Universidad "Máximo Gómez Báez"

Facultad de Ciencias Técnicas

MATEMÁTICA NUMÉRICA

SISTEMA DE EJERCICIOS

Ingeniería Mecánica

Tipo de Curso: CPE
Año: 2^{do} Año
Periodo: 2^{do}

Elaborado por:

Lic. Juan Cruz Oduardo
Profesor Instructor

Aprobado por:

Dr. C. Juan Antonio Martin
Jefe de Dpto. Matemática

December 2, 2024

Indicaciones

• => Deben confeccionar un documento de nivel universitario, con la respuesta del ejercicio que le corresponde a cada uno debatir, ya sea escrito o en formato digital, es preferible que sea digital y en .PDF para guardar la integridad de dicho documento,
Fecha límite de entrega: 5/7/2024.
Fecha de Debate: 12/7/2024
Lugar: UNICA

Ejercicio que le corresponde a cada estudiante

1. Aliesky Abreu Villegas
2. Saidel Crespo Figueredo
3. Yoansy Enrique Ortiz Pérez
4. Ulises Chil Arena
5. Osdany Acosta Barreda
6. Amilkar Parada
7. Reynel Alemán Vázquez
8. Maykel Domingo Díaz Mesa
9. Yamila Yanes González
10. Osmani Pérez Frometa
11. Ulises

Sistema de Ejercicio

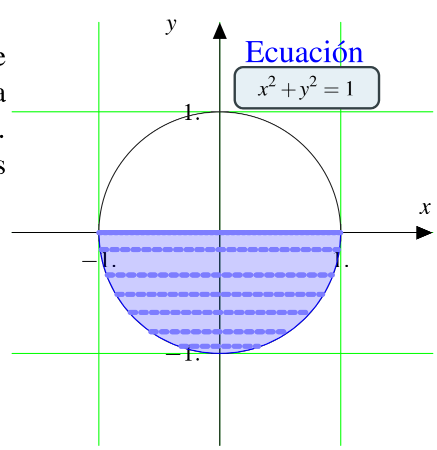
Resoluciones mediante Simpson

1. **Presión hidrostática**

Una cañería circular de dos metros de diámetro, esta medio llena de agua. Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería. **Nota:** La solución se expresa en kilogramos (Aplicar Simpson)

$$\boxed{\text{Presión del líquido} = W \int_a^b yx dx}$$

$$\boxed{W = 1000Kg}$$

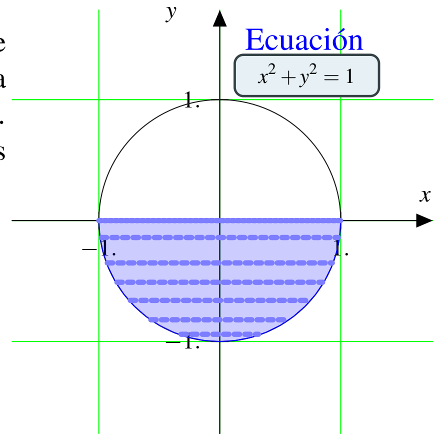


2. **Presión hidrostática**

   Una cañería circular de dos metros de diámetro, esta medio llena de agua. Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería. **Nota:** La solución se expresa en libras (Aplicar Simpson)

   $$\text{Presión del líquido} = W\int_a^b yx\,dx$$

   $$W = 62.5\ Lb/Ft\ \text{cúbicos}$$



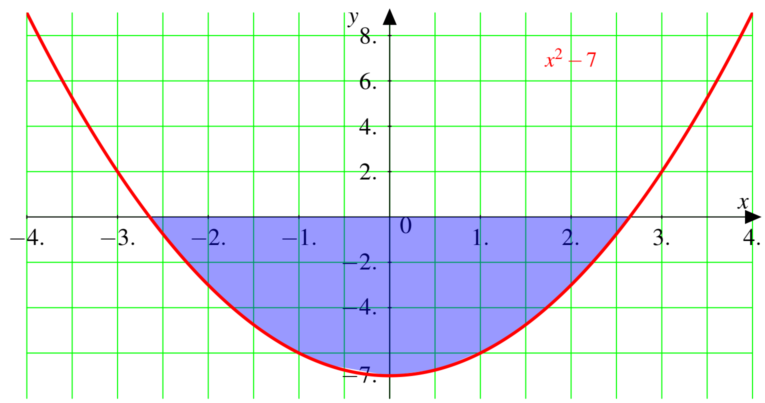
3. La compuerta de una cañería está representada por la función $y = x^2 - 7$ como se muestra en la figura.

   a) Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería.

   Nota: la solución se expresa en kilogramos.

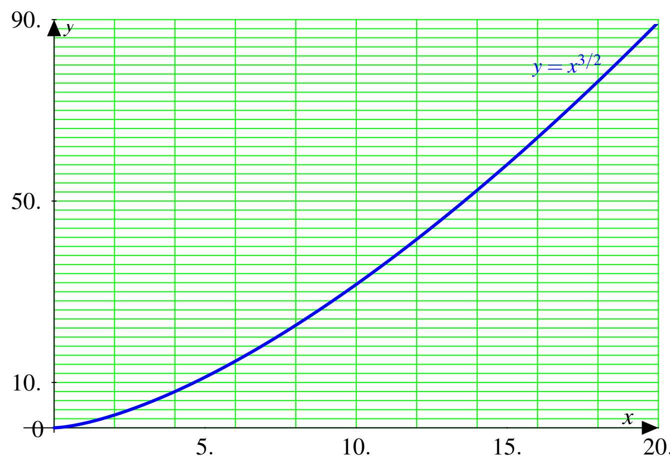
   $$\text{Presión del líquido} = W\int_a^b yx\,dx$$

   $$W = 1000Kg$$



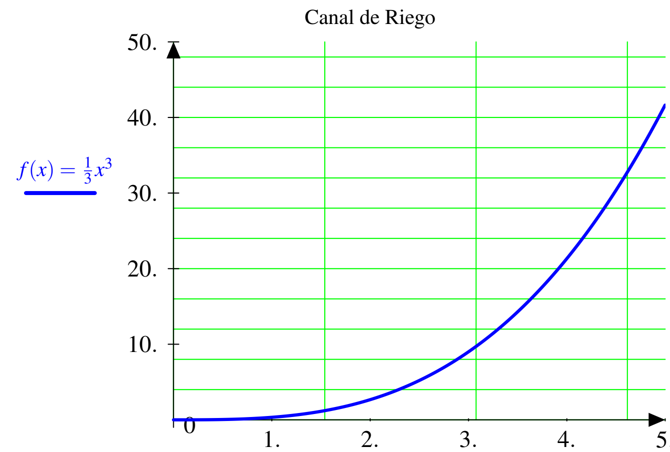
4. Una represa será construida para optimizar el abastecimiento de agua de una ciudad, se sabe que tendrá que ser curvilínea para mejorar la contención ante la fuerza hidrostática del agua. La longitud del arco de la curva está descrita por la gráfica de la función $y = x^{3/2}$. Se desea conocer la longitud del arco en metros, tomar en cuenta que la longitud se limita entre el origen y el punto $(20; 89.443)$ tal como se muestra en el gráfico.

   $$\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{d}{dx}f(x)\right)^2}\,dx$$



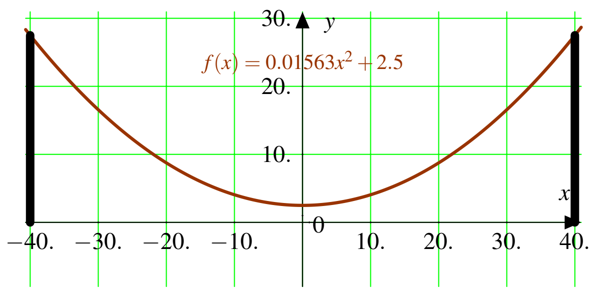
5. Mediante un estudio topográfico se ha determinado la función $y = \frac{1}{3}x^3$ que conforma un canal para riego. Teniendo en cuenta que por cada kilómetro de longitud el costo de la obra es de \$5400.00 calcule el valor en el intervalo $[3,4]$ aplicando la fórmula que determina la longitud del canal.

$$\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{d}{dx}f(x)\right)^2}\,dx$$



6. Los cables se utilizan en muchas aplicaciones de ingeniería, como en puentes colgantes.

   Determinar la longitud del cable portador, en puente colgante representado por una parábola como se muestra en el esquema.



$$\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{d}{dx}f(x)\right)^2}\,dx$$

7. Un robot empuja una caja de $20Kg$ a velocidad constante a través de un piso desde $x = 0$ hasta $x = 1.0\,m$. Devido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena repesentación de esta fuerza variable es $F(x) = \pi mg\sqrt{1.3e^{-0.15x}}$, donde x está en metros (m) y F en newtons (N). Evalúe el trabajo efetuado por el robot entre $x = 0$ y $x = 1.0\,m$

   El trabajo efectuado está dado por $W = \displaystyle\int_0^1 F\,dx$.

   Nota: La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson $n = 4$ para integración numérica teniendo en cuenta que $g = 9.807\frac{m}{s^2}$

8. Un robot empuja una caja de $20Kg$ a velocidad constante a través de un piso desde $x = 0$ hasta $x = 1.0\,m$. Devido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena repesentación de esta fuerza variable es $F(x) = 0.30mg\sqrt{xe^{-0.20x}}$, donde x está en metros (m) y F en newtons (N). Evalúe el trabajo efetuado por el robot entre $x = 0$ y $x = 1.0\,m$

   El trabajo efectuado está dado por $W = \displaystyle\int_0^1 F\,dx$.

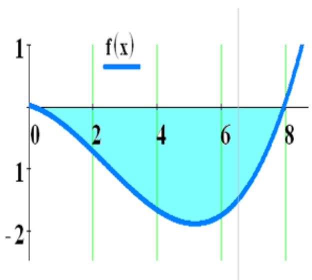
   Nota: La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson $n = 4$ para integración numérica teniendo en cuenta que $g = 9.807\frac{m}{s^2}$

9. Un robot empuja una caja de $20Kg$ a velocidad constante a través de un piso desde $x = 0$ hasta $x = 1.0\ m$. Devido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena repesentación de esta fuerza variable es $F(x) = mg\sqrt{0.5e^{-\pi x}}$, donde x está en metros (m) y F en newtons (N). Evalúe el trabajo efetuado por el robot entre $x = 0$ y $x = 1.0\ m$

   El trabajo efectuado está dado por $W = \displaystyle\int_0^1 F dx$.

   Nota: La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson $n = 4$ para integración numérica teniendo en cuenta que $g = 9.807\frac{m}{s^2}$

10. El caudal (que se expresa en m^3/s, y que depende de la velocidad del agua y de la altura-anchura que ocupe), de agua que circula por un río es el volumen de agua que atraviesa una sección cualquiera del río en una unidad de tiempo. Suponiendo que en todos los puntos de la sección seleccionada la velocidad es la misma (es decir tomando una velocidad media) el caudal se puede calcular como $Q = V_m A_{st}$ donde A_{st} es el área de la sección transversal seleccionada y V_m la velocidad media.



Se muestra una sección transversal hipotética de un rio. Donde la función $f(x)$[1] que representa el cauce es un polinomio de tercer grado, previamente calculado mediante técnicas superiores de calculo.

Suponiendo que la velocidad media de las aguas es de 0.45 metros/segundo, calcular el caudal representado por la letra Q.Teniendo en cuenta que el área de la sección transversal simbolizada por A_{st} esta dada por la integral $\left|\displaystyle\int_0^8 f(x)dx\right|$

Aplicando para el cálculo de la integral definida la regla de Simpson estudiada en clases.

Determine el Radio Hidráulico (RH).

El radio hidráulico es el cociente entre la sección por donde circulan las aguas y el perímetro mojado. Este radio se emplea en el cálculo de pérdidas de carga en la fórmula de Manning.

EL PERÍMETRO MOJADO, es la longitud de la línea de intersección del plano de la sección transversal con la superficie mojada del canal, dicha línea es calculada mediante la integral definida aplicando la fórmula de la longitud del arco.

Se calcula con la formula:

$$\boxed{\int_0^8 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} f(x)\right)^2}\, dx}$$

Aplicando la regla de Simpson.

[1] $\boxed{0.022x^3 - 0.156x^2 - 0.152x + 0.024}$

Interpolación Polinomial mediante el método de Lagrange

11. Dada la siguiente tabla de valores x e y:

$\mathbf{f(x)} =$	**y**
$f(3) =$	4
$f(3.2) =$	8.768
$f(3.5) =$	17.375
$f(3.9) =$	31.819

(a) Determine un polinomio $f(x)$ que interpole dichos valores.

(b) Calcule aplicando la regla de Simpson la integral $\int_4^5 f(x)dx\ (n=4)$

(c) Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.

12. Dada la siguiente tabla de valores x e y:

$\mathbf{f(x)} =$	**y**
$f(3) =$	235
$f(3.2) =$	287.712
$f(3.5) =$	377.375
$f(3.9) =$	524.971

(a) Determine un polinomio $f(x)$ que interpole dichos valores.

(b) Calcule aplicando la regla de Simpson la integral $\int_4^5 f(x)dx\ (n=4)$

(c) Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.

13. Dada la siguiente tabla de valores x e y:

$\mathbf{f(x)} =$	**y**
$f(2) =$	9
$f(2.2) =$	16.226
$f(2.5) =$	31.563
$f(2.9) =$	62.828
$f(3.1) =$	84.252

(a) Determine un polinomio $f(x)$ que interpole dichos valores.

(b) Calcule aplicando la regla de Simpson la integral $\int_4^5 f(x)dx\ (n=4)$

(c) Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.

14. Dada la siguiente tabla de valores x e y:

$\mathbf{f(x)} =$	**y**
$f(2) =$	-1
$f(2.2) =$	0.808
$f(2.5) =$	4.375
$f(2.9) =$	10.979

(a) Determine un polinomio $f(x)$ que interpole dichos valores.

(b) Calcule aplicando la regla de Simpson la integral $\int_4^5 f(x)dx\ (n=4)$

(c) Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.

Interpolación Polinomial mediante el método de Newton

15. En la figura se observa un resorte el cual ha sido sometido al peso de diferentes masas, como se muestra en la tabla adjunta. Peso en gramos, alargamiento en *cm*. Determine el polinomio de interpolación por el método de las diferencias divididas de Newton de cuarto grado, para calcular el alargamiento que se produce en una masa de 210 gramos.

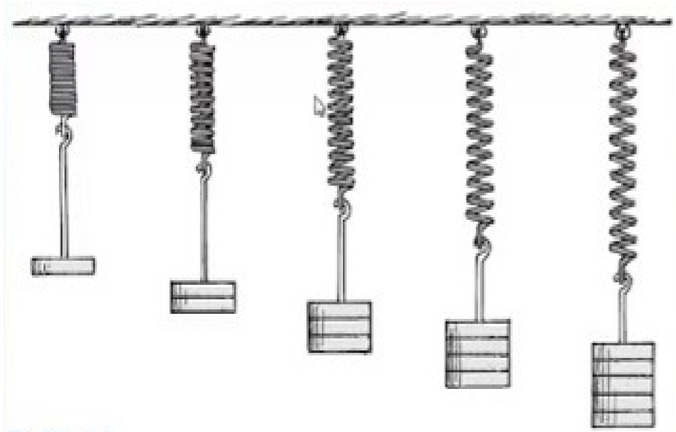


FIGURA 12.7
El estiramiento del resorte es directamente proporcional a la fuerza aplicada. Si el peso es el doble, el resorte se estira el doble.

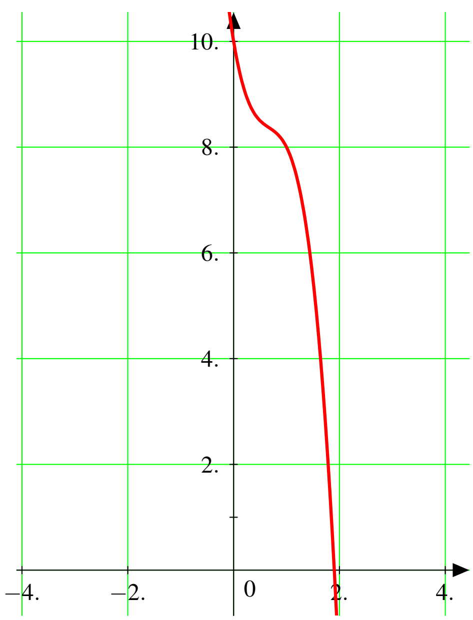
Peso	Alargamiento
100	2.8
150	8.8
170	11.5
200	14.6
250	19.8

16. Al realizar un lavamiento topográfico, un canal para riego pasa por cuatro puntos (nodos) indicados en la siguiente tabla, como se muestra en la gráfica.

Peso	Alargamiento
0	10
1	12
2	4
3	-8

(a) Aplicando el método de Newton determine el polinomio de tercer grado que representa dicho canal.

(b) Suponieno que el eje horizontal representa una carretera. Halle el punto donde el canal corta a dicha vía, sabiendo que está entre 0 y 3. (Aplique el método de Newton-Raphson)



17. Dada la siguiente tabla de valores para x e y:

X	1	3	5	6
Y	1	-2	3	-4

a) Determine un polinomio que Interpole dichos valores

b) Obtenga el polinomio de segundo grado que mejor ajusta dichos datos.

c) Separe las raíces del polinomio de interpolación.

d) Determine con error de 10^{-1} la segunda raíz positiva del polinomio de interpolación usando un mótodo estudiado (división del Intervalo o Falsa Posición).

e) Escriba un algoritmo para determinar las dos raíces positivas del polinomio de interpolación usando el método de Newton-Raphson con error Er dado.