



Universidad “Máximo Gómez Báez”

Facultad de Ciencias Técnicas

# MATEMÁTICA NUMÉRICA

SISTEMA DE EJERCICIOS

Ingeniería Informática

Tipo de Curso: CPE

Año: 2<sup>do</sup> Año

Periodo: 2<sup>do</sup>

**Elaborado por:**

Lic. Juan Cruz Oduardo

Profesor Instructor

**Aprobado por:**

Dr. C. Juan Antonio Martin

Jefe de Dpto. Matemática

December 11, 2024

## Indicaciones

• => Deben confeccionar un documento de nivel universitario, con la respuesta del ejercicio que le corresponde a cada uno debatir, ya sea escrito o en formato digital, es preferible que sea digital y en .PDF para guardar la integridad de dicho documento,

**Fecha límite de entrega:** 17/01/2025.

**Fecha de Debate:** 24/01/2025

**Lugar:** UNICA

### Ejercicio que le corresponde a cada estudiante

2. Bryan Guzmán Fonseca
4. Manuel González Martín
6. Cesar Alejandro Nuez Guerra
8. Al Dairr Zuñiga Lopez
10. Manuel Alejandro Ocaña Castro
12. Jocsan Rodríguez Rojas
14. Elisa de la C. Martín Cruz
16. Helen M, Maza Santana

## Sistema de Ejercicio

### Resoluciones mediante Simpson

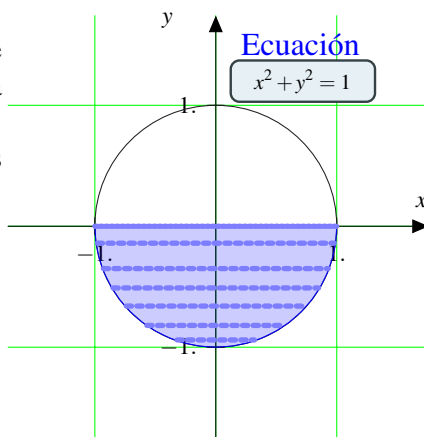
#### 1. Presión hidrostática

Una cañería circular de dos metros de diámetro, esta medio llena de agua. Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería.

**Nota:** La solución se expresa en kilogramos (Aplicar Simpson)

$$\text{Presión del líquido} = W \int_a^b yx dx$$

$$W = 1000Kg$$



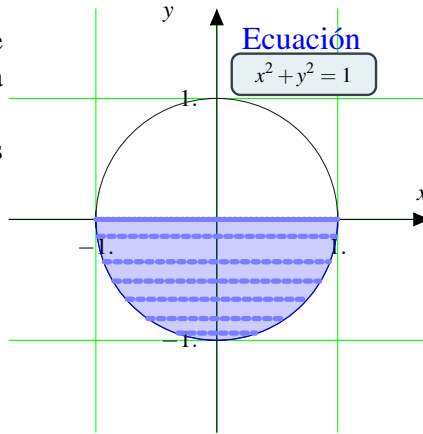
#### 2. Presión hidrostática

Una cañería circular de dos metros de diámetro, esta medio llena de agua. Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería.

**Nota:** La solución se expresa en libras (Aplicar Simpson)

$$\text{Presión del líquido} = W \int_a^b yx dx$$

$$W = 62.5 \text{ Lb/Ft cúbicos}$$



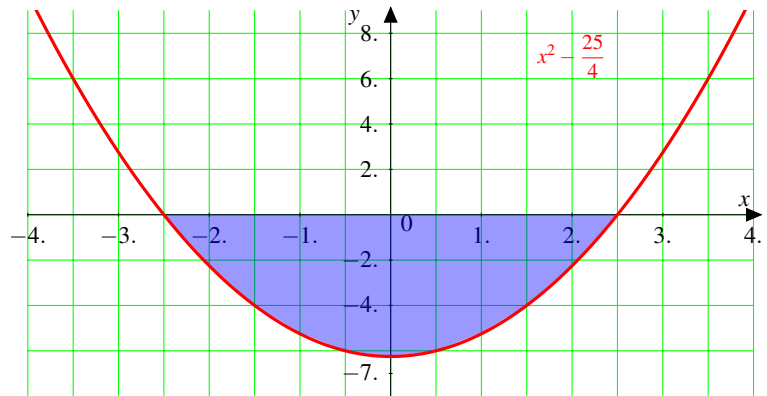
3. La compuerta de una cañería está representada por la función  $y = x^2 - \frac{25}{4}$  como se muestra en la figura.

a) Hallar la presión de la compuerta que cierra la cañería.

**Nota:** la solución se expresa en kilogramos.

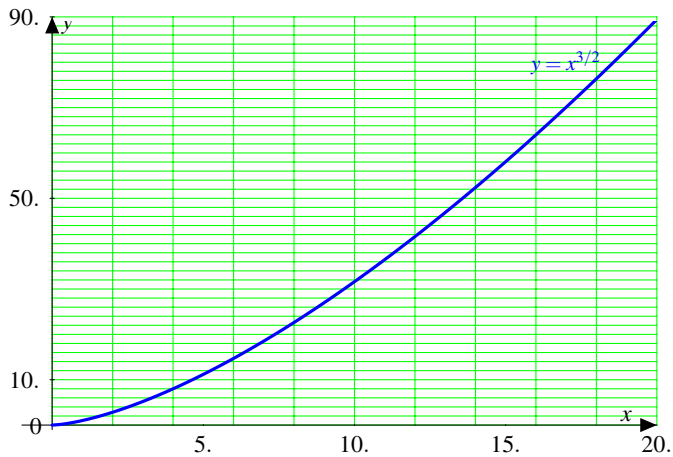
$$\text{Presión del líquido} = W \int_a^b yx dx$$

$$W = 1000 \text{ Kg}$$



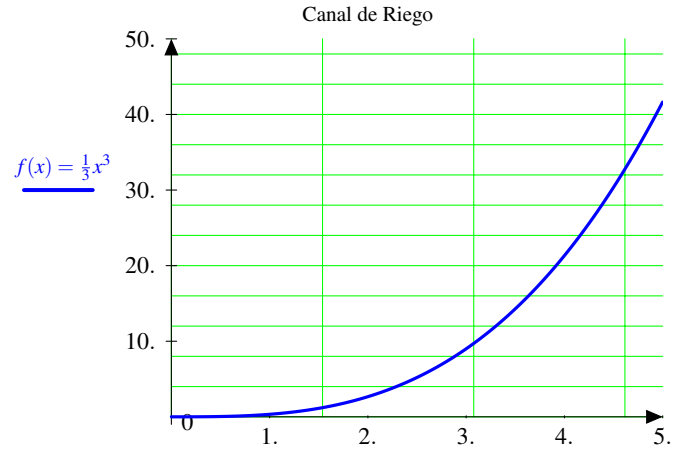
4. Una represa será construida para optimizar el abastecimiento de agua de una ciudad, se sabe que tendrá que ser curvilínea para mejorar la contención ante la fuerza hidrostática del agua. La longitud del arco de la curva está descrita por la gráfica de la función  $y = x^{3/2}$ . Se desea conocer la longitud del arco en metros, tomar en cuenta que la longitud se limita entre el origen y el punto (20; 89.443) tal como se muestra en el gráfico.

$$\int_a^b \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx} f(x) \right)^2} dx$$



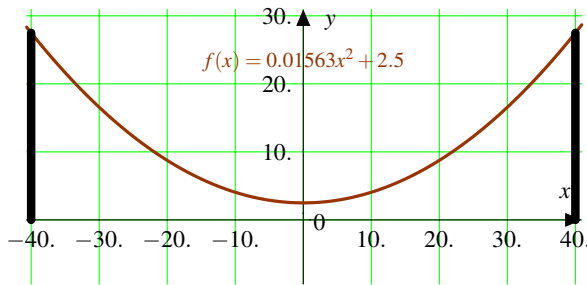
5. Mediante un estudio topográfico se ha determinado la función  $y = \frac{1}{3}x^3$  que conforma un canal para riego. Teniendo en cuenta que por cada kilómetro de longitud el costo de la obra es de \$5400.00 calcule el valor en el intervalo  $[3, 4]$  aplicando la fórmula que determina la longitud del canal.

$$\int_a^b \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx} f(x) \right)^2} dx$$



6. Los cables se utilizan en muchas aplicaciones de ingeniería, como en puentes colgantes.

Determinar la longitud del cable portador, en puente colgante representado por una parábola como se muestra en el esquema.



$$\int_a^b \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx} f(x) \right)^2} dx$$

7. Un robot empuja una caja de 20Kg a velocidad constante a través de un piso desde  $x = 0$  hasta  $x = 1.0 \text{ m}$ . Debido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena representación de esta fuerza variable es  $F(x) = \pi mg \sqrt{1.3e^{-0.15x}}$ , donde  $x$  está en metros ( $m$ ) y  $F$  en newtons ( $N$ ). Evalúe el trabajo efectuado por el robot entre  $x = 0$  y  $x = 1.0 \text{ m}$

El trabajo efectuado está dado por  $W = \int_0^1 F dx$ .

**Nota:** La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson  $n = 4$  para integración numérica teniendo en cuenta que  $g = 9.807 \frac{m}{s^2}$

8. Un robot empuja una caja de 20Kg a velocidad constante a través de un piso desde  $x = 0$  hasta  $x = 1.0 \text{ m}$ . Debido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena representación de esta fuerza variable es  $F(x) = 0.30mg \sqrt{xe^{-0.20x}}$ , donde  $x$  está en metros ( $m$ ) y  $F$  en newtons ( $N$ ). Evalúe el trabajo efectuado por el robot entre  $x = 0$  y  $x = 1.0 \text{ m}$

El trabajo efectuado está dado por  $W = \int_0^1 F dx$ .

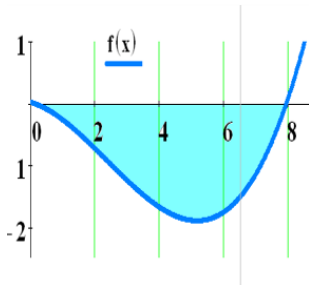
**Nota:** La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson  $n = 4$  para integración numérica teniendo en cuenta que  $g = 9.807 \frac{m}{s^2}$

9. Un robot empuja una caja de  $20Kg$  a velocidad constante a través de un piso desde  $x = 0$  hasta  $x = 1.0 m$ . Debido a la condición variante de la superficie del piso, el robot debe empujar con una fuerza horizontal variable para hacer que la caja se mueva a velocidad constante. Se encuentra que una buena representación de esta fuerza variable es  $F(x) = mg\sqrt{0.5e^{-\pi x}}$ , donde  $x$  está en metros ( $m$ ) y  $F$  en newtons ( $N$ ). Evalúe el trabajo efectuado por el robot entre  $x = 0$  y  $x = 1.0 m$

El trabajo efectuado está dado por  $W = \int_0^1 F dx$ .

**Nota:** La integral no se debe evaluar analíticamente. Emplear la regla de Simpson  $n = 4$  para integración numérica teniendo en cuenta que  $g = 9.807 \frac{m}{s^2}$

10. El caudal (que se expresa en  $m^3/s$ , y que depende de la velocidad del agua y de la altura-anchura que ocupe), de agua que circula por un río es el volumen de agua que atraviesa una sección cualquiera del río en una unidad de tiempo. Suponiendo que en todos los puntos de la sección seleccionada la velocidad es la misma (es decir tomando una velocidad media) el caudal se puede calcular como  $Q = V_m A_{st}$  donde  $A_{st}$  es el área de la sección transversal seleccionada y  $V_m$  la velocidad media.



Se muestra una sección transversal hipotética de un río. Donde la función  $f(x)$ <sup>1</sup> que representa el cauce es un polinomio de tercer grado, previamente calculado mediante técnicas superiores de cálculo.

Suponiendo que la velocidad media de las aguas es de 0.45 metros/segundo, calcular el caudal representado por la letra  $Q$ . Teniendo en cuenta que el área de la sección transversal simbolizada por  $A_{st}$  esta dada por la integral  $\left| \int_0^8 f(x) dx \right|$

Aplicando para el cálculo de la integral definida la regla de Simpson estudiada en clases.

Determine el Radio Hidráulico (RH).

El radio hidráulico es el cociente entre la sección por donde circulan las aguas y el perímetro mojado. Este radio se emplea en el cálculo de pérdidas de carga en la fórmula de Manning.

EL PERÍMETRO MOJADO, es la longitud de la línea de intersección del plano de la sección transversal con la superficie mojada del canal, dicha línea es calculada mediante la integral definida aplicando la fórmula de la longitud del arco.

Se calcula con la formula:

$$\int_0^8 \sqrt{1 + \left( \frac{d}{dx} f(x) \right)^2} dx$$

Aplicando la regla de Simpson.

$$0.022x^3 - 0.156x^2 - 0.152x + 0.024$$

1

### Interpolación Polinomial mediante el método de Lagrange

11. Dada la siguiente tabla de valores  $x$  e  $y$ :

$f(x) = y$
$f(3) = 4$
$f(3.2) = 8.768$
$f(3.5) = 17.375$
$f(3.9) = 31.819$

- Determine un polinomio  $f(x)$  que interpole dichos valores.
- Calcule aplicando la regla de Simpson la integral  $\int_4^5 f(x)dx$  ( $n = 4$ )
- Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.
- Calcule una de sus raíces usando el método numérico que más le convenga.

12. Dada la siguiente tabla de valores  $x$  e  $y$ :

$f(x) = y$
$f(3) = 235$
$f(3.2) = 287.712$
$f(3.5) = 377.375$
$f(3.9) = 524.971$

- Determine un polinomio  $f(x)$  que interpole dichos valores.
- Calcule aplicando la regla de Simpson la integral  $\int_4^5 f(x)dx$  ( $n = 4$ )
- Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.
- Calcule una de sus raíces usando el método numérico que más le convenga.

13. Dada la siguiente tabla de valores  $x$  e  $y$ :

$f(x) = y$
$f(2) = 9$
$f(2.2) = 16.226$
$f(2.5) = 31.563$
$f(2.9) = 62.828$
$f(3.1) = 84.252$

- Determine un polinomio  $f(x)$  que interpole dichos valores.
- Calcule aplicando la regla de Simpson la integral  $\int_4^5 f(x)dx$  ( $n = 4$ )
- Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.
- Calcule una de sus raíces usando el método numérico que más le convenga.

14. Dada la siguiente tabla de valores  $x$  e  $y$ :

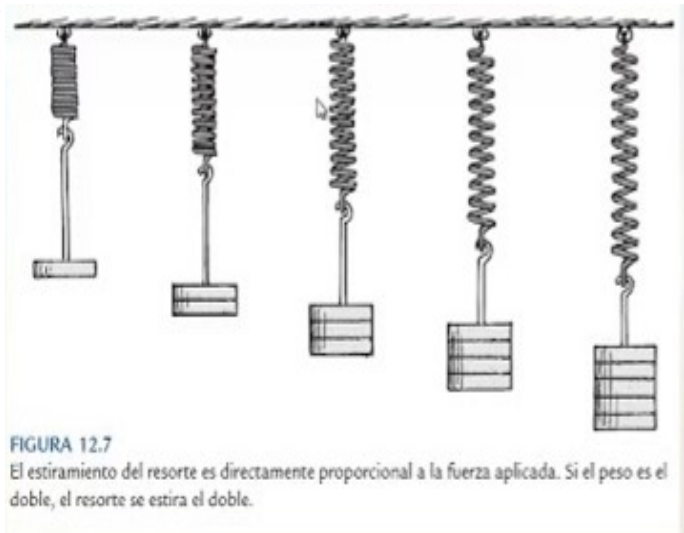
$f(x) = y$
$f(2) = -1$
$f(2.2) = 0.808$
$f(2.5) = 4.375$
$f(2.9) = 10.979$

- Determine un polinomio  $f(x)$  que interpole dichos valores.
- Calcule aplicando la regla de Simpson la integral  $\int_4^5 f(x)dx$  ( $n = 4$ )
- Calcule el error relativo, resolviendo analíticamente la integral.
- Calcule una de sus raíces usando el método numérico que más le convenga.

**Interpolación Polinomial mediante el método de Newton**

15. En la figura se observa un resorte el cual ha sido sometido al peso de diferentes masas, como se muestra en la tabla adjunta. Peso en gramos, alargamiento en *cm*. Determine el polinomio de interpolación por el método de las diferencias divididas de Newton de cuarto grado, para calcular el alargamiento que se produce en una masa de 210 gramos.

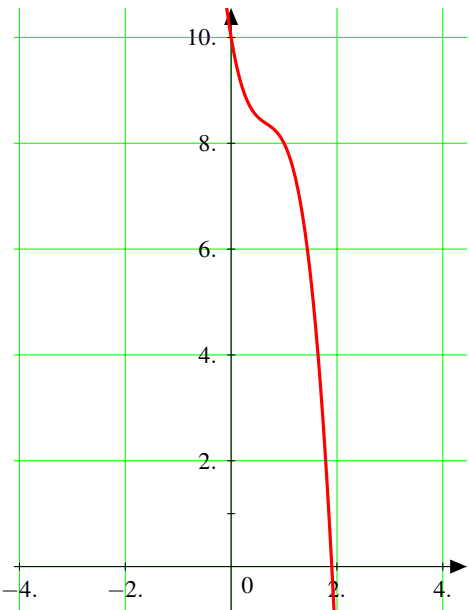
Peso	Alargamiento
100	2.8
150	8.8
170	11.5
200	14.6
250	19.8



16. Al realizar un lavamiento topográfico, un canal para riego pasa por cuatro puntos (nodos) indicados en la siguiente tabla, como se muestra en la gráfica.

Peso	Alargamiento
0	10
1	12
2	4
3	-8

- Aplicando el método de Newton determine el polinomio de tercer grado que representa dicho canal.
- Suponiendo que el eje horizontal representa una carretera. Halle el punto donde el canal corta a dicha vía, sabiendo que está entre 0 y 3. (Aplique el método de Newton-Raphson)



17. Dada la siguiente tabla de valores para  $x$  e  $y$ :

X	1	3	5	6
Y	1	-2	3	-4

- a) Determine un polinomio que Interpole dichos valores
- b) Obtenga el polinomio de segundo grado que mejor ajusta dichos datos.
- c) Separe las raíces del polinomio de interpolación.
- d) Determine con error de  $10^{-1}$  la segunda raíz positiva del polinomio de interpolación usando un método estudiado (división del Intervalo o Falsa Posición).
- e) Escriba un algoritmo para determinar las dos raíces positivas del polinomio de interpolación usando el método de Newton-Raphson con error Er dado.