

Universidad "Máximo Gómez Báez"

Facultad de Ciencias Técnicas

EXÁMEN FINAL MATEMÁTICA III

Modelo de Exámen Final

Tipo de Curso: CPE

Año: 2^{do} Año Periodo: 2^{do}

Elaborado por:

Lic. Juan Cruz Oduardo Profesor Instructor

Aprobado por:

Dr. C. Juan Antonio Martin Jefe de Dpto. Matemática

September 14, 2024

Objetivos:

- 1. Determinar la naturaleza y clasificar una serie numérica
- 2. Determinar el radio y el dominio de convergencia de una serie de potencias.
- 3. Resolver ecuaciones de primer orden y de orden superior.
- 4. Resolver un sistema de ecuaciones diferencial lineal homogéneo.

Examen Final Matemática III Curso 2023 Ingeniería Hidráulica Segundo Año

Nombre y Apellidos:______ No.____ Calif:____

I. Determine la naturaleza de las siguientes series numéricas. Clasifique la misma si la serie es alterna.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{3^n}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3n^2 + 2}$$

II. Determine el radio y dominio de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+4) \, 3^n}$$

III. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a)
$$y' = 4x \cdot e^{-2y}$$

(b)
$$(2x+3y^2)dx + (2y+6xy)dy = 0$$

(c)
$$y''' + 3y'' + 2y' = 0$$

IV. Dado el sistema de Ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x' + 2y = 0\\ 4x + 2y' = 0 \end{cases}$$

- (a) Encuentre la solución para una de las dos variables (x ó y)
- (b) Explique o indique cómo hallar la otra variable.

1



Segunda Covocatoria Matemática III Curso 2023 Ingeniería Hidráulica Segundo Año

Nombre y Apellidos:______ No.___ Calif:____

I. Determine la convergencia de las siguientes series numéricas. Clasifique si es alterna.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 + 3}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{8n}{6n^3 + 2}$$

II. Determine analíticamente el radio y dominio de convergencia de la siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2^n (n^2+3)}$$

III. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(a) y' = \frac{e^x}{4y^3}$$

(b)
$$(3x^2y + 2y)dx + (2x + x^3)dy = 0$$

(c)
$$y''' + 5y'' + 4y' = 0$$

IV. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales:

$$\begin{cases} x' - 4x - 7y = 0 \\ y' - x + 2y = 0 \end{cases}$$

Tercera Covocatoria Matemática III Curso 2023 Ingeniería Hidráulica Segundo Año

Nombre y Apellidos:_____ No.___ Calif:____

I. Determine la naturaleza de las siguientes series numéricas. Clasifique la misma si la serie es alterna.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

II. Determine analíticamente el radio y dominio de convergencia de la siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{2^n \cdot n!}$$

III. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a)
$$y' = 3\cos(x)e^y$$

(b)
$$(e^x + \cos(y))dx + (2y - x\sin(y))dy = 0$$

(c)
$$y''' - y'' = 24x^2 + 4$$

IV. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales:

$$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = 3x - y \end{cases}$$



Clave por Preguntas

- I. (a) Si el estudiante sólo determina la convergencia de la primera serie mediante el criterio de la razón o algún otro, tiene: 3 puntos.
 - (b) Si el estudiante sólo determina la convergencia de la primera serie y determina la de la segunda serie con el criterio de Leibniz pero con errores, tiene: 4 puntos.
 - (c) Si el estudiante hace correctamente las dos series o comete algún error de cálculo mínimo, tiene: 5 puntos.
- II. (a) Si el estudiante sólo realiza el procedimiento para hallar el radio mediante el criterio de la razón, pero no enuncia el radio, tiene: 3 puntos.
 - (b) Si el estudiante sólo determina el radio y el dominio de convergencia con pequeños errores de cálculo, tiene: 4 puntos.
 - (c) Si el estudiante determina el radio y el dominio de convergencia, tiene: 5 puntos.
- III. (a) Si el estudiante resuelve correctamente la ecuación exacta, tiene: 3 puntos.
 - (b) Si el estudiante resuelve correctamente la exacta, y alguna otra pero con algun error de cálculo, tiene: 4 puntos.
 - (c) Si el estudiante resuelve todas las ecuaciones pero con algún error mínimo de cálculo, tiene: 5 puntos.
- IV. (a) Si el estudiante resuelve la ecuación característica pero no no encuentra la solución de la ecuación homogénea, tiene: 3 puntos.
 - (b) Si el estudiante encuentra la solución de la ecuación homogénea con algun error de cálculo, tiene: 4 puntos.
 - (c) Si el estudiante resuelve la ecuación homogénea y explica como hallar la solución de la otra función restante pero con algún error mínimo de cálculo, tiene: 5 puntos.

Norma de Calificación

- 1. Los exámenes que la suma de su nota está en el rango de 12 a 14 tienen 3 puntos.
- 2. Los exámenes que la suma de su nota está en el rango de 15 a 18 tienen 4 puntos.
- 3. Los exámenes que la suma de su nota está en el rango de 19 a 20 tienen 5 puntos.