τότε ανακοινώνουμε επιτυχία αλλιώς ανακοινώνουμε αποτυχία

Στην δική μας περίπτωση ο αρχικός κόμβος μας είναι ο  $s$  και ο κόμβος στόχος είναι ο  $g$ .

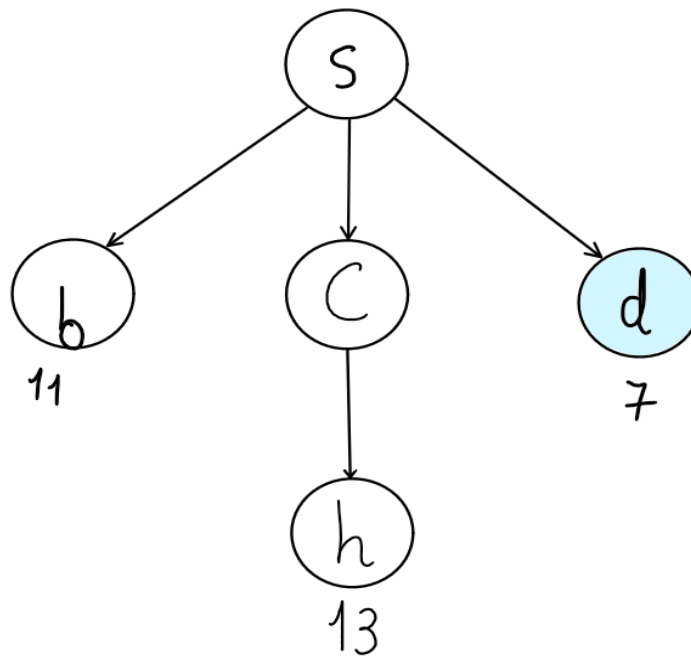
- Για τον τρέχοντα κόμβο  $s$  το παιδί με την ελάχιστη υπολογιζόμενη υπόλοιπη απόσταση από το στόχο είναι ο κόμβος  $c$  και αφού αυτή είναι μικρότερη από την ευριστική απόσταση του τρέχοντα κόμβου ( $4 < 9$ ) ορίζουμε τον κόμβο  $c$  ως τον τρέχων κόμβο.
- Με  $c$  ως τον τρέχων κόμβο το παιδί με την μικρότερη ευριστική απόσταση (και μοναδικό παιδί) είναι ο κόμβος  $h$ . Ωστόσο, η ευριστική απόσταση του κόμβου  $h$  είναι μεγαλύτερη από αυτή του τρέχων κόμβου  $c$  ( $5 > 4$ ), επομένως πηγαίνουμε στο 3<sup>ο</sup> Βήμα. Ο κόμβος  $h$  δεν είναι κόμβος στόχος και συνεπώς ο αλγόριθμός μας ανακοινώνει αποτυχία.

Ο αλγόριθμος  $A^*$  αποτελεί ένα συνδυασμό της λογικής των αλγορίθμων Branch and Bound και Best First. Συγκεκριμένα, σε κάθε βήμα αποσκοπούμε να διευρύνουμε το τρέχων καλύτερο μονοπάτι. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε την ευριστική συνάρτηση  $F(k) = g(k) + h(k)$ , με  $g(k)$  η απόσταση της  $k$  από την αρχική κατάσταση, η οποία είναι πραγματική και γνωστή, και  $h(k)$  μία εκτίμηση της απόστασης της  $k$  από το στόχο (μέσω μιας ευριστικής συνάρτησης).

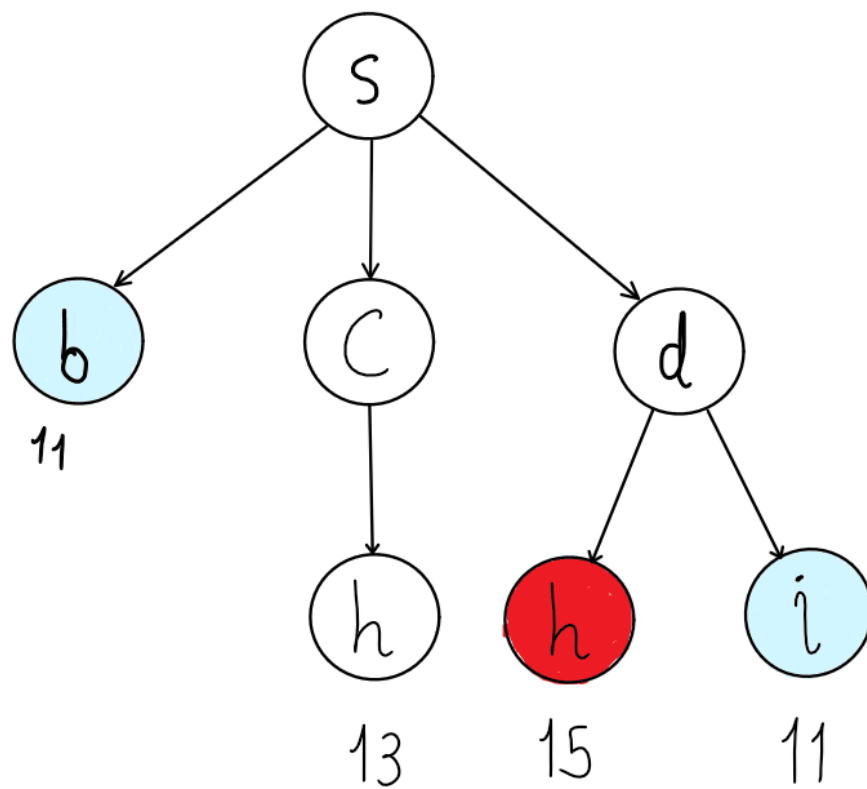
1. Αρχικά επεκτείνοντας τον αρχικό κόμβο  $s$  βρίσκω την ευριστική συνάρτηση για τα παιδιά του, με  $F(b) = 5 + 6 = 11$  και  $F(c) = 2 + 4 = 6, F(d) = 2 + 5 = 7$ . Ο κόμβος με την μικρότερη τιμή της ευριστικής συνάρτησης είναι ο  $c$ , τον οποίο θα αναπτύξουμε στο επόμενο βήμα.



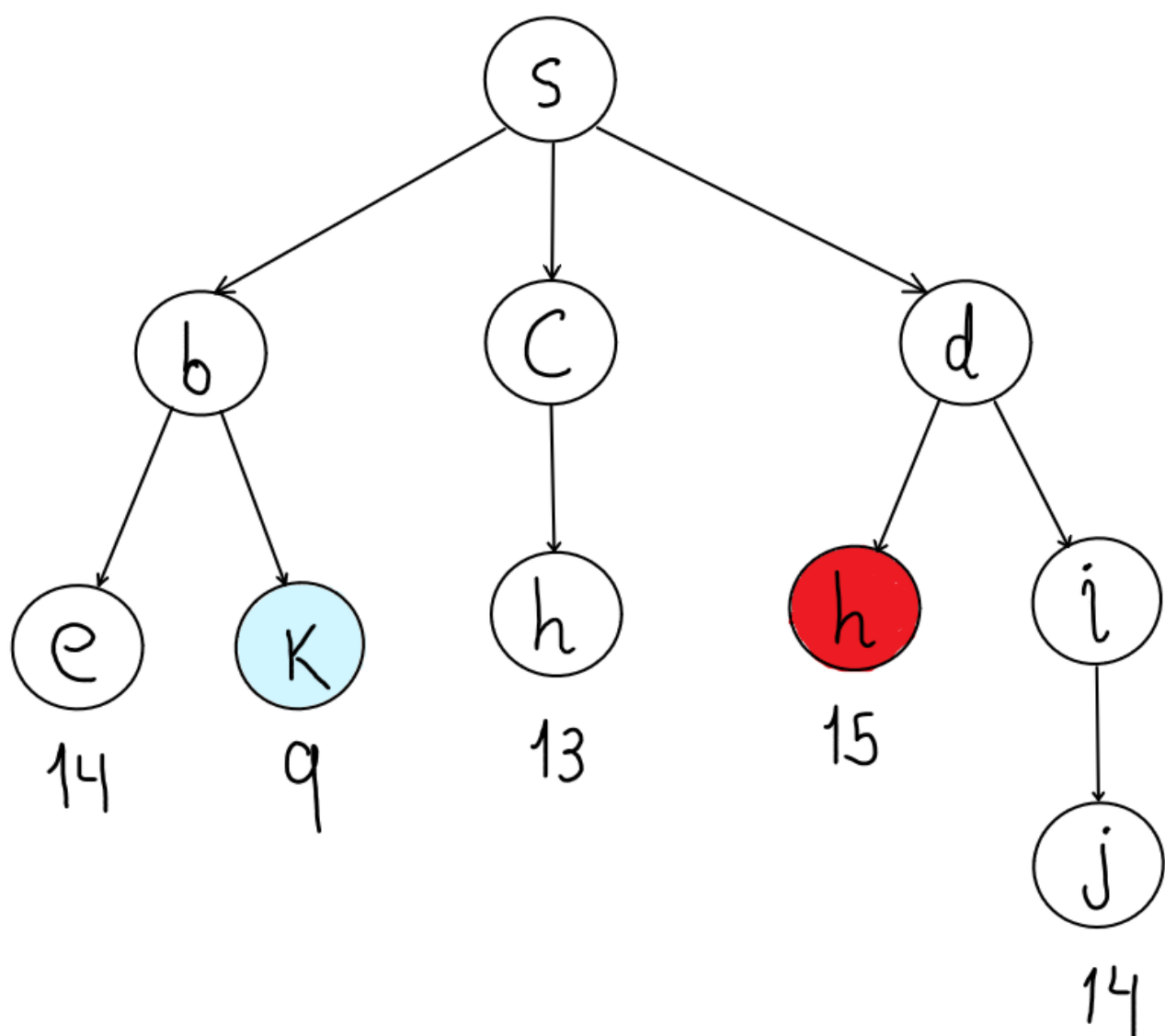
2. Στη συνέχεια επεκτείνουμε τον κόμβο **c** και υπολογίζουμε την ευριστική συνάρτηση του παιδιού του **h** με  $F(h) = 8 + 5 = 13$ . Ο κόμβος τώρα στο μέτωπο αναζήτησης με την ελάχιστη ευριστική τιμή είναι ο **d**, τον οποίο θα αναπτύξουμε στο επόμενο μας βήμα.



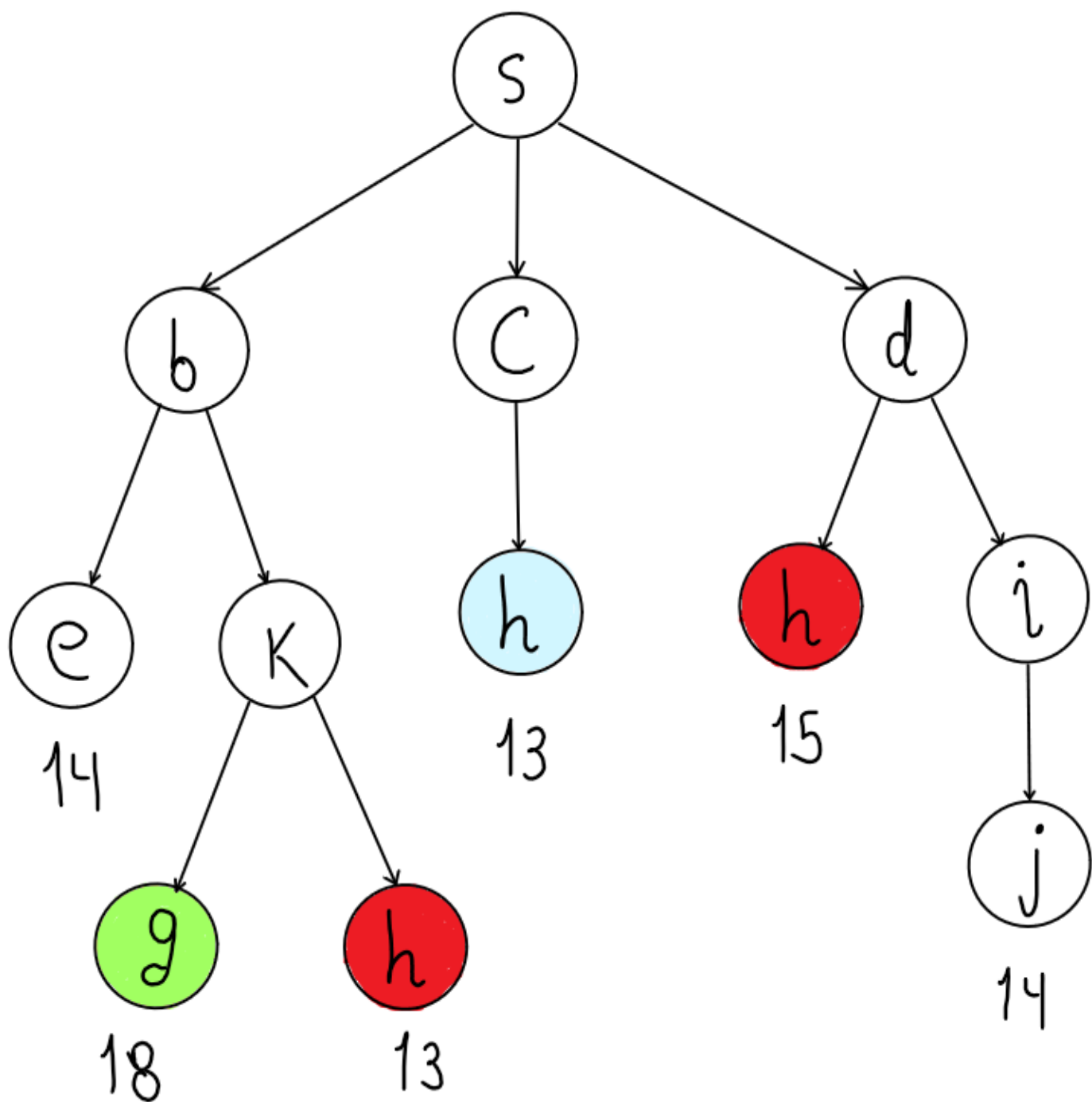
3. Έπειτα, αναπτύσσουμε τον κόμβο **d** και υπολογίζουμε για τα παιδιά του τις τιμές της ευριστικής συνάρτησης με  $F(h) = 10 + 5 = 15 > 13$ , άρα διαγράφεται από το μέτωπο αναζήτησης και  $F(i) = 8 + 3 = 11$ . Οι κόμβοι **b** και **i** έχουν την ελάχιστη τιμή ευριστικής συνάρτησης τους οποίους αναπτύσσουμε στο επόμενο βήμα.



4. Αναπτύσσοντας τους κόμβους **b** και **i** υπολογίζουμε την ευριστική συνάρτηση των παιδιών τους, με  $F(e) = 9 + 5 = 14$ ,  $F(k) = 7 + 2 = 9$ ,  $F(j) = 12 + 2 = 14$ . Ο κόμβος με την ελάχιστη ευριστική τιμή είναι ο κόμβος **k**.

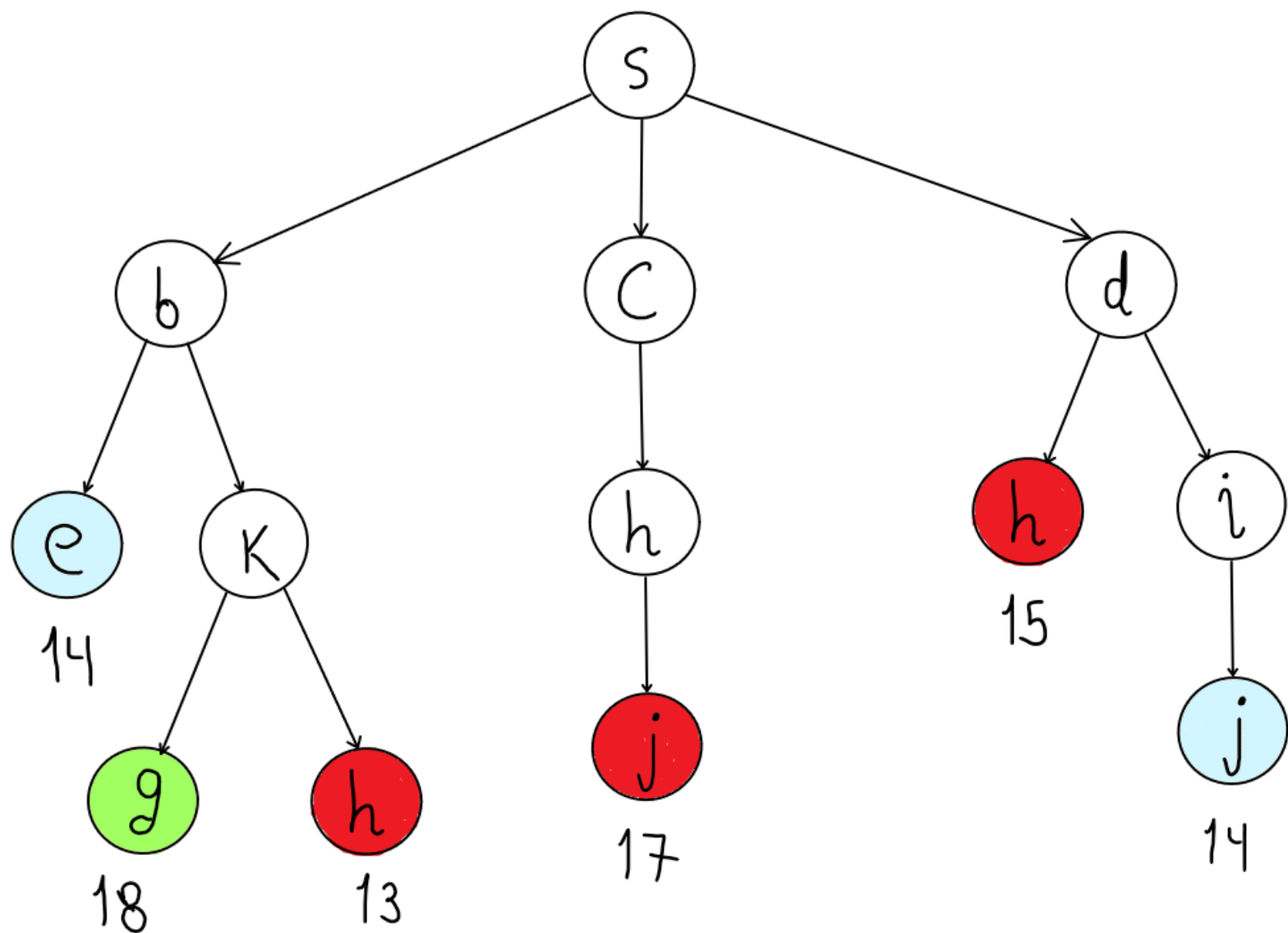


5. Αναπτύσσουμε τον κόμβο **k** και υπολογίζουμε την ευριστική συνάρτηση για τα παιδιά του, με  $F(g) = 18 + 0$ ,  $F(h) = 8 + 5 = 13$ . Έχουμε ήδη κόμβο **h** με ευριστική τιμή 13 επομένως διαγράφουμε τον καινούργιο κόμβο **h** από το μέτωπο αναζήτησης. Αναπτύσσουμε κατόπιν τον κόμβο **h**.

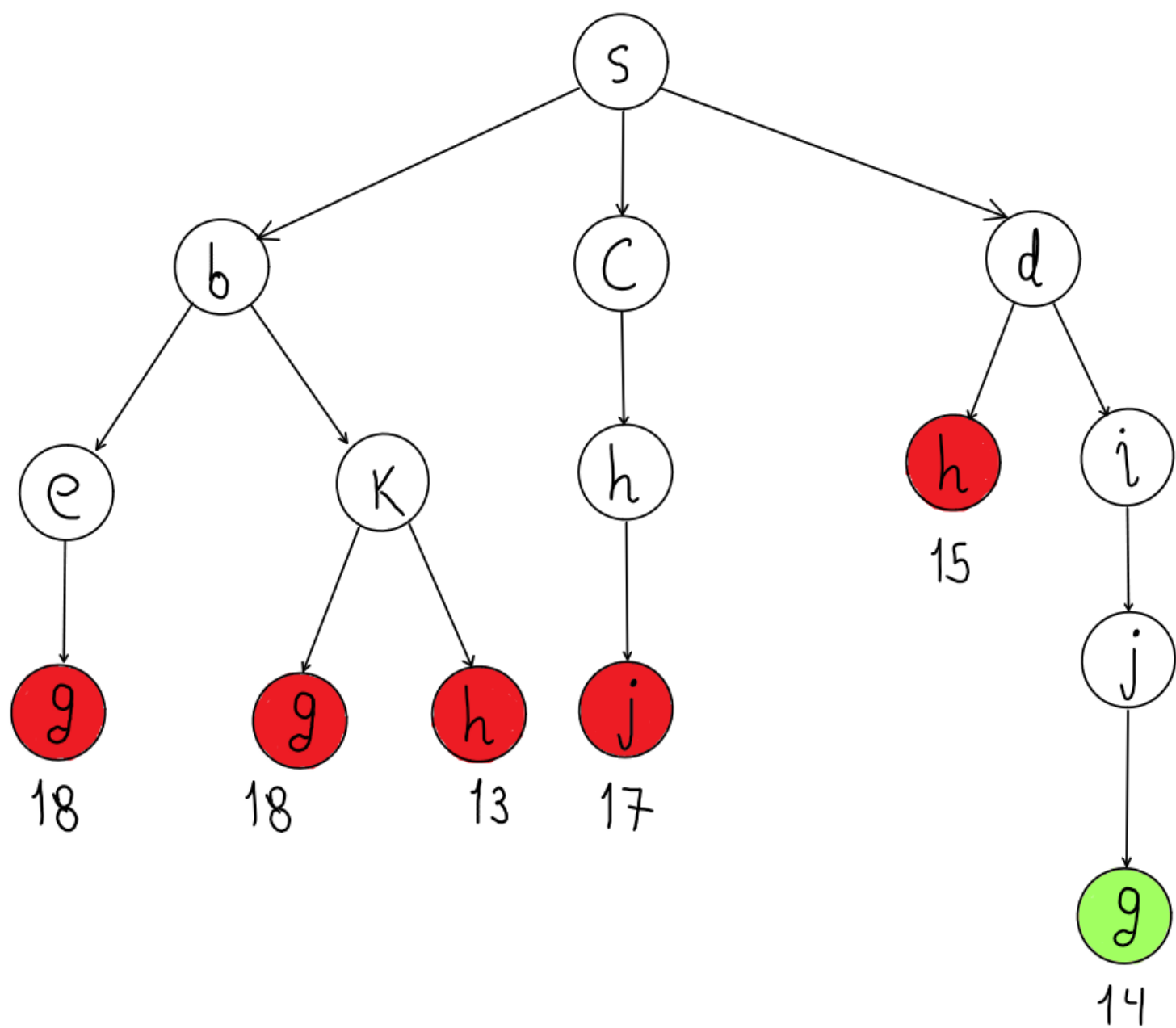


6. Έχοντας αναπτύξει τον κόμβο **h** υπολογίζουμε την ευριστική συνάρτηση στο παιδί του με  $F(j) = 15 + 2 = 17$ . Όμως υπάρχει κόμβος **j** στο μέτωπο αναζήτησης με ευριστική τιμή  $14 < 17$  άρα διαγράφουμε τον καινούργιο κλάδο που μόλις προσθέσαμε στο

μέτωπο αναζήτησης. Τώρα στο μέτωπο αναζήτησης οι κόμβοι με την ελάχιστη ευριστική τιμή είναι οι  $e$  και  $j$ .



7. Αναπτύσσοντας και τους τελευταίους κόμβους υπολογίζουμε την ευριστική συνάρτηση στα παιδιά τους. Συγκεκριμένα,  $F(g) = 18 + 0$ ,  $F(j) = 14 + 0$ . Διαγράφουμε από το μέτωπο αναζήτησης τους κόμβους  $g$  με ευριστική τιμή 18. Προφανώς, φτάσαμε στο κόμβο στόχο γνωρίζοντας το βέλτιστο μονοπάτι.





Βήμα	Μέτωπο Αναζήτησης
1 <sup>ο</sup>	$[s]$
2 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b: 11, s \rightarrow c: 6, s \rightarrow d: 7]$
3 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b: 11, s \rightarrow c \rightarrow h: 13, s \rightarrow d: 7]$
4 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b: 11, s \rightarrow c \rightarrow h: 13, s \rightarrow d \rightarrow i: 11, s \rightarrow d \rightarrow h: 15]$
5 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b \rightarrow e: 14, s \rightarrow b \rightarrow k: 9, s \rightarrow c \rightarrow h: 13, s \rightarrow d \rightarrow i \rightarrow j: 14]$
6 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b \rightarrow e: 14, s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow g: 18, s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow h: 13, s \rightarrow c \rightarrow h: 13, s \rightarrow d \rightarrow i \rightarrow j: 14]$
7 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b \rightarrow e: 14, s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow g: 18, s \rightarrow c \rightarrow h \rightarrow j: 17, s \rightarrow d \rightarrow i \rightarrow j: 14]$
8 <sup>ο</sup>	$[s \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow g: 18, s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow g: 18, s \rightarrow d \rightarrow i \rightarrow j \rightarrow g: 14]$

2. Οι πιθανές λύσεις του προβλήματος είναι οι εξής:

Διαδρομή	Απόσταση
$s \rightarrow d \rightarrow i \rightarrow j \rightarrow g$	14
$s \rightarrow d \rightarrow h \rightarrow j \rightarrow g$	19
$s \rightarrow c \rightarrow h \rightarrow j \rightarrow g$	17
$s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow h \rightarrow j \rightarrow g$	17
$s \rightarrow b \rightarrow k \rightarrow g$	18
$s \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow g$	18

Παρατηρούμε πως ο αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων δεν βρίσκει την βέλτιστη λύση, για την ακρίβεια δεν βρίσκει καμία λύση καθώς αποτυγχάνει. Αντιθέτως, ο αλγόριθμος  $A^*$  βρίσκει τη βέλτιστη λύση με κόστος 14. Παράλληλα, μπορούμε να πούμε εκ των προτέρων πως ο αλγόριθμος  $A^*$  θα βρει την βέλτιστη λύση στο πρόβλημά μας, καθώς η ευριστική απόσταση κάθε κόμβου ( $h(k)$ ) είναι μικρότερη από την πραγματική απόσταση του  $k$  από την τελική κατάσταση (**admissible**).

## Άσκηση 2. (Αλγόριθμοι αναζήτησης λύσης - Θέμα)

Καλείστε να σχεδιάσετε το μηχανισμό επιλογής ενέργειας ενός ρομπότ, το οποίο έχει ως λειτουργικό στόχο να λαμβάνει παραγγελίες σε ένα εστιατόριο γρήγορου φαγητού (sandwich), να εντοπίζει και να επιλέγει τις κατάλληλες πρώτες ύλες από τα δοχεία και τα ράφια της κουζίνας (τύπος, πλήθος), να τις συγκεντρώνει ανά παραγγελία προκειμένου στη συνέχεια να τις χρησιμοποιήσει για να παρασκευάσει το γρήγορο φαγητό (sandwich). Υποθέτουμε ότι το ρομπότ έχει όλους τους απαραίτητους αισθητήρες για να αναγνωρίζει το χώρο, τη θέση στην οποία αυτό βρίσκεται, τα αντικείμενα του χώρου, το είδος και τις ιδιότητές τους, καθώς και τη θέση στην οποία βρίσκονται τα αντικείμενα αυτά. Επομένως, μπορεί να αναγνωρίζει την κατάσταση του κόσμου. Επιπλέον, γνωρίζει την κατάσταση στόχο, δηλαδή τη θέση στην οποία πρέπει να τοποθετηθούν τα αντικείμενα (πάγκος εργασίας) καθώς και το πως πρέπει να συνδυαστούν για να ολοκληρώσει τις εργασίες του. Τέλος, υποθέτουμε ότι το ρομπότ είναι ικανό να εκτελέσει τις απαραίτητες ενέργειες που αλλάζουν τη θέση και τις ιδιότητες των αντικειμένων, καθώς και να αναγνωρίσει ποιες από τις ενέργειες αυτές είναι επιτρεπτές. Προφανώς, οι επιτρεπτές ενέργειες καθορίζουν τους τελεστές μετάβασης από μία κατάσταση σε μία άλλη. Στο πλαίσιο της μελέτης και του σχεδιασμού του μηχανισμού επιλογής ενέργειας του ρομπότ, υποθέτοντας ότι ο χώρος της κουζίνας είναι ενιαίος (δεν αποτελείται από επιμέρους δωμάτια), δεν περιέχει περισσότερα από 10 διαφορετικά είδη αντικειμένων και δεν υπάρχει άλλος μηχανισμός αλλαγής του περιβάλλοντος, εκτός από τις ενέργειές σας, καλείστε να κάνετε τα εξής:

1. Να καθορίσετε το περιβάλλον, τους αισθητήρες, τις δράσεις και τους δείκτες επίδοσης, κάνοντας τις απαραίτητες αφαιρέσεις.
2. Να καθορίσετε τον κόσμο του προβλήματος και να δώσετε ένα παράδειγμα μίας κατάστασης του κόσμου. Να καθορίσετε τους τελεστές μετάβασης από μία κατάσταση σε μία άλλη, και να δώσετε μερικά παραδείγματα τελεστών.
3. Να σχεδιάσετε ευριστικές συναρτήσεις που εκτιμούν τόσο το κόστος μετάβασης από μία κατάσταση σε μία άλλη, όσο και το υπολειπόμενο κόστος μέχρι την τελική κατάσταση.
4. (Προαιρετικό ερώτημα στην Αναπαράσταση Γνώσης) Να δώσετε την αναπαράσταση, σε Προτασιακή Λογική, μίας κατάστασης του κόσμου (του παραδείγματος που έχετε δώσει στο Ερώτημα 2).

**1. Για το ρομπότ στο fast food εστιατόριο:**

**Περιβάλλον:** Κουζίνα ως χώρος, όλα τα αντικείμενα στη κουζίνα (συμπεριλαμβανομένου τις πρώτες ύλες και τα μαγειρικά σκεύη).

**Αισθητήρες:** Κάμερες, αισθητήρες λειτουργίας, σόναρ, αισθητήρας θερμοκρασίας, χρονόμετρο, Bluetooth ή Wi-Fi antenna για να λαμβάνει παραγγελίες.

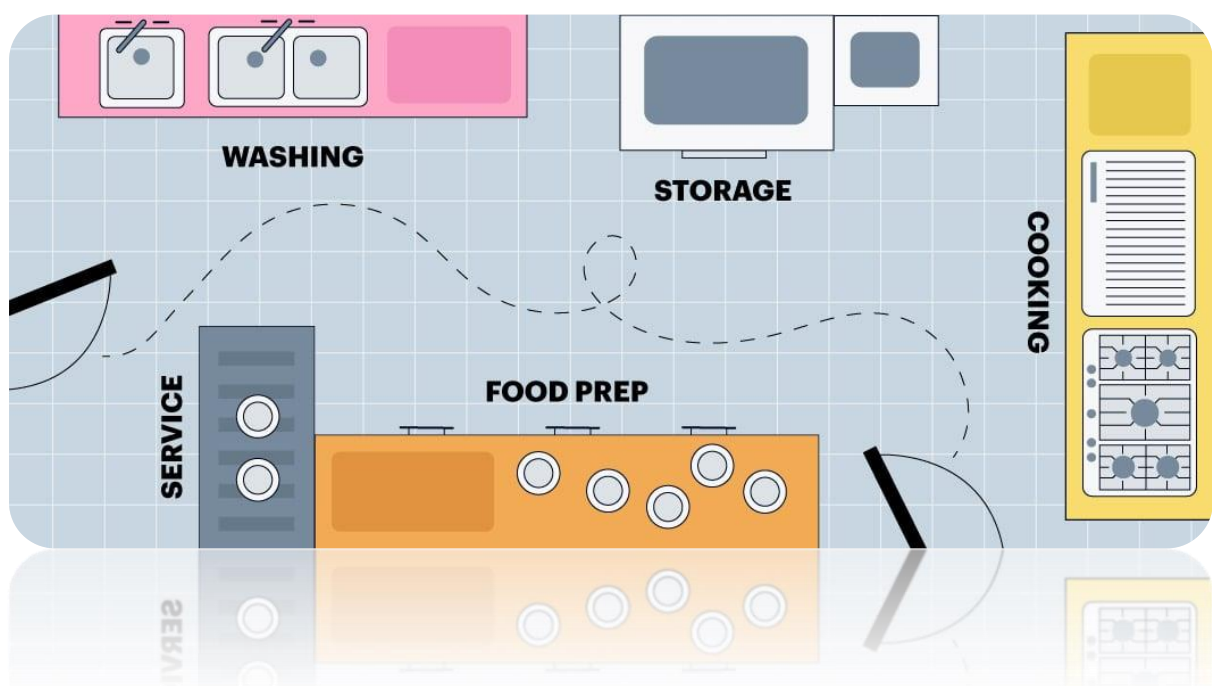
**Δράσεις:** Μεταφορά αντικειμένων, χρονομέτρηση, έλεγχος θερμοκρασίας.

**Δείκτες επίδοσης:** Εξοικονόμηση υλικών, ασφάλεια, χρόνος προετοιμασίας, κριτική πελάτη.

## 2. Κόσμος του προβλήματος:

- ✓ Οι πρώτες ύλες με τις οποίες το ρομπότ θα φτιάξει τα sandwich.
- ✓ Τα εργαλεία (αντικείμενα) που θα χρησιμοποιήσει για την προετοιμασία του φαγητού.
- ✓ Ο συνδυασμός μεταξύ των αντικειμένων και η σχέση μεταξύ τους για την παραγωγή του sandwich.
- ✓ Ο εγκέφαλος του ρομπότ, ο οποίος είναι υπεύθυνος να λαμβάνει παραγγελίες, να αξιοποιεί τον χώρο της κουζίνας (πάγκος εργασίας) για να εκτελέσει την παραγγελία, να εντοπίσει τις πρώτες ύλες που απαιτούνται για την παραγγελία και να αξιοποιήσει τα αντικείμενα της κουζίνας (π.χ. τοστιέρα) για να ολοκληρώσει την παραγγελιά.

Παράδειγμα κατάστασης του κόσμου:



Το ρομπότ αφού έχει λάβει την παραγγελία (Sandwich με λουκάνικο, μπέικον, τυρί ένταμ, κέτσαπ) κατευθύνεται στην αποθήκη (Storage) για να βγάλει τα υλικά που απαιτούνται για την εκτέλεση της παραγγελίας. Στη συνέχεια, βάζει τα λουκάνικα και το μπέικον να ψήνονται στη ψηστήρα (cooking station). Ενώ ψήνεται το λουκάνικο και το μπέικον, κατευθύνεται στον πάγκο εργασίας για να ανοίξει το ψωμί και να τοποθετήσει τα υπόλοιπα υλικά. Έχοντας χρονομετρήσει την ώρα ψησίματος των κρεάτων τοποθετεί το λουκάνικο και το μπέικον στο sandwich και κατόπιν το ψήνει στη τοστιέρα. Όταν είναι έτοιμο παραδίδεται στο πελάτη και το ρομπότ καθαρίζει τον πάγκο εργασίας για να έχει χώρο να ετοιμάσει την επόμενη παραγγελία που θα λάβει.

Αντικείμενα: Ψωμί, λουκάνικο, μπέικον, τυρί ένταμ, κέτσαπ, ψησταριά, τοστιέρα, μαχαίρι.

Βασικοί τελεστές Μετάβασης:

- Ψήσε το  $x$  αντικείμενο.
- Μετακίνησε το  $x$  αντικείμενο σε ένα συγκεκριμένο σημείο.
- Κόψε το  $x$  αντικείμενο.
- Βάλε όλα τα υλικά στο sandwich

Στο παράδειγμα που έχουμε:

- Ψήσε το λουκάνικο και το μπέικον.
- Βάλε το τυρί μέσα στο sandwich.
- Βάλε ketchup στο sandwich
- Ψήσε το sandwich

3. Εφόσον το ρομπότ γνωρίζει ήδη όλα τα αντικείμενα στη κουζίνα και τις ιδιότητές τους τότε το ευριστικό κόστος από μία κατάσταση  $u$  σε μια κατάσταση  $v$  θα καθορίζεται κυρίως από τον χρόνο  $dt_{u,v}$  που απαιτείται για να μεταβούμε από την μία κατάσταση στην άλλη. Έπειτα, ορίζουμε 4 boolean μεταβλητές για να προσδιορίσουμε την εργασία που εκτελεί το ρομπότ για την μετάβαση από την κατάσταση  $u$  στη  $v$  σύμφωνα με τους βασικούς τελεστές μετάβασης: *cooking*, *move*, *cut*, *combine*. Κάθε εργασία έχει μια αντίστοιχη δυσκολία και απαίτηση χρόνου, με αποτέλεσμα αν η εργασία είναι εύκολη το κόστος από μια κατάσταση σε μια άλλη έχει μεγαλύτερο κόστος από την μετάβαση από μία κατάσταση σε μια άλλη αν η εργασία είναι εύκολη στον ίδιο χρόνο.

$$cost(u, v) = (w_1 \cdot cooking + w_2 \cdot move + w_3 \cdot cut + w_4 \cdot combine) dt_{u,v}$$

$$\text{με } w_1 < w_3 < w_4 < w_2 \text{ τα βάρη των εργασιών.}$$

Όσον αφορά την ευριστική συνάρτηση για την εκτίμηση της υπολειπόμενης απόστασης μέχρι την τελική κατάσταση πρέπει να λάβουμε υπόψη τα εξής:

- Πόσα υλικά πρέπει να προσθέσουμε για να ολοκληρωθεί το sandwich (*ingredients*).
- Πόσες από αυτές τις πρώτες ύλες χρειάζονται ψήσιμο (*cooked\_ingredients*).
- Πρέπει να συμπεριλάβουμε φυσικά τον μέσο όρο για την μετακίνηση, τον μέσο όρο για το ψήσιμο των απαραίτητων υλικών, και τον μέσο όρο για τον συνδυασμό όλων των υλικών μέσα στο sandwich (*time\_move*, *time\_cooking*, *time\_combining*).

$$h(k) = time_{move} \cdot ingredients + time_{cooking} \cdot cooked_{ingredients} \\ + time_{combining} \cdot all\_ingredients$$

### Άσκηση 3. (Ταξινομητές Naive Bayes - Προαιρετική Άσκηση)

Ένα ιατρικό κέντρο πραγματοποιεί στους εξεταζόμενους του δύο διαγνωστικά τεστ, το A και το B, προκειμένου να διαπιστώσει αν πάσχουν από μια ασθένεια. Ο Πίνακας 1 συνοψίζει τις μέχρι στιγμής παρατηρήσεις του εν λόγω κέντρου, όσον αφορά την αποτελεσματικότητα των δύο διαγνωστικών τεστ. Δεδομένου ότι ένας νέος εξεταζόμενος είναι θετικός στο τεστ A, αλλά αρνητικός στο τεστ B, ποιος θα ήταν ο χαρακτηρισμός που θα έκανε ένας αφελής μπεϋζιανός ταξινομητής; Ότι έχει την ασθένεια ή όχι; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας.

Πίνακας 1: Πίνακας ακρίβειας διαγνωστικών τεστ

Σύνολο εξεταζομένων που	έχουν την ασθένεια	δεν έχουν τη ασθένεια
είναι θετικοί στο τεστ A	85	25
είναι αρνητικοί στο τεστ A	15	825
είναι θετικοί στο τεστ B	80	20
είναι αρνητικοί στο τεστ B	20	830

Οι 950 συνολικά άνθρωποι που εξετάστηκαν στα δύο τεστ αποτελούν τον δειγματικό χώρο  $\Omega$  του προβλήματός μας. Ορίζουμε ως σύνολο  $S$  τα άτομα που έχουν την ασθένεια. Τότε:

$$\mathbb{P}(S) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{100}{950} \text{ και } \mathbb{P}(S^c) = \frac{|S^c|}{|\Omega|} = \frac{850}{950}$$

Εάν γνωρίζουμε πως μιλάμε για τους πάσχοντες τότε η πιθανότητα να είναι θετικοί ή αρνητικοί σε ένα από τα τεστ είναι:

$$\mathbb{P}(A^+ | S) = \frac{85}{100} \text{ και } \mathbb{P}(A^- | S) = \frac{15}{100}$$

$$\mathbb{P}(A^+ | S^c) = \frac{25}{850} \text{ και } \mathbb{P}(A^- | S^c) = \frac{825}{850}$$

$$\mathbb{P}(B^+ | S) = \frac{80}{100} \text{ και } \mathbb{P}(B^- | S) = \frac{20}{100}$$

$$\mathbb{P}(B^+ | S^c) = \frac{20}{850} \text{ και } \mathbb{P}(B^- | S^c) = \frac{830}{850}$$

Εμείς αποσκοπούμε να βρούμε την εξής πιθανότητα:

$$\mathbb{P}(S | A^+, B^-)$$

Από τον τύπο του Bayes και τον τύπο Ολικής Πιθανότητας:

$$\mathbb{P}(S | A^+, B^-) = \frac{\mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(A^+, B^- | S)}{\mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(A^+, B^- | S) + \mathbb{P}(S^c) \cdot \mathbb{P}(A^+, B^- | S^c)}$$

Τα ενδεχόμενα  $A^+$  (θετικός στο τεστ  $A$ ) και  $B^-$  (αρνητικός στο τεστ  $B$ ) είναι ανεξάρτητα. Επομένως:

$$\mathbb{P}(A^+, B^- | S) = \mathbb{P}(A^+ | S) \cdot \mathbb{P}(B^- | S), \quad \mathbb{P}(A^+, B^- | S^c) = \mathbb{P}(A^+ | S^c) \cdot \mathbb{P}(B^- | S^c)$$

Αν θεωρήσουμε πως το  $S = i$  δηλαδή αποτελεί την κλάση  $i$  και με χαρακτηριστικά  $x = A^+, B^-$  τότε ουσιαστικά εφαρμόζουμε ταξινομητή Bayes ο οποίος έχει τύπο:

$$p(i | x) = \frac{p(i) \cdot \prod_{k=1}^p p(x^{(k)} | i)}{\sum_{j=1}^c p(j) \cdot \prod_{k=1}^p p(x^{(k)} | j)}$$

Άρα

$$\mathbb{P}(S | A^+, B^-) = \frac{\mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(A^+ | S) \cdot \mathbb{P}(B^- | S)}{\mathbb{P}(S) \cdot \mathbb{P}(A^+ | S) \cdot \mathbb{P}(B^- | S) + \mathbb{P}(S^c) \cdot \mathbb{P}(A^+ | S^c) \cdot \mathbb{P}(B^- | S^c)}$$

$$\mathbb{P}(S | A^+, B^-) = \frac{\frac{100}{950} \cdot \frac{85}{100} \cdot \frac{20}{100}}{\frac{100}{950} \cdot \frac{85}{100} \cdot \frac{20}{100} + \frac{850}{950} \cdot \frac{25}{850} \cdot \frac{830}{850}} \approx 0.41051$$

Ή αλλιώς  $\mathbb{P}(S^c | A^+, B^-) = 0.58949 > \mathbb{P}(S | A^+, B^-)$ .

Συνεπώς, ο ταξινομητής Naïve-Bayes θα ταξινομήσει τον ασθενή ως **Μη Πάσχοντα**.