



移动无线信道（II）

第5章 小尺度衰落和多径效应



主要内容

- 回顾
- 小尺度上移动无线信道对信号的影响
- 多径信道冲击响应模型
- 移动多径信道参数及小尺度衰落类型
- 瑞利衰落分布和莱斯衰落分布
- 平坦衰落的Clarke模型及其仿真
- 电平通过率与平均衰落持续时间

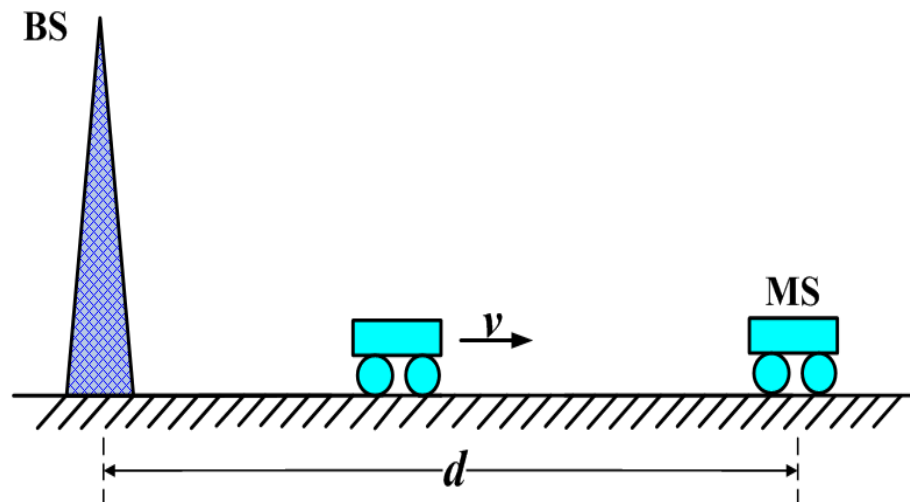


回顾

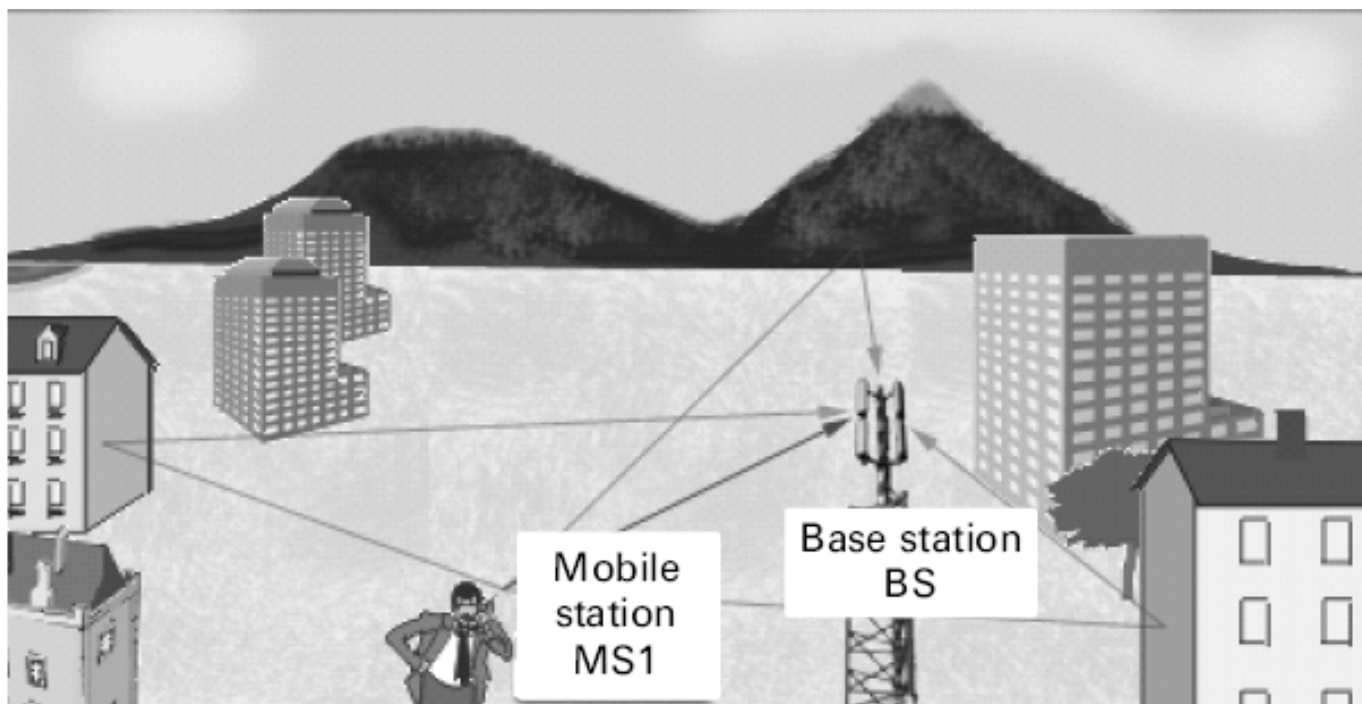
- 前一章里，我们主要讨论了信号随传播距离 d 变化的规律。我们注意到，对这方面规律的认识对蜂窝系统及其他无线系统的规划与设计起着决定性作用——比如，就特定传播环境下的链路预算而言，路径损耗指数 n 和大尺度衰落容限等概念是必不可少的。
- 简而言之，对路径损耗和大尺度衰落的研究为人们从宏观上认识移动无线信道对信号的影响提供了依据。

- 但是，另一个问题就出现了——微观上，或者说小尺度上信道对信号存在什么样的影响呢？

考虑右图所示的简单的电波传播场景：**BS**发**MS**收。路径损耗和大尺度衰落研究只回答了**BS**发出信号传播到距**BS**为 d 处时的损耗状况，那么在**MS**匀速移动远离**BS**的过程中又发生了什么呢？



MS到BS的多径传播





小尺度衰落效应

- 在小尺度（几倍波长）上，移动无线信道主要对传播信号存在以下几种效应：
 - 由多径传播造成的信号强度在短距离（短时间）上的急剧变化。 → 接收信号幅度变化
 - 多普勒频移。 → 接收信号载频变化
 - 多径时延引起信号的时间色散。 → 基带解调信号波形失真

我们将这些效应统称为多径效应或小尺度衰落效应。



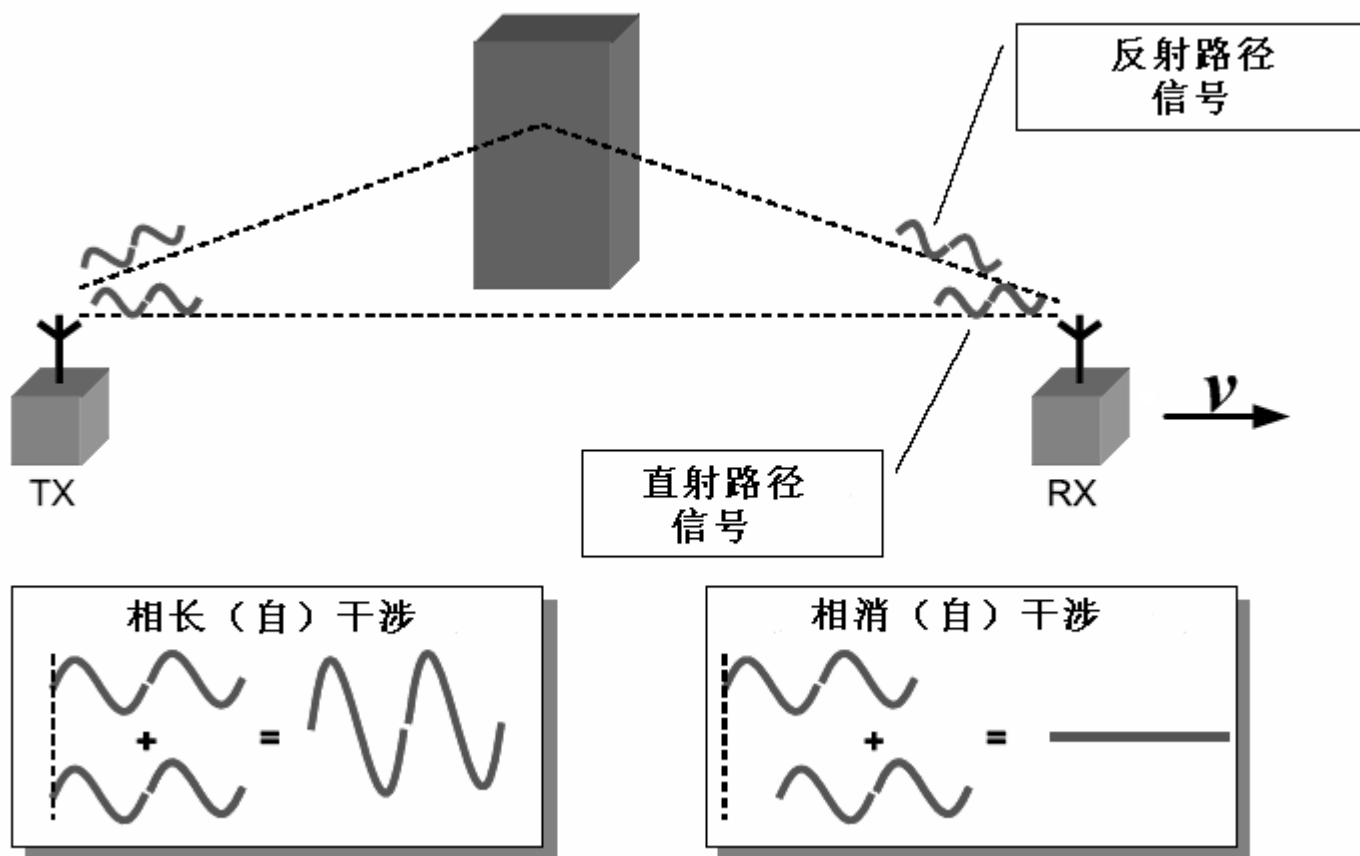
多径传播

- 在高楼林立的市区，由于移动天线的高度比周围建筑物低很多，因此不存在从移动台的基站的单一视距传播，这样就导致了衰落的产生。即使存在一条视距传播路径，由于地面与周围建筑物的反射，同一发射信号会沿两条或多条路径传播后，以微小的时间差到达接收机，实际的接收信号则由这些信号合成得到。这种无线电波沿着多条不同的路径的传播，称为多径传播。由于各条到达接收机的传播路径不同，信号所经历的路程也就不同，这样到达接收机的不同多径信号之间存在着幅度、相位和入射角度上的差异。另一方面，路程不同也决定了各多径信号在到达时间上的差异。

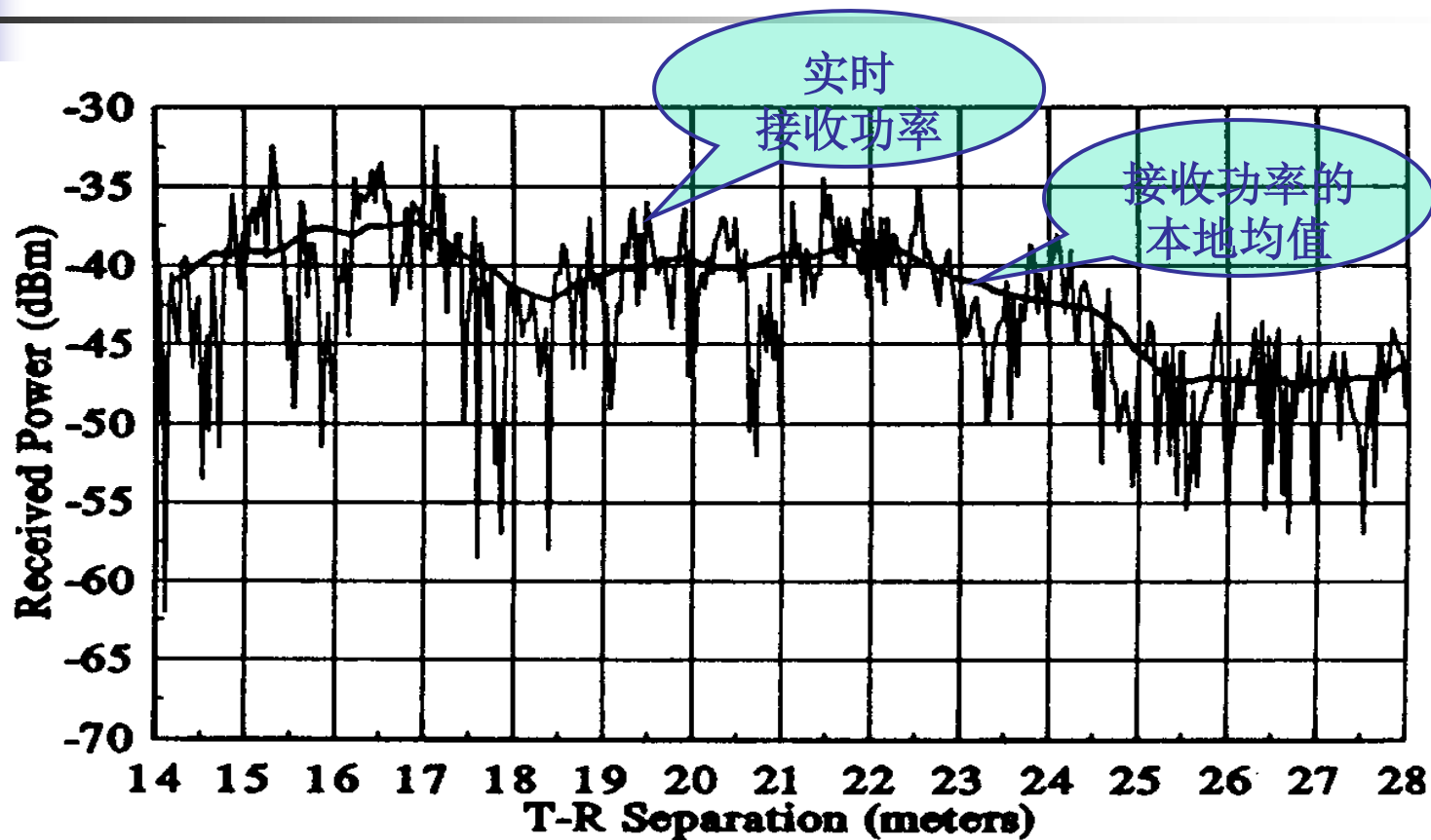


小尺度衰落

- 简单的接收机无法辨别多径传播的不同的多径分量，而仅仅是将它们加起来，以致于它们彼此之间相互干涉。这种干涉可能是相长的、也可能是相消的，这要依赖于各个多径分量的相位状态。而相位状态主要取决于相应多径分量的传播路径长度，从而也就依赖于移动台及相机的作用体的位置。因此，如果发射机、接收机或者相互作用体处于运动之中，干涉信号以及相应的合成信号幅度都会随着时间的变化。这种效应——即，由于不同多径分量的相互干涉而引起的合成信号幅度的变化——称为小尺度衰落（**small-scale fading**）。

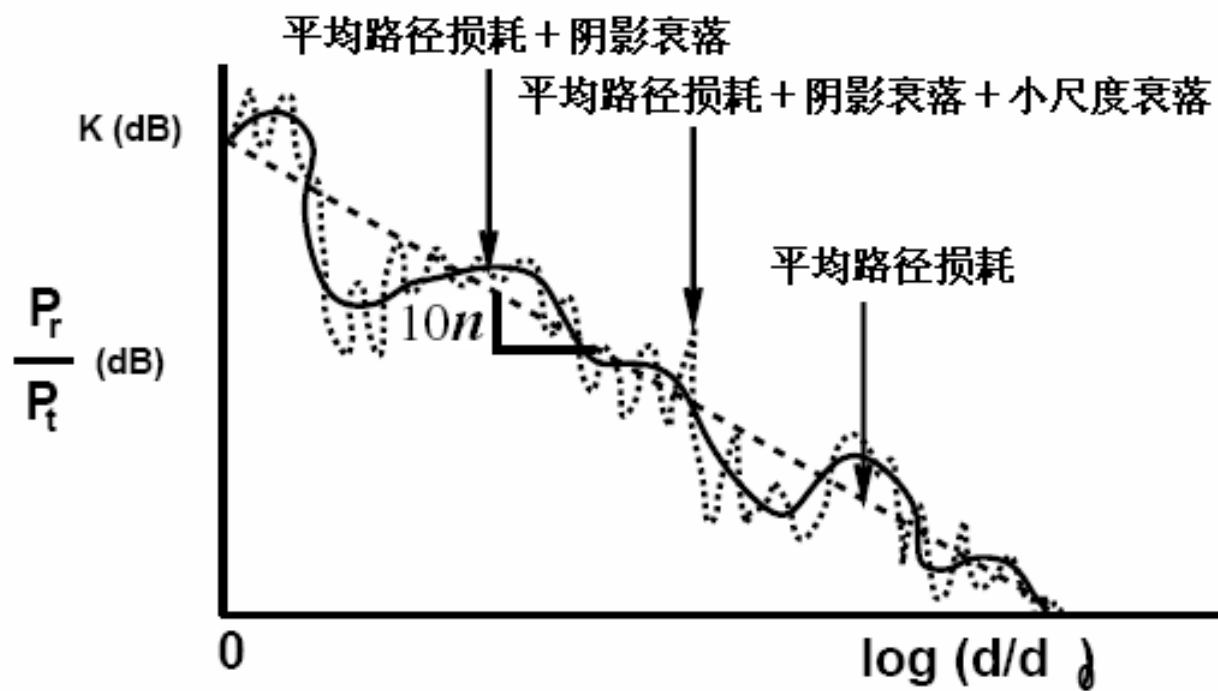


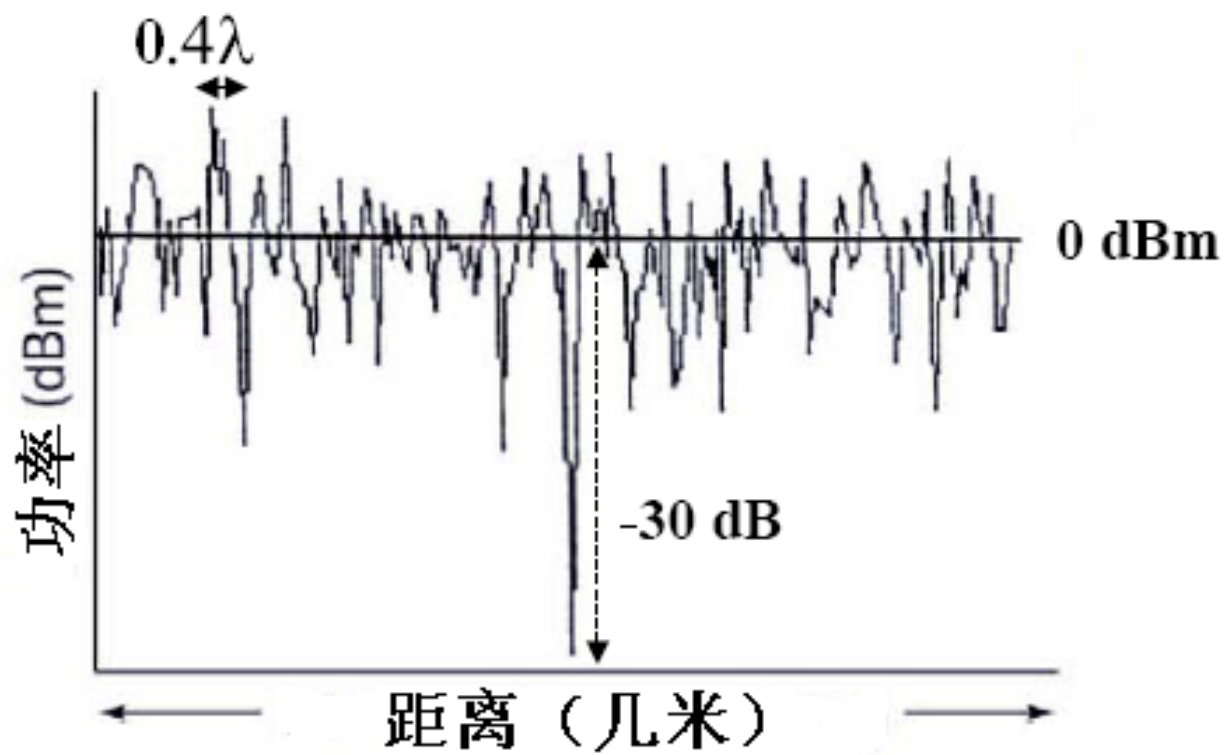
室内接收功率实测曲线

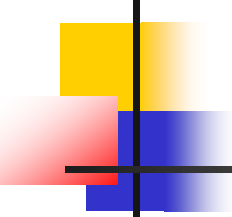


测试条件：发射机固定，接收机移动，并逐渐远离发射机。

载频2GHz（波长0.15m）。





- 
- 小尺度衰落反映的是在短距离（几倍波长）上接收信号强度的变化情况。实测表明，移动无线信道中，在与波长相当的距离上，信号强度的变动范围可能达到**30~40dB**。这意味着在发生短距（短时）变化时，信号功率可能会有**1000~10000**倍的变化发生。这样的变化情况不采取一定措施是无法保证接受质量的。
 - 应该指出，我们强调的“移动无线信道”的移动性并不仅仅来自移动台，传播环境中也会存在各式各样移动的相互作用体。所以，即使移动台不移动，小尺度衰落现象同样存在。



多径传播时延引起的时延弥散

- 多径传播的每个多径波到达的接收机的路径不同，因此他们到达的时间也不同，每个多径波在接收机处并不是完全对齐的，这样一个基带信号的符号所占用的时间将会超过其本来符号周期。从而对其它的符号产生串扰，即码间串扰，这样就会引起信号模糊。



多普勒（Doppler）频移

- 什么是多普勒效应
- 如何计算多普勒频移
- 多普勒效应引起对信号的随机调频。

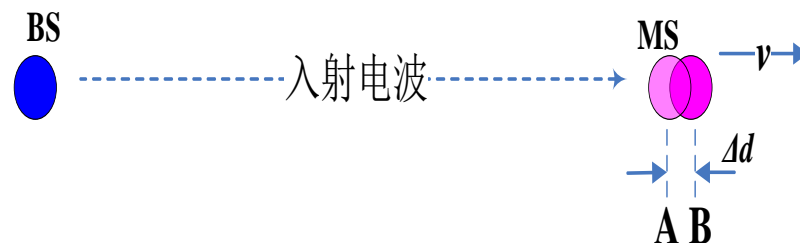


多普勒效应

- 由于相对运动而引起的频率变化称作多普勒效应。最早由**Doppler**在研究声波传播时发现。电波传播过程中，也会存在由于移动台或（相互作用体）的运动而造成的接收频率与发射频率出现差异的现象，这种现象也被称为多普勒效应。多普勒效应所引起的频率偏移称作多普勒频移。

计算公式推导 (1)

- MS匀速远离基站移动，速率为 v 。考虑行进路径上距离极短的两点：**A**点和**B**点。设两点相距 Δd ，从**A**到**B**移动耗时为 Δt 。电波频率为 f ，波长为 λ 。



结论：接收频率
 $f_{re} = f_c + f_d$ ，其中 f_c 为
发射载频， f_d 为多普
勒频移。此时，
 $f_d = -v/\lambda < 0$

计算公式推导 (2)

- 首先，假定所传输的是纯正弦载波，载频为 f_c ，波长为 λ ；并设A点处电波（均匀平面波）信号可以表示为：

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi_0) \quad \circ$$

则传播到B点处时，信号可以表示为：

$$\begin{aligned} s\left(t - \frac{\Delta d}{c}\right) &= A \cos\left[2\pi f_c \left(t - \frac{\Delta d}{c}\right) + \phi_0\right] \\ &= A \cos\left(2\pi f_c t - \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d + \phi_0\right) \quad \circ \end{aligned}$$

B点是波传播方向
上后出现的点！！



计算公式推导（3）

- 要计算频率的偏移量 Δf ，应该先计算从**A**点到**B**点相位的变化量 $\Delta\phi$ 。因为有：

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \bullet \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \text{。}$$

考虑到电波（平面波）传播在波长 λ 的传播距离上相位变化为 2π ，并且在 $\Delta d < \lambda$ 时有：

$$\Delta\phi = -\frac{2\pi}{\lambda} \bullet \Delta d \text{。}$$



计算公式推导（4）

$$\because \Delta d = v \bullet \Delta t$$

$$\therefore \Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = -\frac{1}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} v = -\frac{v}{\lambda} \quad \circ$$

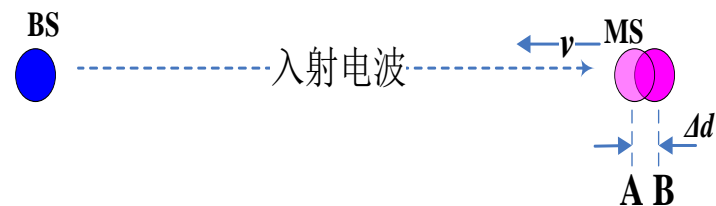
一般我们将这个频率的改变记作 f_d 。上式告诉我们，在MS匀速远离BS的情况下，多普勒频移为负值，并且等于移动速率 v 和电磁波波长 λ 的商，即

$$f_d = -\frac{v}{\lambda} \quad \circ$$

计算公式推导 (5) :

- 类似地，我们可以得到**MS匀速靠近**基站移动，速率为 v 。考虑行进路径上距离极短的两点：**B**点和**A**点，有：

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \quad \circ$$

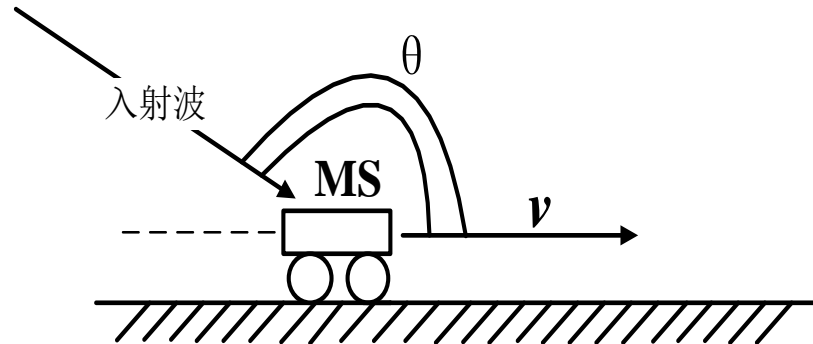


结论：接收频率
 $f_{re} = f_c + f_d$ ，其中 f_c 为
发射载频， f_d 为多普
勒频移。此时，
 $f_d = + v/\lambda > 0$

推广的结论

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta \quad .$$

其中， θ 为入射波与
MS运动方向的夹角，
 $0 < \theta < \pi$ 。





例（课本pp124例5.1）

- 发射载频 $f_c=1850\text{MHz}$, $v=60\text{mph}$, $1\text{mile}=1609\text{m}$, 求以下情形的多普勒频移:
（1）接收机运动方向与入射波方向正好相反；（2）接收机运动方向与入射波方向正好相同；（3）接收机运动方向与入射波方向垂直。



多普勒效应引起的随机调频

- 实际情况并没有刚才我们设定的——只有单一入射波且**MS**匀速移动——那么简单，而往往是在不同多径信号上存在着时变的多普勒频移，这就引起了对接收信号的随机调频。这与移动台的运动速度、运动方向及接收机多径波的入射角度有关。
- 应该指出，由于要考虑移动性（不仅仅是移动台的移动），当移动速率有所增加时，多普勒频移就会加大，同时也意味着信道随时间变化得越快。



影响小尺度衰落的因素

- 多径传播
- 移动台的运动速度
- 环境物体的运动速度
- 信号的传输带宽



两种运动速度的影响

- 若环境物体的运动速度大于移动台的运动速度，那么移动台的运动将对小尺度衰落起决定性作用。反之，可以仅考虑以动态的运动的运动的影响，而忽略环境物体的运动的影响。



信号传输带宽的影响

- 如果无线信号的传输带宽大于多径信道带宽，接收信号将会失真，但是本地接收信号强度不会衰落很多（即小尺度衰落不占主导地位）。以后将会看到，多径信道带宽可用相关带宽量化。相关带宽可以衡量最大的频率差，在此频率差范围内不同信号的幅度保持很强的相关性。相关带宽与信道的多径结构有关。若相对于信道来说，传输信号为窄带信号，则信号幅度就会迅速改变，但信号不会出现时间失真。



多径信道冲击响应模型的特征

- 由于移动通信信道的输出信号是输入信号经多条路径到达接收机的总和，因此可以看做是线性滤波器。
- 接收机位置不同，多径信号的情况不同，因此其冲击响应模型是位置的函数。而位置又是时间的函数，因此该模型是时变的。
- 假设信道是带通的，则冲击响应具有复数的特性。



时延段量化技术

- 在移动通信中，将信道冲击响应的多径时延 τ 量化为多个相同的时延段，成为附加时延段。每段时延宽度均为 $\tau_{i+1} - \tau_i = \Delta\tau$ 其中 $\tau_0 = 0$ 表示接收机第一次接收到的信号。则有

$$\tau_i = i\Delta\tau \quad 0 \leq i \leq N$$

其中 N 表示相等间隔的多径分量的最大数目，其中包括第一次到达的分量。

- 这种量化技术确定了信道冲击响应模型的精确性，表示该模型可以用于分析带宽小于 $2/\Delta\tau$ 的传输信息。

冲击响应的表示

- 多径信道的冲击响应模型可表示为：

$$h_b(t, \tau) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t, \tau) \exp[j(2\pi f_c \tau_i(t) + \varphi_i(t, \tau))] \delta[\tau - \tau_i(t)]$$

t 时刻第 i 多径分量的实际幅度

第 i 多径分量自由空间传播的相移

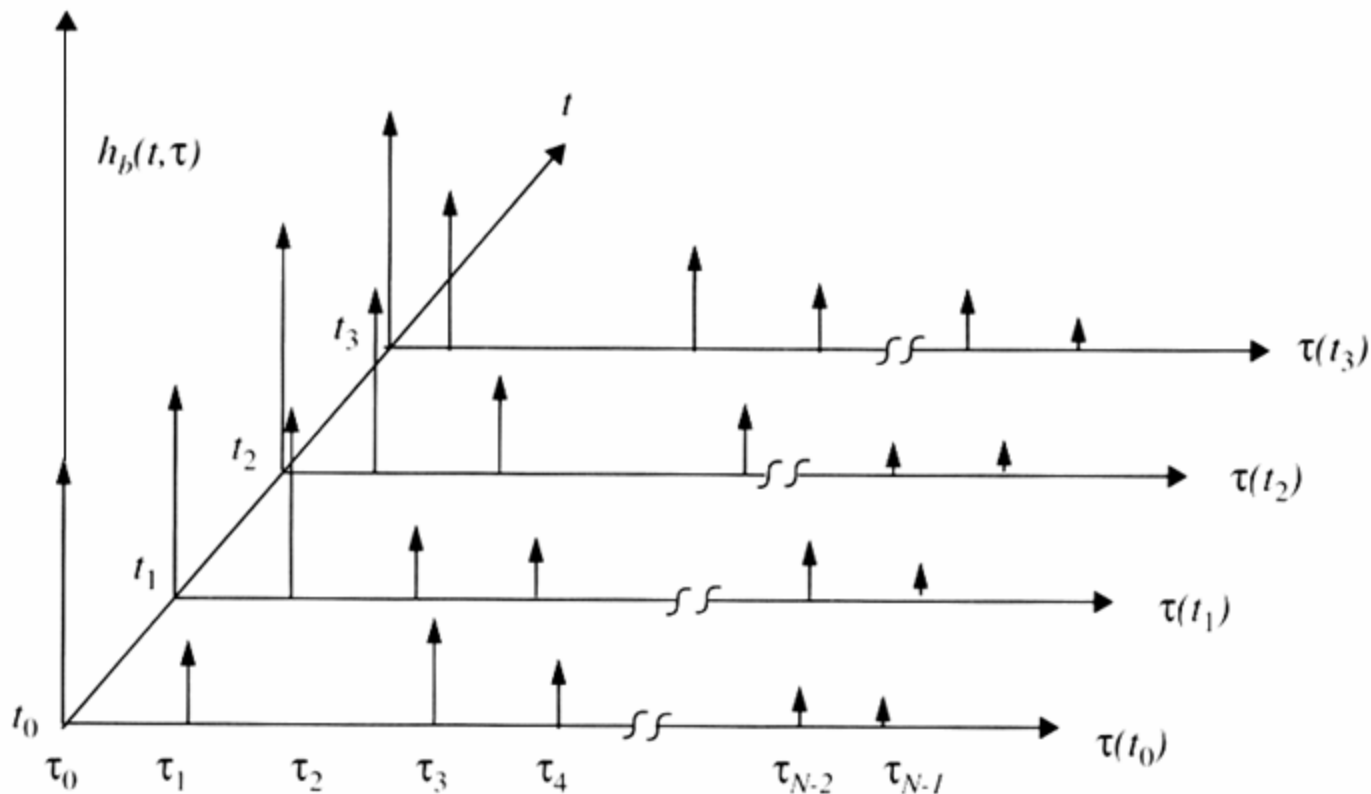
第 i 多径分量在信道中的附加相移

t 时刻第 i 多径分量的附加时延

- 假设信道在一小段时间内具有时不变特性，则：

$$h_b(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i) \delta(\tau - \tau_i)$$

时变信道的冲激响应实例





信号带宽与接收功率的关系

- 在实际的无线通信系统中，一般采用信道测量技术来获得多径信道的冲激响应。考虑两种极端情况下的信道测量技术：
 - 脉冲测量信号（宽带）
 - 连续波测量信号（窄带）



脉冲测量信号情况（1）

- 设输入为一个有规律的无线信号

$$x(t) = \text{Re} \{ p(t) \exp(j2\pi f_c t) \}$$

- 其中， $p(t)$ 是宽度(T_{bb})很窄的周期性脉冲序列，其重复周期为： $T_{\text{REP}} \geq \tau_{\text{max}}$ （最大附加时延）； f_c 是载波频率。
- 令

$$p(t) = 2\sqrt{\tau_{\text{max}} / T_{bb}} \quad 0 \leq t \leq T_{bb}$$

- 且令 $p(t)$ 对其他所有有意义的附加时延来说都为0。



脉冲测量信号情况（2）

- 多径信道的输出 $r(t)$ 为 $p(t)$ 与 $h_b(t, \tau)$ 的卷积:

$$r(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i) p(t - \tau_i)$$

t_0 时刻的接收功率为:

$$\begin{aligned} |r(t)|^2 &= \frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} r(t) r^*(t) dt \\ &= \frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} \frac{1}{4} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} a_j(t) a_i(t) p(t - \tau_j) p(t - \tau_i) \exp(j(\theta_j - \theta_i)) \right\} dt \end{aligned}$$

脉冲测量信号情况 (3)

- 经化简得:

$$|r(t)|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} a_i^2(t_0)$$

- 假设多径分量接收功率构成了一个随机过程，其中各分量有随机分布的幅度和相位，可以证明，脉冲测量信号平均小尺度接收功率为：

$$E_{a,\theta}[P_{WB}] = E_{a,\theta} \left[\sum_{i=0}^{N-1} |a_i \exp(j\theta_i)|^2 \right] \approx \sum_{i=0}^{N-1} \overline{a_i^2}$$

连续波测量信号情况 (1)

- 令测量信号的复包络为: $c(t) = 2$
- 则瞬时接收信号的复包络为: $r(t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i(t, \tau))$
- 瞬时接收功率为:

$$|r(t)|^2 = \left| \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i(t, \tau)) \right|^2$$

- 平均接收功率为:

$$E_{a,\theta}[P_{\text{CW}}] = E_{a,\theta} \left[\left| \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i) \right|^2 \right] \approx \sum_{i=0}^{N-1} \overline{a_i^2} + 2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0, j \neq i}^N r_{ij} \overline{\cos(\theta_i - \theta_j)}$$

- 其中, $r_{ij} = E_a[a_i a_j]$ 为路径幅度相关系数。

连续波测量信号情况 (2)

- 当 $\overline{\cos(\theta_i - \theta_j)} = 0$ 或 $r_{ij} = 0$ 时, 有:

$$E_{a,\theta}[P_{\text{CW}}] \approx \sum_{i=0}^{N-1} \overline{a_i^2}$$

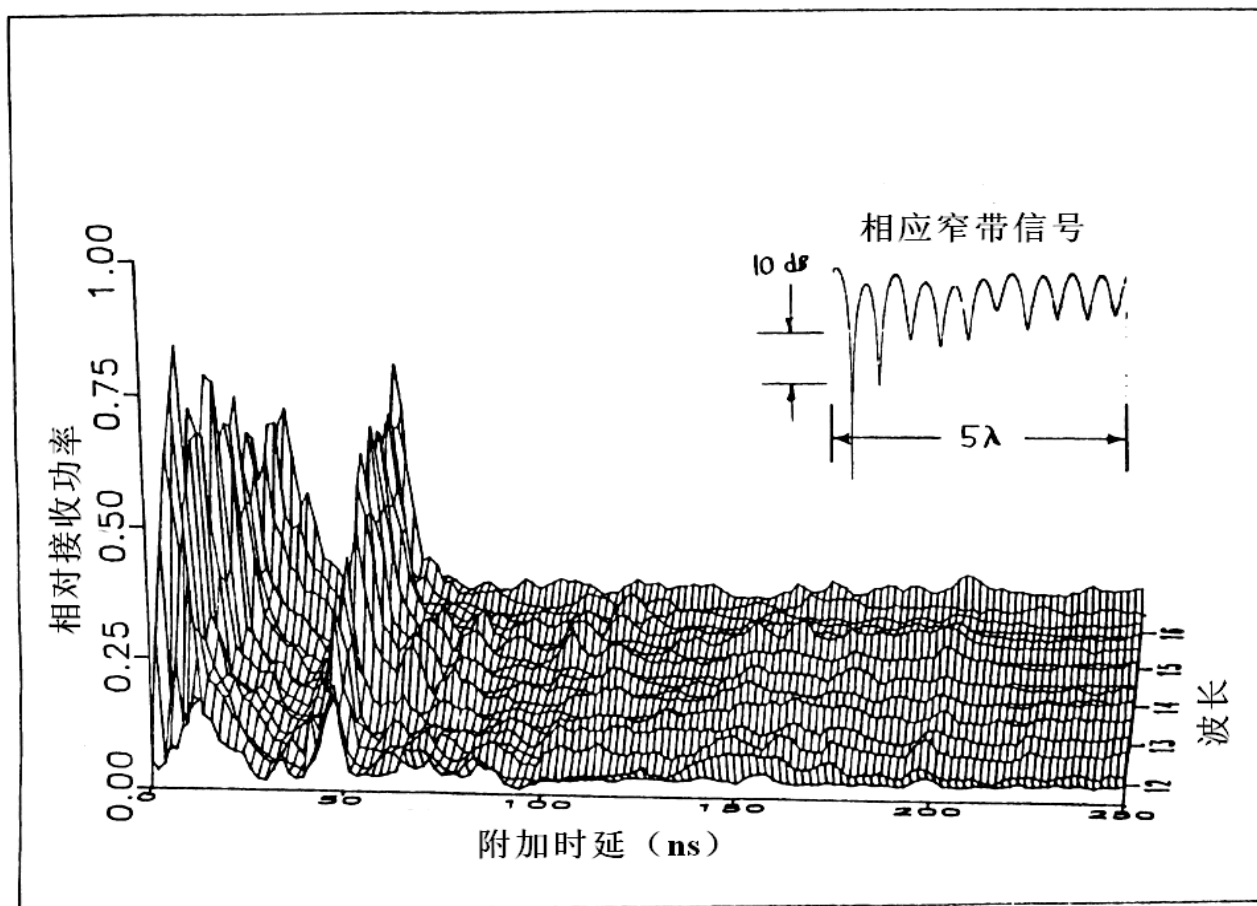
- 此种情况出现的条件为:
 - 多径分量的相位分布在 $[0, 2\pi]$ 之间;
 - 不同路径分量的幅度不相关。
- 这两个条件对大多数环境都成立。



结论

- 接收的宽带和窄带信号的平均总功率是相等的。
- 当传输信号的带宽远大于信道带宽时，接收机可分离多径分量。
- 当传输信号的带宽小于信道带宽时，多径分量不可分离，并会导致大幅度的衰落。

实测的冲激响应



室内，4GHz载频，5倍波长的尺度上



移动多径信道的描述参数

移动无线信道中同时存在两个效应：

多径传播效应和**多普勒效应**。

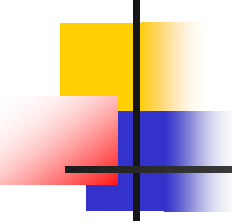
前者造成信号的时延扩展，后者造成信号的频率扩展。那么，

1. 如何描述多径时延？
2. 如何描述多普勒频率扩展？



■ 多径时延的统计描述

- 1) 功率延迟分布 $P(\tau)$
- 2) 平均附加时延 $\bar{\tau}$
- 3) 均方根时延扩展 σ_τ
- 4) 信道的相关带宽 B_c
- 5) 时间的延迟对应于频率的相关程度

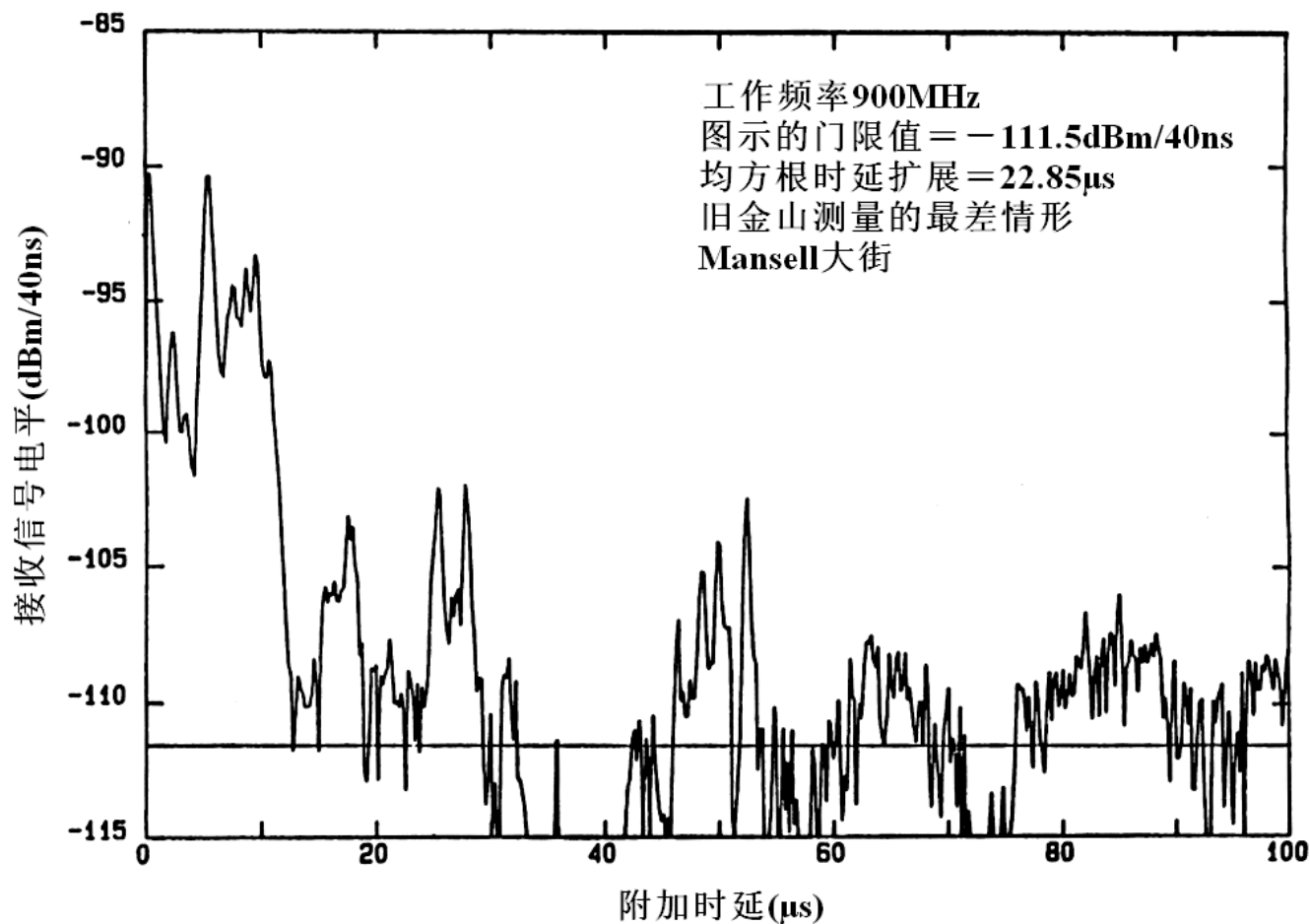
- 
- 功率延迟分布 $P(\tau)$: 自变量 τ 是相对于固定时延参考的附加时延（所谓固定时延参考可以是最先到达接收机的那个多径分量的传播时延），**函数 $P(\tau)$ 表示瞬时接收功率的平均值随附加时延的变化情况。**



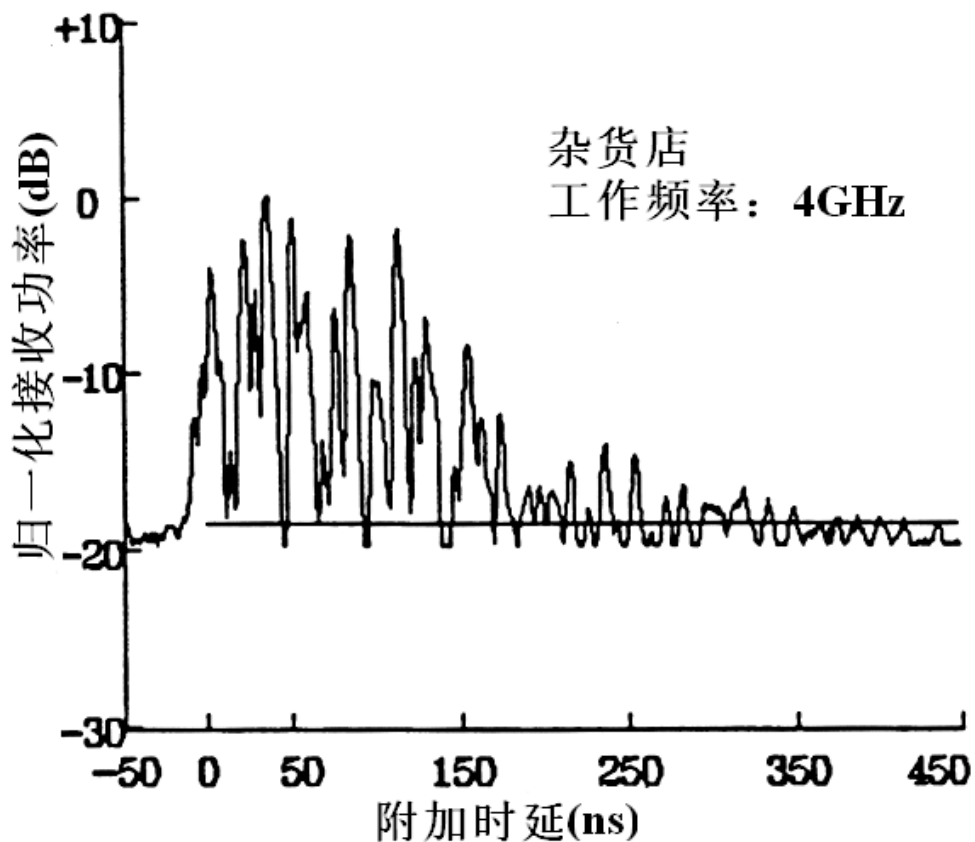
功率延迟分布的测量

- 多数多径信道的参数都与功率延迟分布有关，一般主要考虑其统计特性。为了获得其统计特性，可通过信道测量获得瞬时功率延迟分布，在求其统计值，便可获得功率延迟分布的特性。在信道测量时，为了避免大尺度衰落的影响，一般情况应满足以下条件：
 - 采样的空间距离小于 $1/4\lambda$;
 - 对室外情况，接收机的移动距离小于6m
 - 对室内情况，接收机的移动距离小于2m

室外的功率延迟分布例



室内功率延迟分布例





就功率延迟分布的说明

- 总的来说，接收功率随附加时延增长而衰减，直至不能从噪声中分辨出信号功率为止。
- 理论上，人们曾经建立过这样的功率延迟分布模型：

$$P(\tau) = \frac{1}{\bar{\tau}} \exp\left(-\frac{\tau}{\bar{\tau}}\right), 0 < \tau < \infty$$

即功率随附加时延的增长呈指数衰减规律，其中 $\bar{\tau}$ 为附加时延平均值。



时间色散参数

- 平均附加时延
- 均方根（RMS）时延扩展
- 最大附加时延（XdB）

平均附加时延

- 平均附加时延 $\bar{\tau}$ 是功率延迟分布的一阶矩。表示附加时延相对于附加时延为0s的平均偏离状况。即，

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k}{\sum_k P(\tau_k)}$$

一阶
原点矩

其中， τ_k 为第 k 条路径的相对时延， $P(\tau_k)=a_k^2$ 这条路径的（相对）平均接收功率。

均方根（RMS）时延扩展

- 均方根（RMS）时延扩展 σ_τ 是功率延迟分布的二阶矩的平方根。表示附加时延在 周围散布的情况。即，

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - \bar{\tau}^2}$$

二阶中心矩的开方

其中，

$$\bar{\tau}^2 = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k^2}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k^2}{\sum_k P(\tau_k)}$$

。

RMS延迟扩展的典型测量值

RMS延迟扩展的典型测量数据

Environment	Frequency (MHz)	RMS Delay Spread (σ_τ)	Notes	Reference
Urban	910	1300 ns avg. 600 ns st. dev. 3500 ns max.	New York City	[Cox75]
Urban	892	10–25 μ s	Worst case San Francisco	[Rap90]
Suburban	910	200–310 ns	Averaged typical case	[Cox72]
Suburban	910	1960–2110 ns	Averaged extreme case	[Cox72]
Indoor	1500	10–50 ns 25 ns median	Office building	[Sal87]
Indoor	850	270 ns max.	Office building	[Dev90a]
Indoor	1900	70–94 ns avg. 1470 ns max.	Three San Francisco buildings	[Sei92a]

均方根时延扩展的典型值在室外是微秒 (μ s) 级的, 室内为纳秒 (ns) 级的。



最大附加时延 ($X\text{dB}$)

- 最大附加时延 ($X\text{dB}$) 表示多径信号能量从初值衰落到低于最大能量 $X\text{dB}$ 的时间间隔，即

$$\tau_x - \tau_0$$

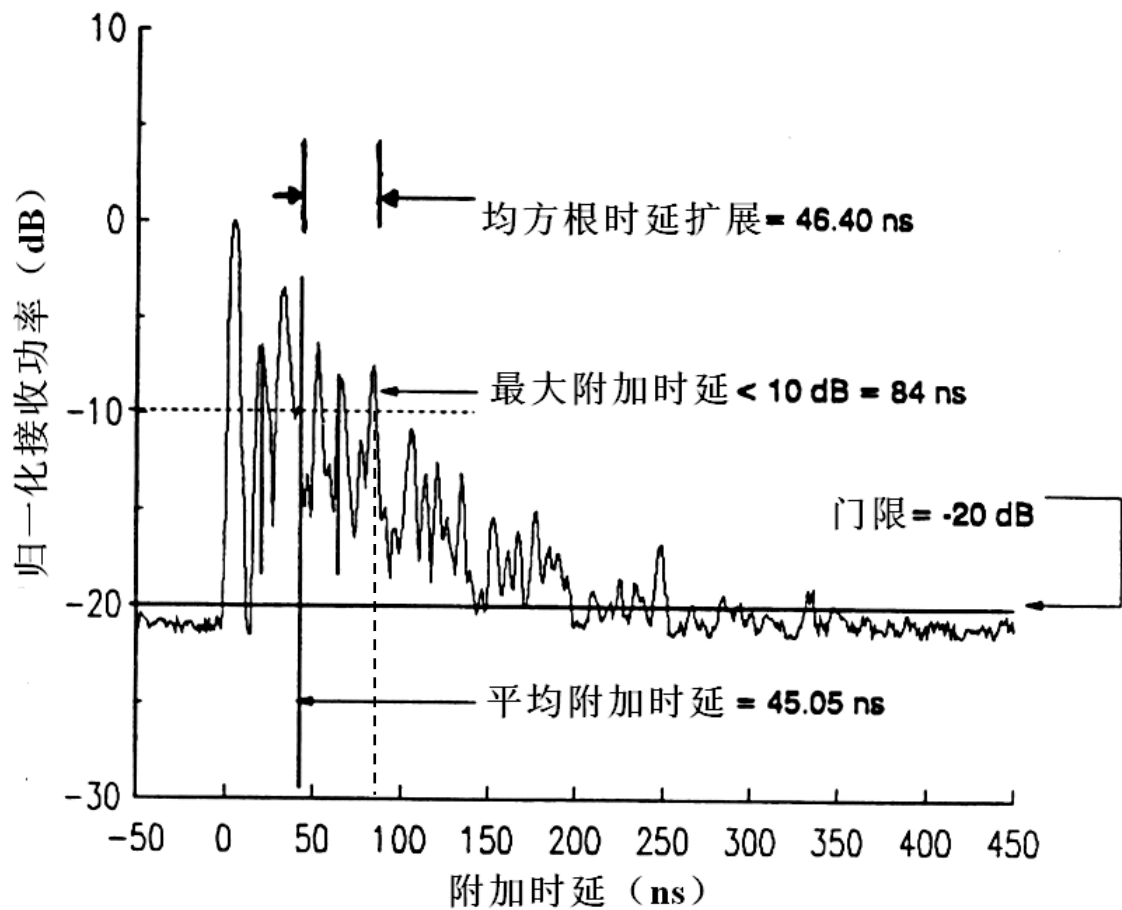
- 其中， τ_0 表示第一个多径分量到达的时间； τ_x 表示功率值高于最大功率值减去 $X\text{dB}$ 的多径分量的最晚的到达时间。



噪声门限对时间色散参数的影响

- 噪声门限用于区分接收的多径分量与噪声
- 如果噪声门限设的太低，本来的噪声就会被当作多径信号处理，导致 $\bar{\tau}$ 、 τ^2 和 σ_τ 的值人为地升高。
- 如果噪声门限设的太高，则会丢失某些多径分量，导致 $\bar{\tau}$ 、 τ^2 和 σ_τ 降低。

室内信道实例



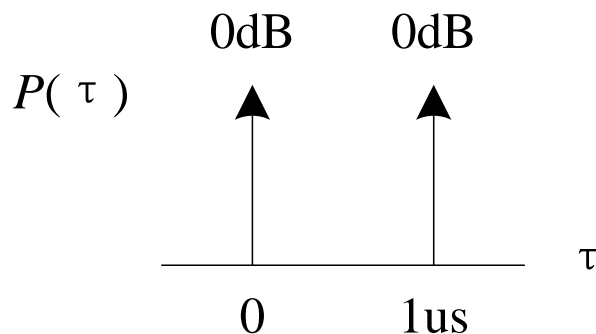


计算提示

- $P(\tau)$ 往往是相对信号功率;
- 如果给定的是多径分量相对功率的dB值, 在进行计算前应将其换算为相对功率的比值再代公式。

习题（课本pp138例5.4）

- 功率延迟分布如图所示。
 - （a）计算功率延迟分布的RMS时延扩展；
 - （b）如果使用BPSK调制，则不使用均衡器通过此信道传输的最大比特速率是多少？

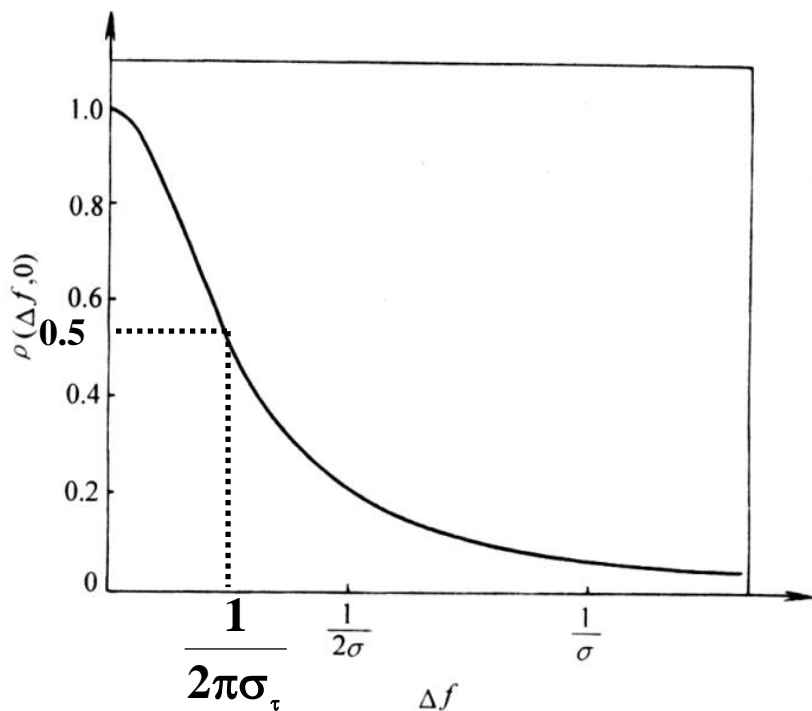


接收信号间的幅度（包络）相关系数

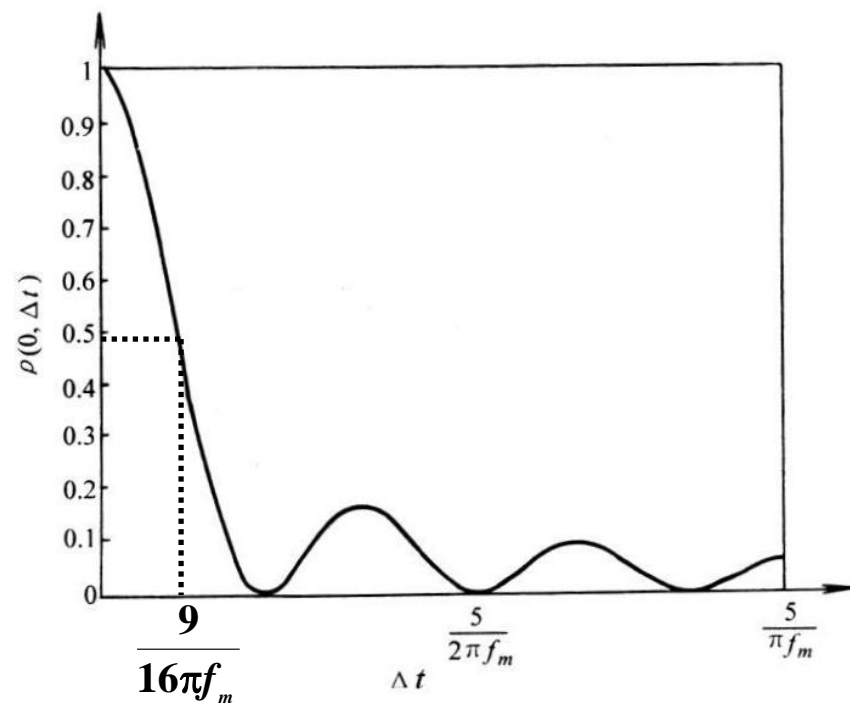
- 当假定功率延迟分布呈指数规律衰减时，理论上可以得到两个不同接收信号之间的幅度相关系数。两信号的不同之处在于二者之间的频率差为 Δf ，时间差为 Δt ，假定在同一位置（ $\Delta z=0$ ）观察这两个信号的幅度状况。有如下结论：

$$\rho(\Delta f, \Delta t, \Delta z = 0) = \frac{J_0(2\pi f_m \Delta t)}{1 + (2\pi \Delta f)^2 \sigma_\tau^2},$$

其中， $J_0()$ 代表零阶第一类贝塞尔函数， f_m 为最大多普勒频移， σ_τ 为均方根时延扩展。 $0 \leq \rho \leq 1$ 。



幅度相关性 ($\Delta t=0$ 时)



幅度相关性 ($\Delta f=0$ 时)

相关带宽 B_c

- 信道的相相关带宽 B_c 是一个频率范围，该范围内的任意两个频率分量的幅度相关性较强——这两个频率分量将经历相似的衰落（信道引起的幅度变化规律趋向一致）。我们可以定义信号的幅度相关系数 $\rho(\Delta f, \Delta t=0, \Delta z=0)$ ，并可以计算得到当 $\rho=0.9$ 时，

$$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau},$$

而 $\rho=0.5$ 时，

$$B_c = \frac{1}{2\pi\sigma_\tau} \approx \frac{1}{5\sigma_\tau}。$$



时间的延迟对应于频率的相关程度

- 确切地说，相关带宽与均方根时延扩展之间呈反比关系，这就是说，多径信道所造成的时间延迟程度越明显，该信道的相关带宽就越窄——**对传输信号中不同频率分量的选择性就越强**。反之，相关带宽会越宽——不同频率分量将经历相似的衰落，信道对不同频率分量的影响是相似的。
- 另一方面，较大的多径时延会引起码间干扰，导致接收信号的时域波形失真，这时为克服码间干扰的影响，在接收端一般要设置均衡器。按照前面的结论，**当信道在频域具有较强选择性的时候，这样的信道将导致传输信号的时域波形失真**。



基于多径时延扩展的小尺度衰落分类

小尺度衰落分类 (基于多径时延扩展)

平坦衰落

1. 信号带宽 \ll 相关带宽
2. 时延扩展 \ll 符号周期

频率选择性衰落

1. 信号带宽 $>$ 相关带宽
2. 时延扩展 $>$ 符号周期

■ 通常，当 $T_s > 10\sigma_\tau$ ，信道为平坦衰落信道；反之，信道为频率选择性信道。

平坦衰落信道特性

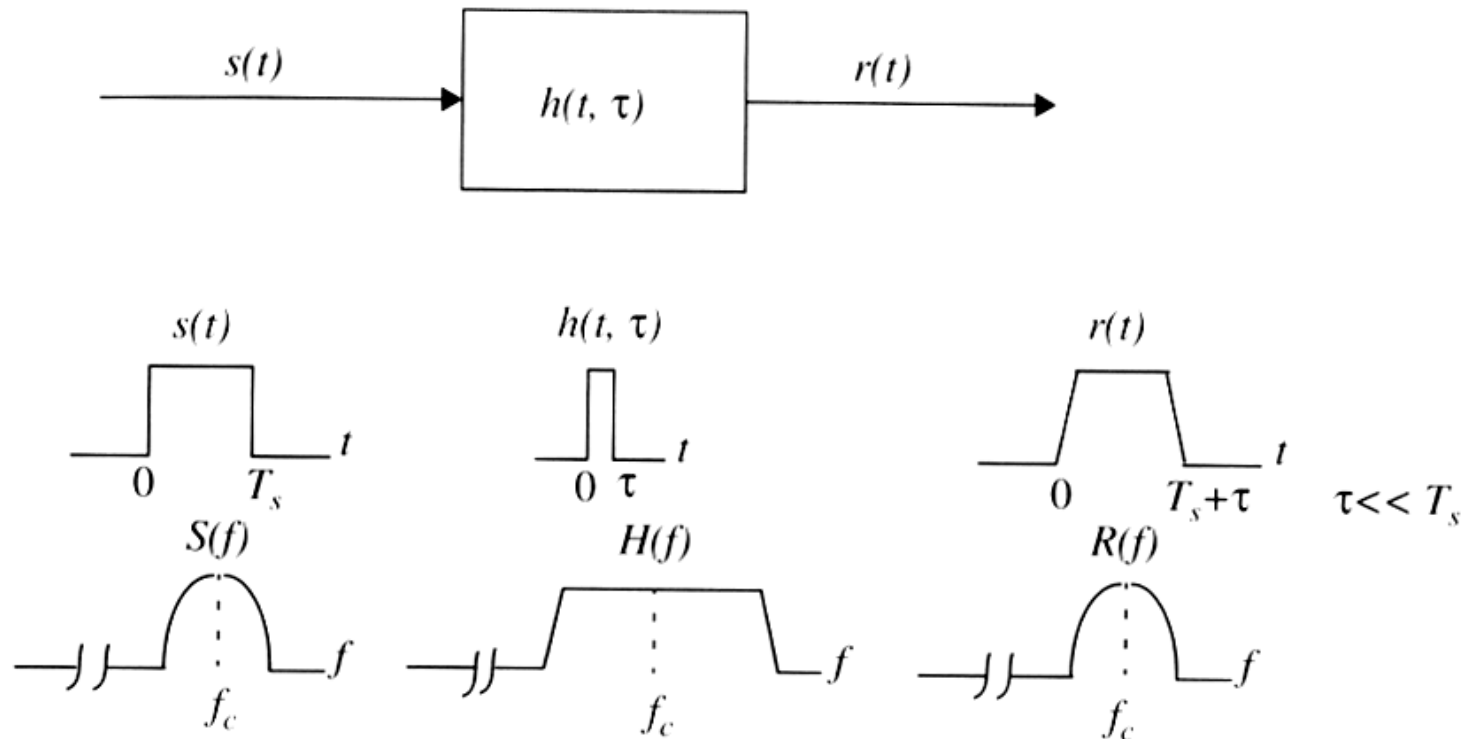


Figure 5.12 Flat fading channel characteristics.



平坦衰落的特点

- 如上如所示，接收信号的频谱没有发生什么变化，但在实际传播环境中，信号强度仍然会因为多径传播而呈现出变化——发生衰落。有时还会出现深度衰落，即瞬时接收信号强度比接收机处的平均接收水平还要低得多——低20~40dB。从历史上看，它是技术文献中最常论及的衰落类型。平坦衰落的瞬时增益分布对设计无线链路非常重要，最常见的幅度分布是瑞利分布。

频率选择性衰落信道特性

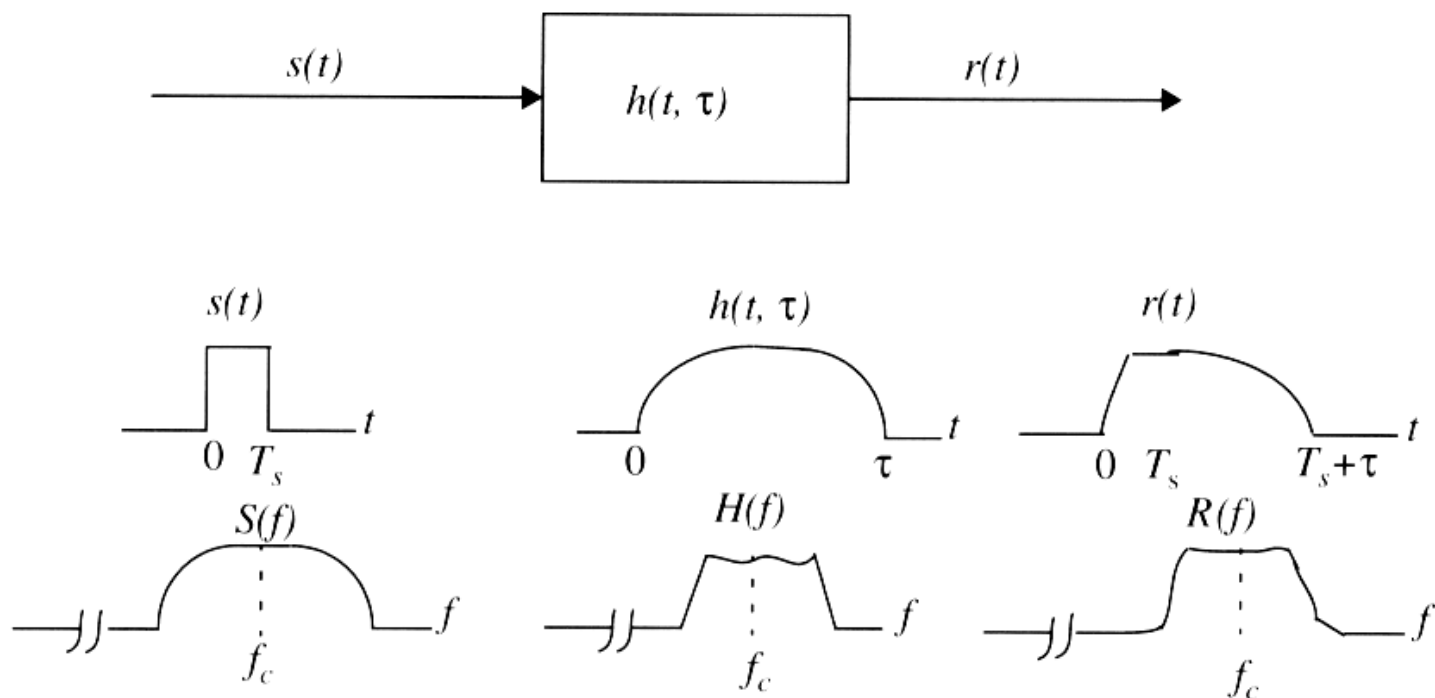


Figure 5.13 Frequency selective fading channel characteristics.



频率选择性衰落的特点

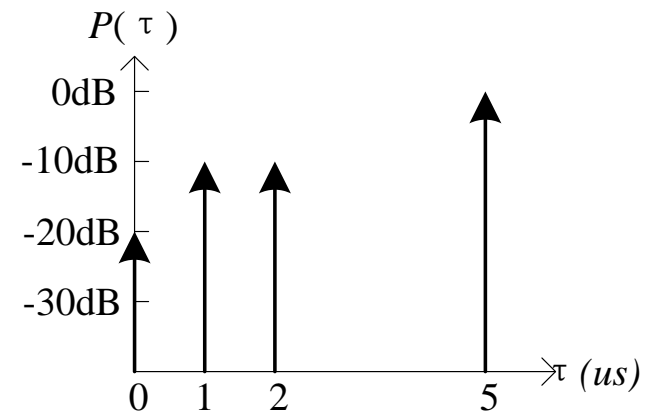
- 如上图所示，信道对信号的不同频谱分量的增益和相位的作用不同，导致信号失真。从时域来看，由于信道冲激响应的多径时延大于发送信号波形的符号周期，因此在一个符号周期接收到的信号会包括其他符号的多径信号，从而引起符号间干扰（ISI）。

基于多径时延扩展的小尺度衰落比较

衰落类型 比较项	平坦衰落	频选择性衰落
发生条件	$B_S \ll B_C$ 或 $T_S \gg \sigma_\tau$	$B_S > B_C$ 或 $T_S < \sigma_\tau$
频域情况	信道增益可能随时间变化，但信道在任何时刻对信号各频率分量的增益是一致的。	信道在任何时刻对信号各频率分量的增益有所不同——具有频率选择性。
时域情况	码间干扰可以忽略，可以不使用均衡器	码间干扰严重，不需使用均衡器

例(pp-139例5.5)

- 计算如图所示的功率延迟分布的附加时延、rms时延扩展及最大附加时延（10dB）。设信道取相关值为50%的相干带宽，则该系统在不使用均衡器的条件下对AMPS或GSM业务是否合适？





解

- 首先将功率有dB值转换为为比值：

$$0\text{dB}=1, -10\text{dB}=0.1, -20\text{dB}=0.01$$

- 各分布的实验测量相对于第一个可测信号，所给型号的平均附加时延为：

$$\bar{\tau} = \frac{1 \times 5 + 0.1 \times 1 + 0.1 \times 2 + 0.01 \times 0}{0.01 + 0.1 + 0.1 + 1} = 4.38 \mu\text{s}$$

- 给定功率延迟分布的二阶矩可算得为（课本上的翻译有误）：

$$\bar{\tau}^2 = \frac{1 \times 5^2 + 0.1 \times 1^2 + 0.1 \times 2^2 + 0.01 \times 0^2}{0.01 + 0.1 + 0.1 + 1} = 21.07 \mu\text{s}^2$$

- 
- 所以rms时延扩展为：

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{21.07 - 4.38^2} = 1.37\mu\text{s}$$

- 由图得最大附加时延为（10dB）： $5\mu\text{s}$
- 相干带宽为：

$$B_c = \frac{1}{5\sigma_{\tau}} = \frac{1}{5 \times 1.37 \times 10^{-6}} = 146\text{kHz}$$

- 因为 B_c 大于30kHz,所以AMPS系统不需均衡器就能正常工作。为GSM所需的带宽为200kHz，超过了所得的 B_c ，所以GSM需要均衡器才能够正常工作。



信道的时变特性

- 时延扩展和相干带宽参数是用于描述信道时间色散的两个参数，它们描述了信道对不同频率信号的选择性，但是它们并未提供描述信道时变特性的信息。
- 信道的时变特性主要是由于移动台与基站之间的相对运动引起的，或者是由电波传播路径上的物体的运动引起的。即时变特性的主要原因是运动，因此可用多普勒扩展和相干时间来描述小尺度内信道的时变特性。



多普勒频率扩展和相干时间

- 多普勒功率谱 $S(f)$
- 多普勒扩展 B_D
- 信道的相干时间 T_C
- 频率的扩展对应于时间的相干性



多普勒扩展

- 多普勒扩展 B_D 为一频率范围，在此范围内接收的多普勒谱为非零值。它体现了信道对信号在频域的扩展程度。设发送信号为正弦波 f_c ，则接收信号的频率为：

$$f = f_c + f_d = f_c + \frac{v}{\lambda} \cos \theta$$

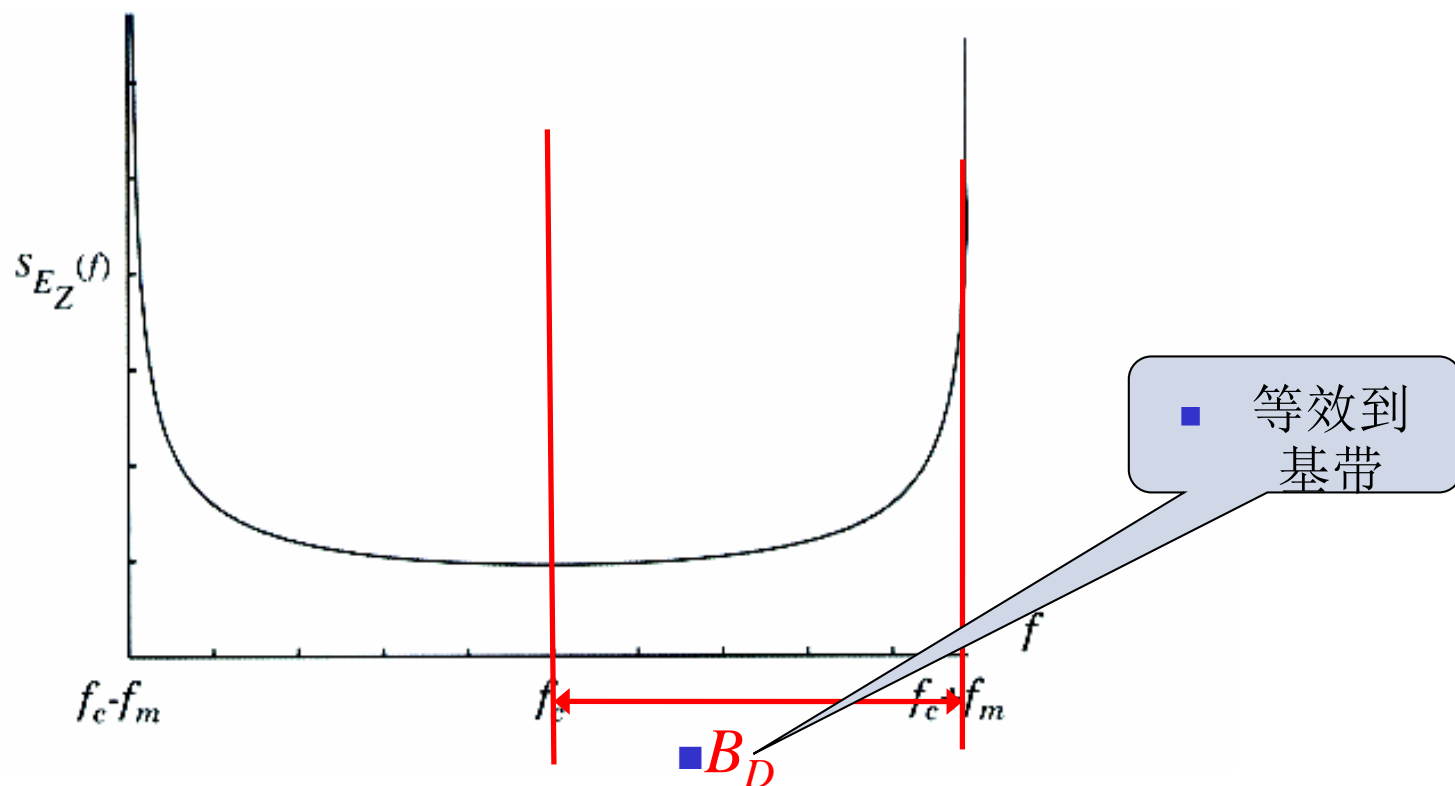
- θ 取不同值时，可得：

$$f_{\max} = f_c + \frac{v}{\lambda} \quad f_{\min} = f_c - \frac{v}{\lambda}$$

- 则 $B_D = \frac{2f_m}{2} = \frac{v}{\lambda} = \frac{vf_c}{c}$

- 如果基带信号带宽远远大于 B_D ，则可忽略多普勒扩展的影响。

未调制载波的多普勒功率谱



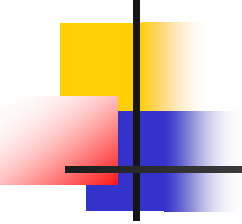


信道的相干时间

- 信道的相干时间 T_c 表示信道冲激响应维持不变的时间间隔的平均值。相干时间是一个时间区间，在这个时间范围内先后出现的信号在幅度上具有较强的相关性。
- 可将相干时间看作是多普勒扩展在时域的表示，它应该与多普勒扩展成反比，即：

$$T_c \approx \frac{1}{f_m}$$

其中 f_m 为最大多普勒频移，MS以速率 v 匀速移动时， $f_m = v/\lambda$ 。

- 
- 仍然考虑信号的幅度相关系数 $\rho(\Delta f=0, \Delta t, \Delta z=0)$ ，并可以计算得到当 $\rho=0.5$ 时有：

$$T_c \approx \frac{9}{16\pi f_m} = \frac{0.179}{f_m}$$

- 现代数字通信中，一般取上面两个式子的几何平均，即：

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}} = \frac{0.423}{f_m}$$

- 信道的相干时间 T_c 与其多普勒频移 f_m 呈反比关系，即多普勒频移所引起的频域扩展程度越严重，信道相干时间就越短。此时，对于数字信号而言，甚至是一个码元期间的不同时间分量也有可能受到信道引起的非常不同的影响。



频率的扩展对应于时间的相干性

- 信道的相干时间与最大多普勒频移之间呈反比关系，这就是说，多径信道所造成的频率扩展程度越明显，该信道的相干时间就越短——对不同时间分量的选择性就越强。反之，相干时间会越长——不同时间分量将经历相似的衰落，信道对不同时间分量的影响是相似的。
- 信道的相干时间是一个时间区间的概念，这个时间区间越短就意味着信道随时间变化的越快，这一点跟我们的直观感觉是一致的，比如在一辆高速移动的汽车上进行接收信号测量，在同样的时间段上观察，相对于另一辆低速移动的汽车上进行同样的测量，前一种情形下接收信号将经历更多的变化。

基于多普勒扩展的小尺度衰落分类

小尺度衰落分类 (基于多普勒扩展)

慢衰落

1. 多普勒扩展 \ll 信号带宽
2. 相干时间 \ll 符号周期

信道变化比基
带信号变化慢

快衰落

1. 多普勒扩展 $>$ 信号带宽
2. 相干时间 $>$ 符号周期

信道变化比基
带信号变化快



基于多普勒扩展的小尺度衰落比较

衰落类型 比较项	慢衰落	快衰落
发生条件	$B_S \gg B_D$ 或 $T_S \ll T_C$	$B_S < B_D$ 或 $T_S > T_C$
时域情况	静态信道，可以假定在一个符号持续期间信道的时域增益恒定不变。	动态信道，在一个符号持续期间信道是时变的。
频域情况	信号频谱不失真	由于频域扩展严重，信号频谱失真



总结（1）

- 由于同时存在两种不同的信道效应：多径时延效应和多普勒效应，所以小尺度衰落可以区分为不同的类型。类型的划分要看在信道上传输的**基带信号的基本参数**和**特定效应下信道的基本参数**之间的关系。



总结（2）

- 基带信号的基本参数为:

$$\begin{cases} \text{信号带宽 } B_s, \\ \text{符号周期 } T_s, \end{cases} \quad B_s \sim \frac{1}{T_s} \quad .$$

- 信道基本参数有两组:

多径时延效应

$$\begin{cases} \text{信道相关带宽 } B_C, \\ \text{均方根时延扩展 } \sigma_\tau, \end{cases} \quad B_C \sim \frac{1}{\sigma_\tau}$$

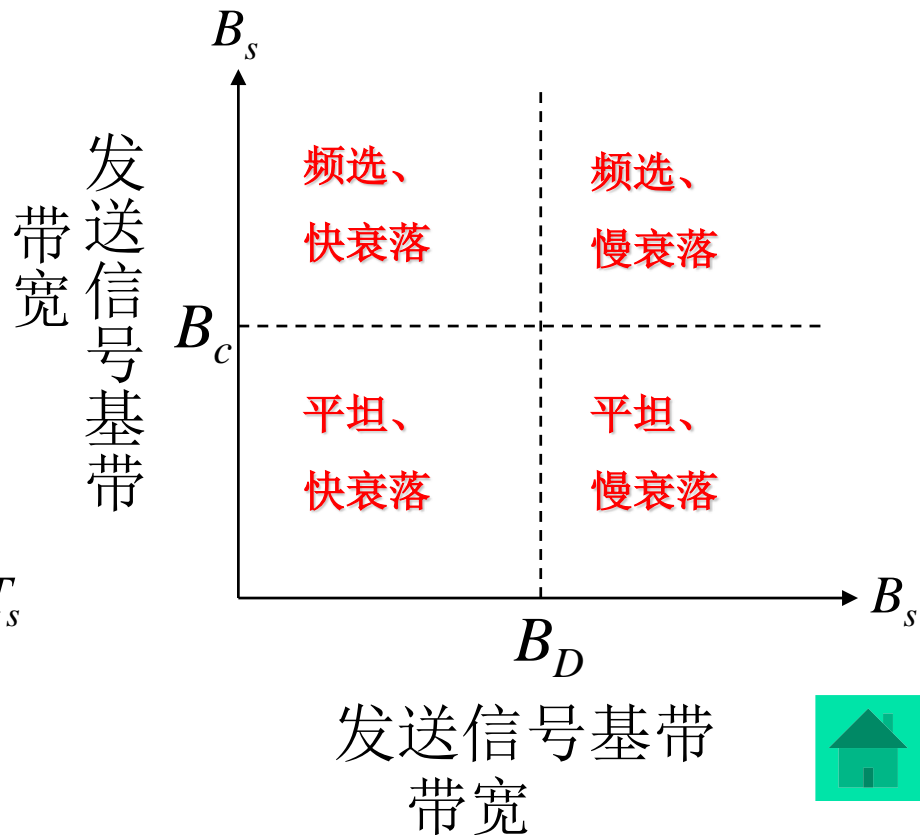
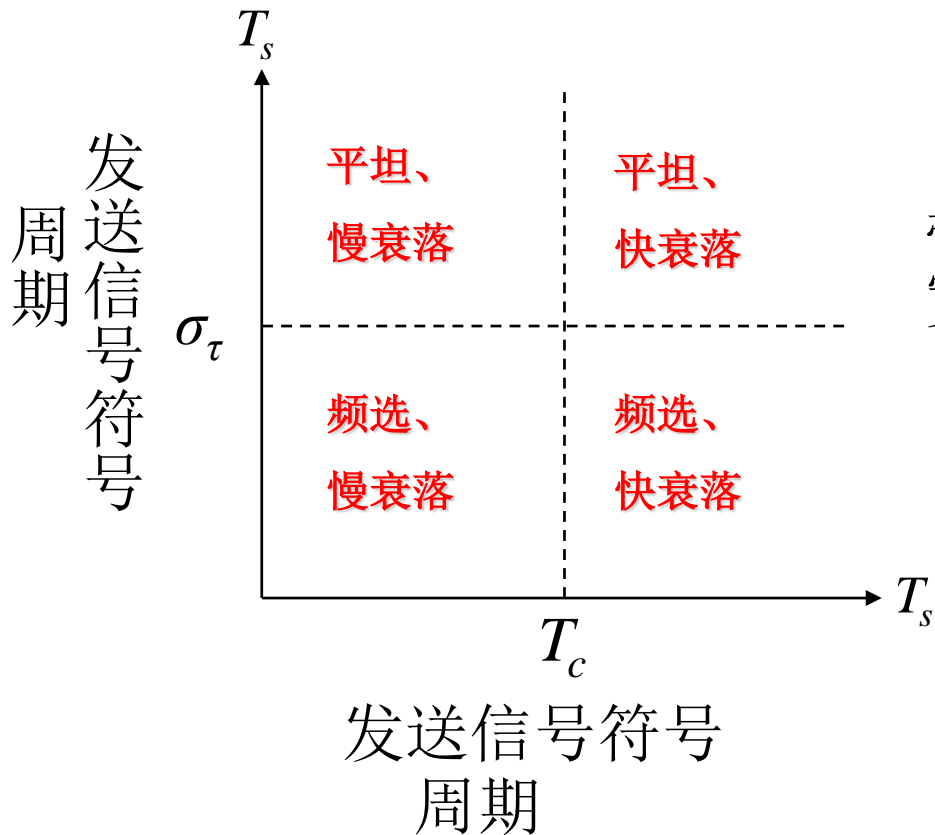
多普勒效应

$$\begin{cases} \text{信道多普勒扩展 } B_D, \\ \text{信道相干时间 } T_C, \end{cases} \quad T_C \sim \frac{1}{B_D}$$

练习

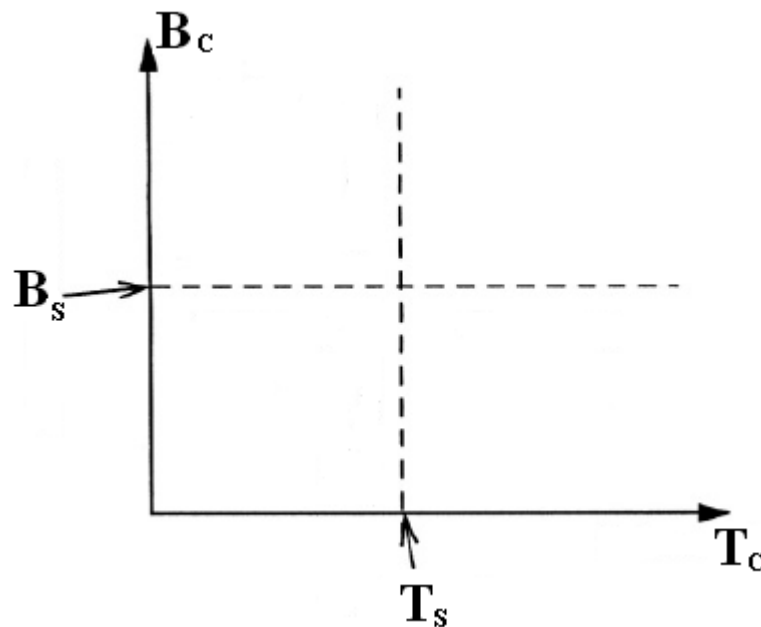
a) 按时间（时延）区分信道类型

b) 按带宽（频率扩展）区分信道类型



习题

- 试在下面的坐标图中填写衰落类型：





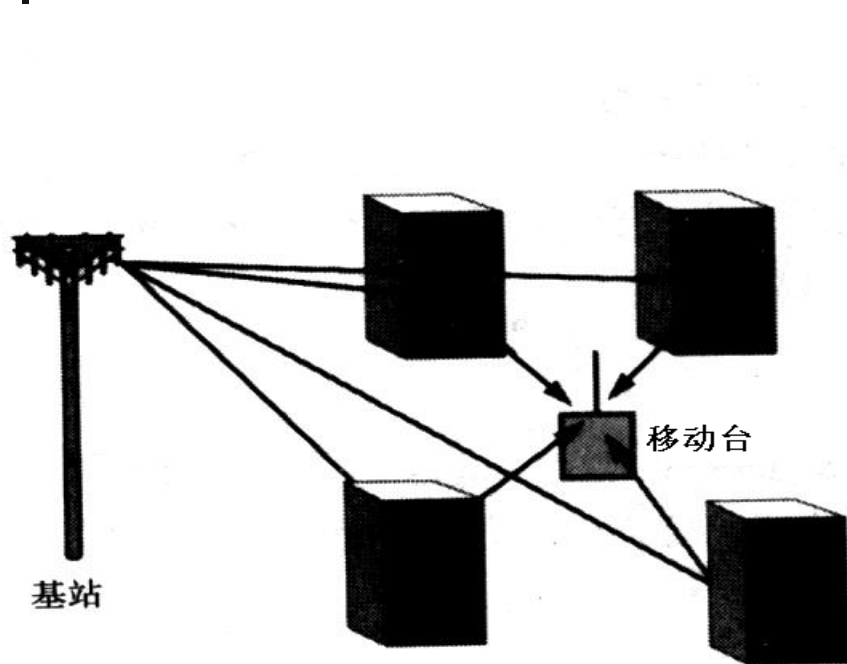
瑞利衰落分布（1）

- 在陆地移动通信中，移动台往往受到各种障碍物和其它移动体的影响，以致到达移动台的信号是来自不同传播路径的信号之和，如图所示。假设基站发射的信号为

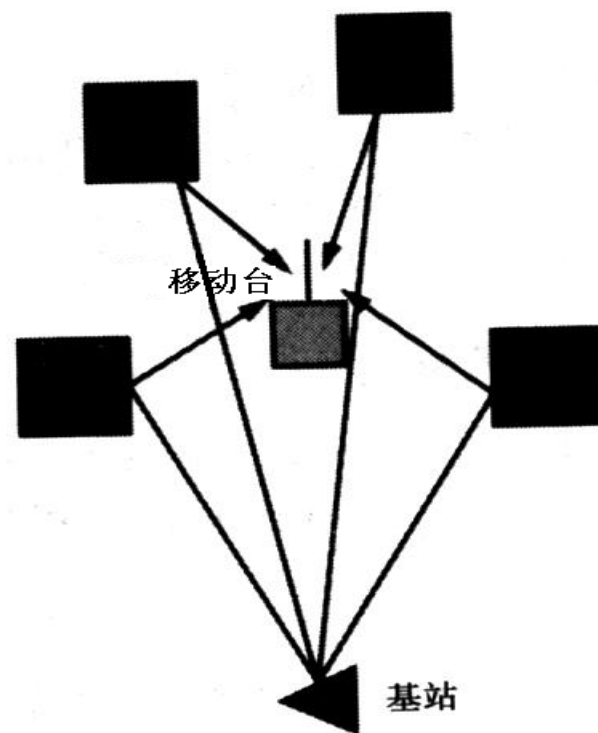
$$S_0(t) = \alpha_0 \exp[j(\omega_0 t + \phi_0)]$$

式中， ω_0 为载波角频率， ϕ_0 为载波初相。经反射(或散射)到达接收天线的第 i 个信号为 $S_i(t)$ ，其振幅为 α_i ，相移为 ϕ_i 。

宏小区中移动台处入射波的散射状分布



侧视图



俯视图

移动台远离基站，移动台附近散射体高度接近或高于移动台的高度。



瑞利衰落分布（2）

- 假设 $S_i(t)$ 与移动台运动方向之间的夹角为 θ_i ，其多普勒频移值为

$$f_i = \frac{v}{\lambda} \cos \theta_i = f_m \cos \theta_i$$

- 式中， v 为车速， λ 为波长， f_m 为 $\theta_i=0^\circ$ 时的最大多普勒频移，因此 $S_i(t)$ 可写成

$$S_i(t) = \alpha_i \exp \left[j \left(\phi_i + \frac{2\pi}{\lambda} v t \cos \theta_i \right) \right] \exp [j(\omega_0 + \phi_0)]$$



瑞利衰落分布 (3)

- 假设 N 个信号的幅值和到达接收天线的方位角是随机的且满足统计独立，则接收信号为

$$S(t) = \sum_{i=1}^N S_i(t)$$

- 令：

$$\psi_i = \phi_i + \frac{2\pi}{\lambda} vt \cos \theta_i$$

$$x = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cos \psi_i = \sum_{i=1}^N x_i$$

$$y = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin \psi_i = \sum_{i=1}^N y_i$$



瑞利衰落分布（4）

- 则 $S(t)$ 可写成

$$S(t) = (x + jy) \exp[j(\omega_0 t + \phi_0)]$$

- 由于 x 和 y 都是独立随机变量之和，因而根据概率的中心极限定理，大量独立随机变量之和的分布趋向正态分布，即有概率密度函数为：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)$$



瑞利衰落分布（5）

- 式中， σ_x 、 σ_y 分别为随机变量 x 和 y 的标准偏差。 x 、 y 在区间 dx 、 dy 上的取值概率分别为 $p(x)dx$ 、 $p(y)dy$ ，由于它们相互独立，所以在面积 $dxdy$ 中的取值概率为

$$p(x,y)dxdy = p(x)dx \cdot p(y)dy$$

式中， $p(x, y)$ 为随机变量 x 和 y 的联合概率密度函数。

- 假设 $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ ，且 $p(x)$ 和 $p(y)$ 均值为零，则：

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$



瑞利衰落分布 (6)

- 通常，二维分布的概率密度函数使用极坐标系 (r, θ) 表示比较方便。此时，接收天线处的信号振幅为 r ，相位为 θ ，对应于直角坐标系为

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x}$$

- 由雅克比行列式得到：

$$p(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$$



瑞利衰落分布（7）

- 将上式分别对 θ 和 r 积分可分别得到 r 和 θ 的分布：

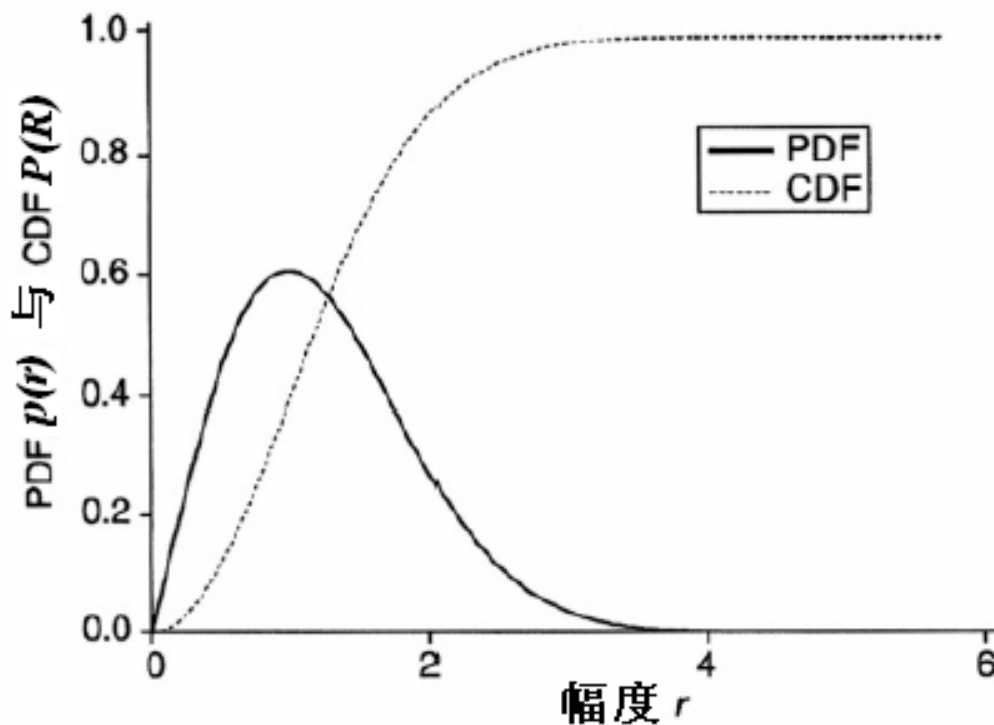
$$p(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) d\theta = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad r \geq 0$$

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^\infty r \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr = \frac{1}{2\pi} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

即接收信号的包络服从瑞利分布，其相位服从0到 2π 的均匀分布。

瑞利分布的概率密度函数

- 瑞利分布的概率密度函数和累积分布函数曲线

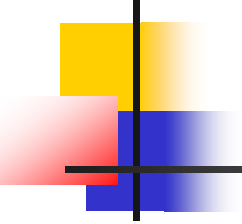


[假定 $\sigma=1$]



瑞利分布的特点

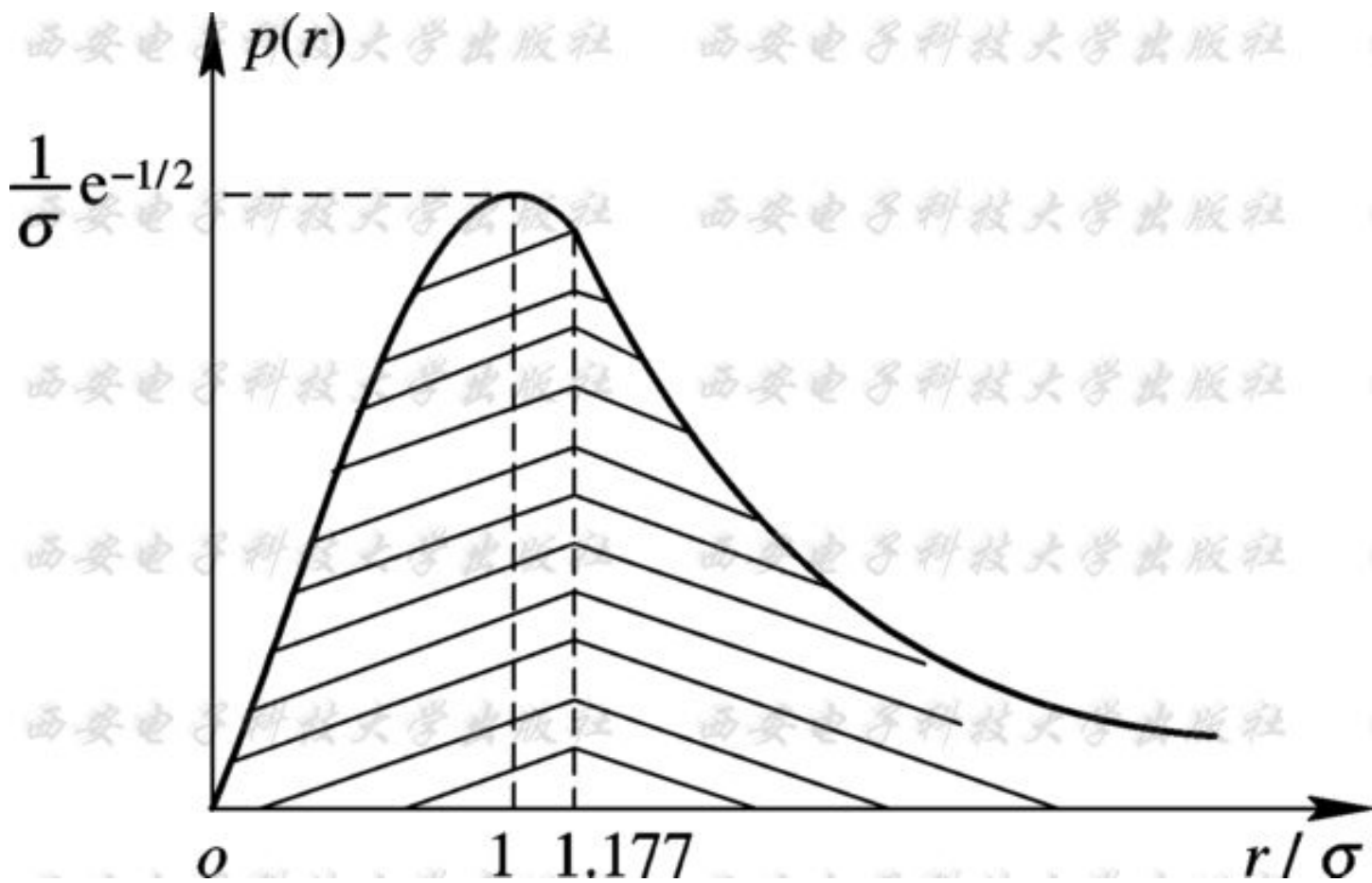
- 瑞利分布的各个统计量由参数 σ 确定。假定接收信号包络为 r ，则：
 - r 的均值，即 $E[r]=1.253 \sigma$;
 - r 的方差，即 $E[r^2]-E^2[r]=0.429 \sigma^2$;
 - r 的RMS，即 $(E[r^2])^{1/2}=1.414 \sigma$;
 - r 的中值，记作 $r_{median}=1.177 \sigma$ 。

- 
- 当 $r=\sigma$ 时, $p(r)$ 为最大值, 表示 r 在 σ 值出现的可能性最大, 有:

$$p(\sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\right)$$

- 当 $r = \sqrt{2 \ln 2} \sigma = 1.177 \sigma$ 时, 有

$$\int_0^{1.77\sigma} p(r) dr = \frac{1}{2}$$



- 
- 信号包络低于 σ 的概率为

$$\int_0^{\sigma} p(r)dr = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right) = 0.39$$

- 同理，信号包络 r 低于某一指定值 $k\sigma$ 的概率为

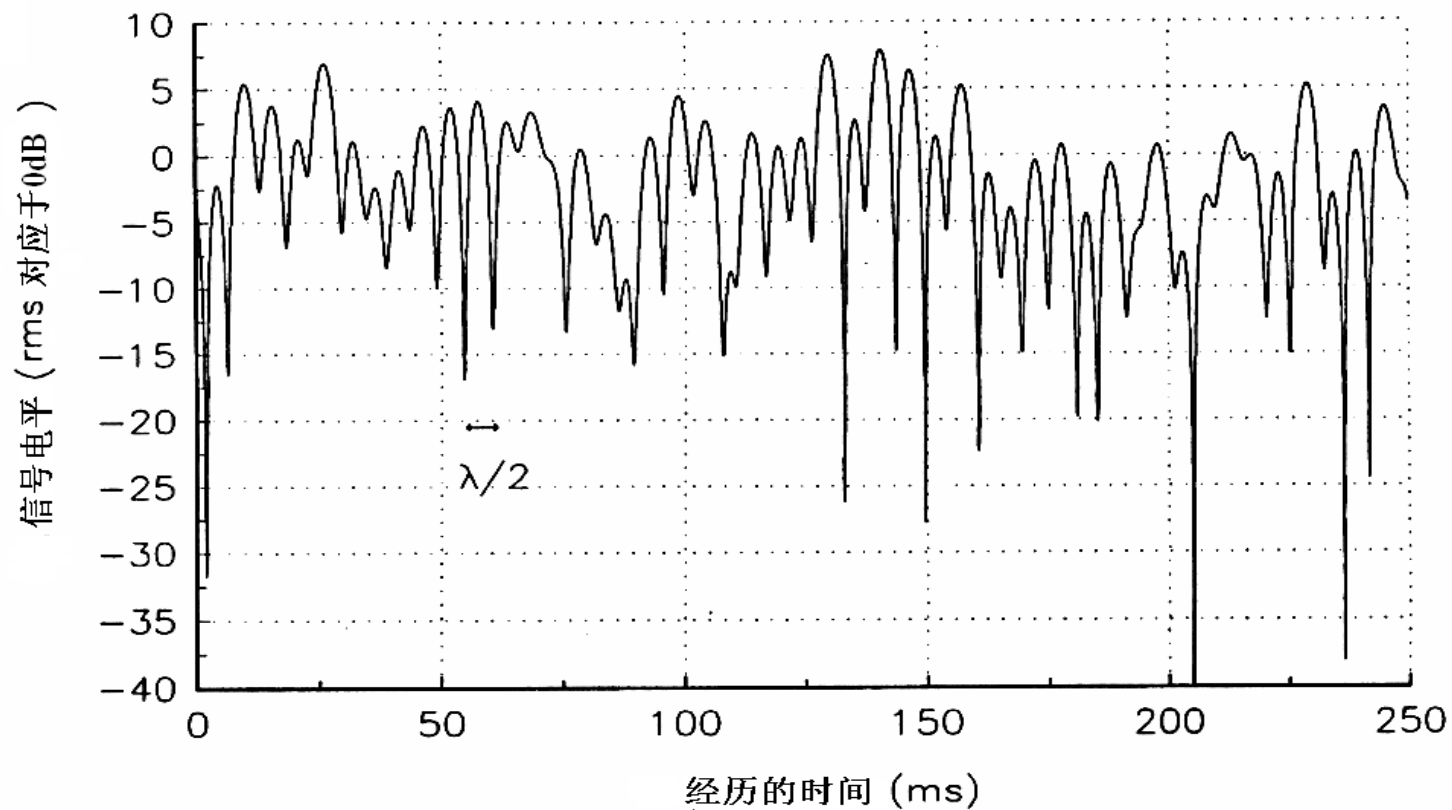
$$\int_0^{k\sigma} p(r)dr = 1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2}\right)$$



结论

- 若信道为平坦衰落信道，接收信号的包络通常服从瑞利（Rayleigh）分布。服从瑞利分布的条件：
 - 多径分量的到达时间差别不大，码间干扰不明显；
 - 各个到达接收机的多径分量入射方向呈散射状分布，各多径分量具有近似相等的幅度。
- 瑞利衰落的衰落深度达到20~40dB。
- 衰落速率(每秒内信号包络经过中值次数的一半)约为30~40次/秒。

900 MHz 载频
接收机移动速度 = 120 km/hr





莱斯衰落分布

- 当发射机和接收机之间存在直射（视距，LOS）路径时，这个路径的信号将表现出明显强于其他多径分量的幅度值。此时接收信号的包络将服从莱斯（Ricean）分布。



莱斯分布的概率密度函数

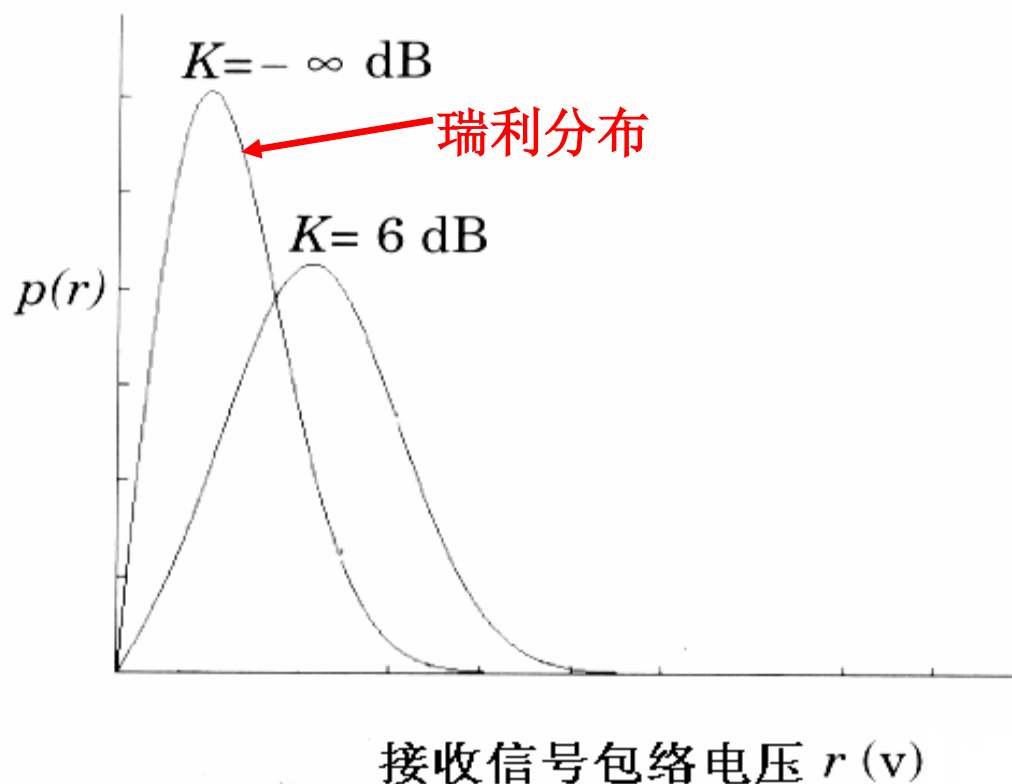
- 莱斯分布的概率密度函数 (*pdf*)

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Ar}{\sigma^2}\right) & , A \geq 0 \quad r \geq 0 \\ 0 & , r < 0 \end{cases}$$

其中， A 为主信号（LOS分量）的振幅峰值， $I_0()$ 是零阶1类修正贝塞尔（Bessel）函数。

莱斯分布的pdf曲线

- 莱斯分布的pdf曲线: $K(\text{dB})=10\lg A^2/(2\sigma^2)$



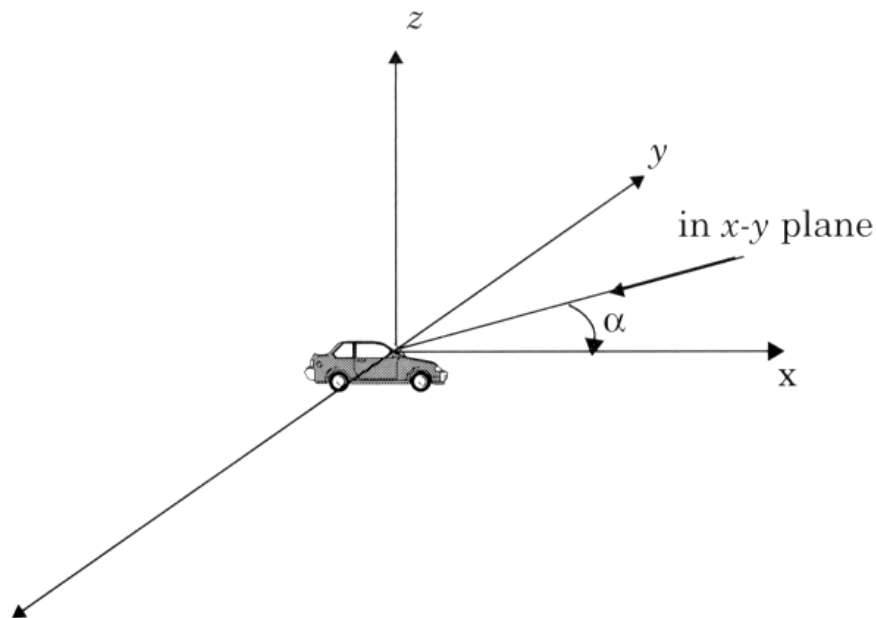


平坦衰落的Clarke模型

- 目前已经出现了许多多径模型，用以说明移动信道的统计特性。第一个模型由Ossana提出，它基于入射波与建筑物表面随机分布的反射波的相互干涉。由于Ossana对于市区而言既不灵活也不准确，因此Clarke建立了一种统计模型，其移动台接收信号的场强的统计特性基于散射，更加适用于市区。

Clarke衰落模型的假设条件

- 发射天线垂直极化
- 接收天线的电磁场由 N 个平面波组成
- 这些平面波具有随机的附加相位和入射角，以及相等的平均幅度（不存在LOS），且经历相似的衰落。



接收天线的电场和磁场强度

$$\begin{cases} E_z(t) = E_0 \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_c t + \theta_n) \\ H_x(t) = \frac{E_0}{\eta} \sum_{n=1}^N C_n \sin \alpha_n \cos(2\pi f_c t + \theta_n) \\ H_y(t) = -\frac{E_0}{\eta} \sum_{n=1}^N C_n \cos \alpha_n \cos(2\pi f_c t + \theta_n) \end{cases}$$

可证明接收电场包络服从瑞利分布

- 其中 E_0 是本地平均电场的实际幅度值， C_n 是表示不同电波幅度的实数随机变量， η 是自由空间的固有阻抗， f_c 是载波频率。第 n 个到达分量的随机相位 θ 为

$$\theta_n = 2\pi f_n t + \varphi_n, \quad f_n = \frac{v}{\lambda} \cos \alpha_n$$



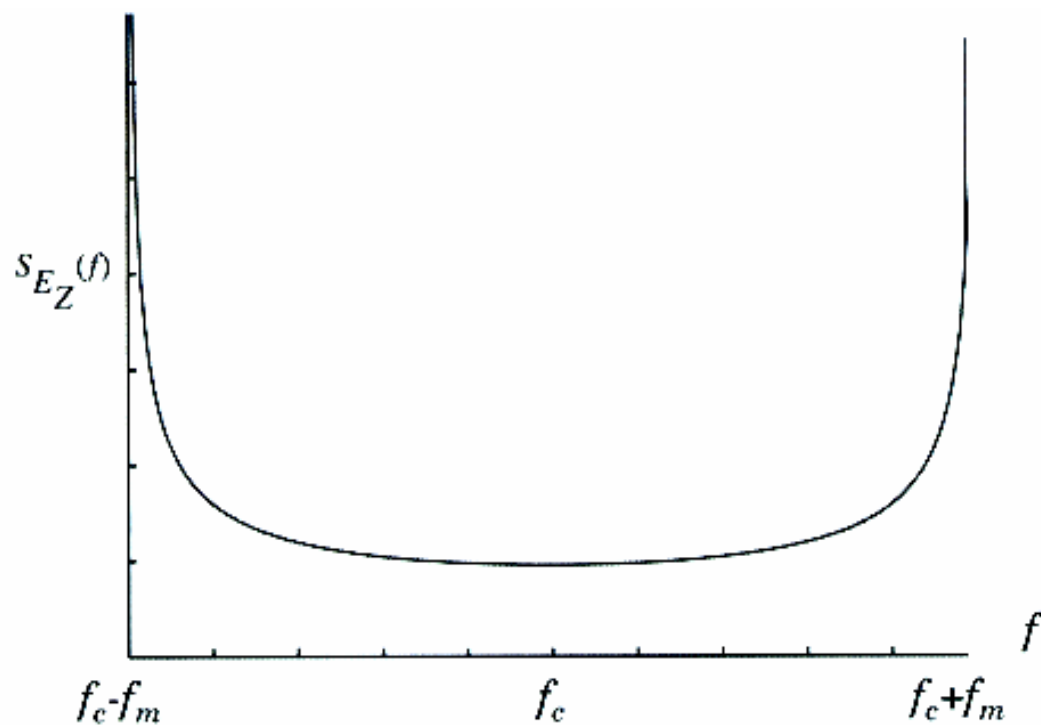
Clarke模型的谱分析

- 对于 $\lambda/4$ 天线以及入射角在 $0 \sim 2\pi$ 之间均匀分布的情况，Clarke模型中由于多普勒扩展生成的频谱为：

$$S_{E_z}(f) = \frac{1.5}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_m} \right)^2}}$$

其中 f_m 为最大多普勒频移。其频谱集中在载频附近，超出 $f_c \pm f_m$ 范围的频谱为0，如下页图所示。

未调制载波的多普勒功率谱





Clarke衰落模型仿真的理论依据

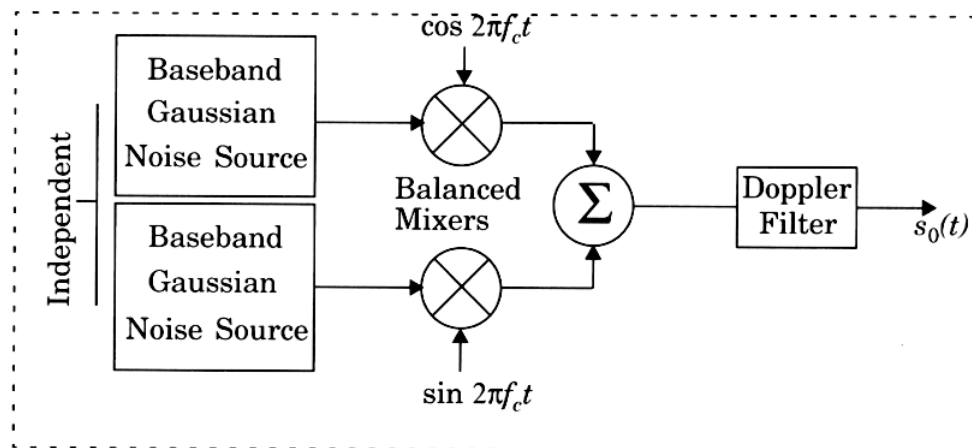
- 在Clarke模型中，若N足够大， $E_z(t)$ 可看作是高斯随机变量，可用同相和正交分量表示：

$$\begin{aligned} E_z(t) &= E_0 \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_{ct} + \theta_n) \\ &= T_c(t) \cos 2\pi f_c t - T_s(t) \sin 2\pi f_c t \end{aligned}$$

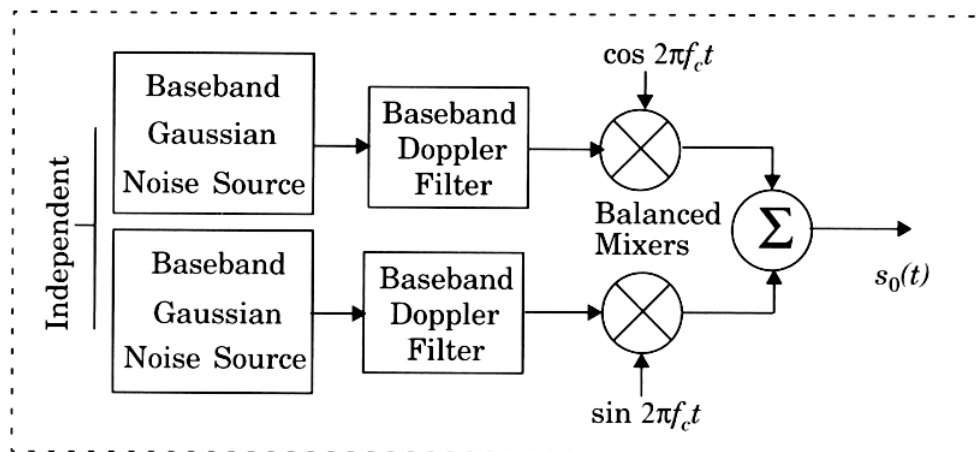
其中：

$$\begin{cases} T_c(t) = E_0 \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_n t + \varphi_n) \\ T_s(t) = E_0 \sum_{n=1}^N C_n \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) \end{cases}$$

正交调幅的仿真模型

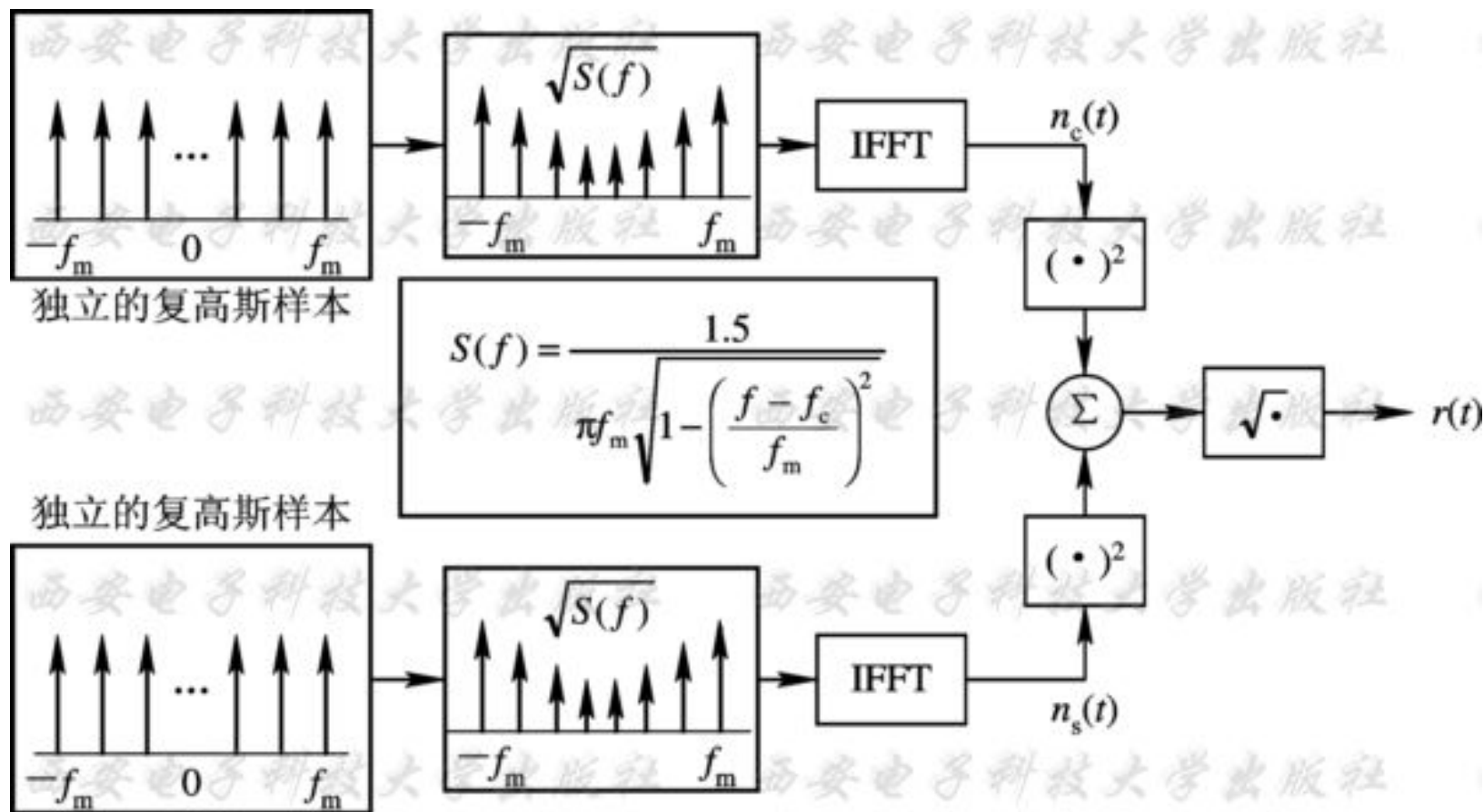


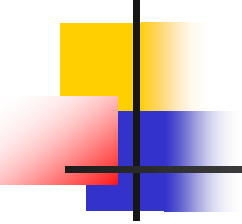
(a)



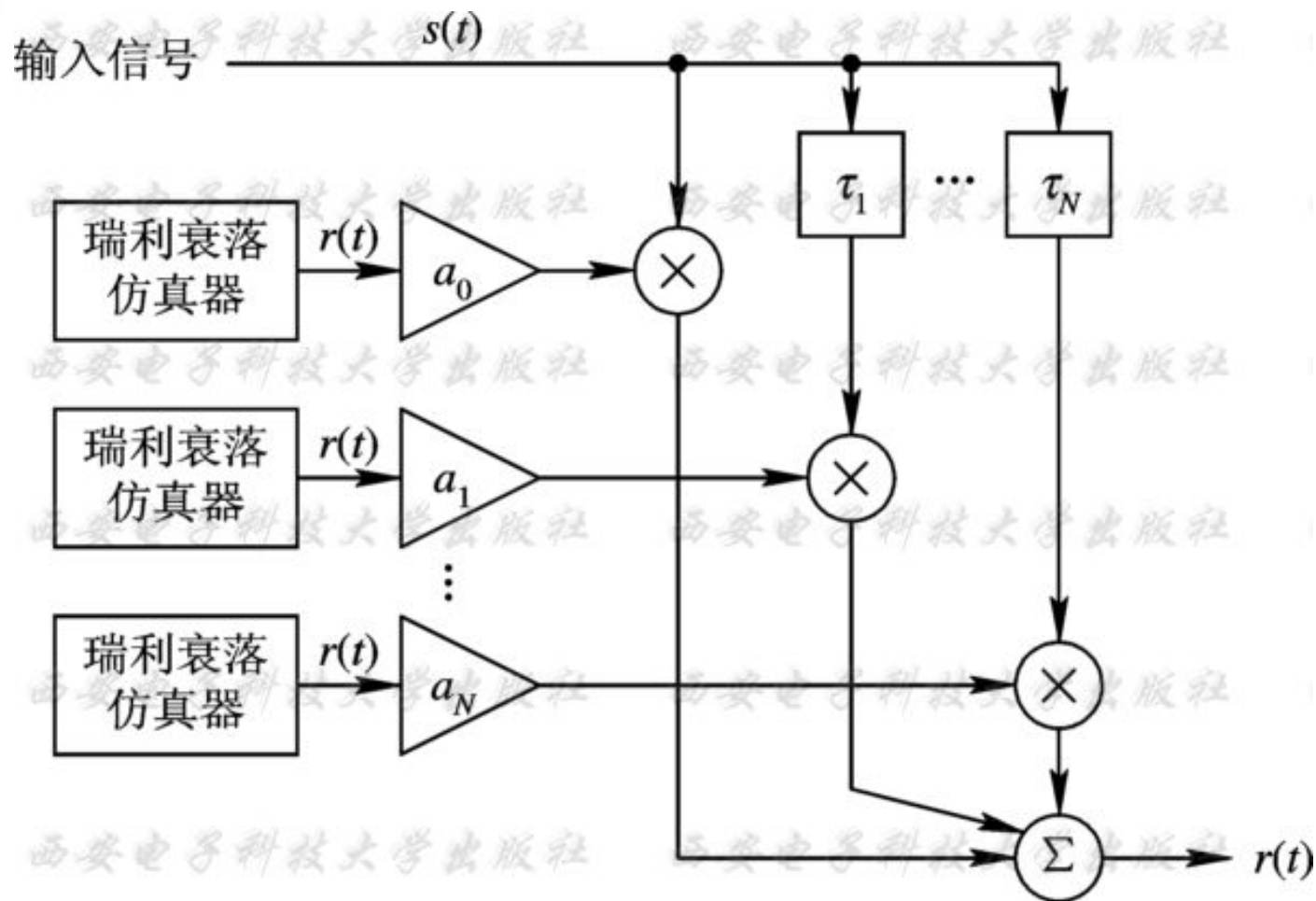
(b)

基带瑞利衰落仿真器的频域实现



- 
- 首先产生独立的复高斯噪声的样本，并经过FFT后形成频域的样本；
 - 然后与 $S(f)$ 开方后的值相乘；
 - 经IFFT后变换成时域波形（每个复数高斯信号的IFFT是时域的纯实数高斯随机过程；
 - 再经过平方，将两路的信号相加和开方运算后，形成瑞利衰落的信号幅度。

多径信道的仿真





基于Matlab的多径信道的仿真

- `chan = rayleighchan(ts,fd,tau,pdb)`
 - `ts`: 数据采样;
 - `fd`: 多普勒频率扩展;
 - `tau`: 向量, 表示各个多径分量的附加时延, 第一个多径分量的附加时延为0, 单位为s;
 - `pdb`: 向量, 表示各个多径分量的平均路径增益值, 单位为dB。
- `data_rec_e = filter(chan, dtx);`
 - `chan`: 由`rayleighchan`生成的信道类;
 - `dtx`: 向量, 发送数据。



- ```
>> ch = rayleighchan(1/2400,1,[0 0.0021],[0 0]);
ch =

 ChannelType: 'Rayleigh' %信道类型
 InputSamplePeriod: 4.1667e-04 %数据的采样速率
 DopplerSpectrum: [1x1 doppler.jakes] %多普勒谱:jakes, gaussian
 MaxDopplerShift: 1 %最大多普勒扩展
 PathDelays: [0 0.0021] %路径时延
 AvgPathGaindB: [0 0] %各路径平均增益
 NormalizePathGains: 1 %归一化路径增益
 StoreHistory: 0 %是否记忆信道状态
 StorePathGains: 0 %是否保存信道实时增益值
 PathGains: [-0.1909 - 0.3670i -0.0419 - 0.2776i] %实时路径增益
 ChannelFilterDelay: 0 %信道滤波时的时延
 ResetBeforeFiltering: 1 %滤波之前是否对信道状态进行复位
 NumSamplesProcessed: 0 %处理的样点数
```



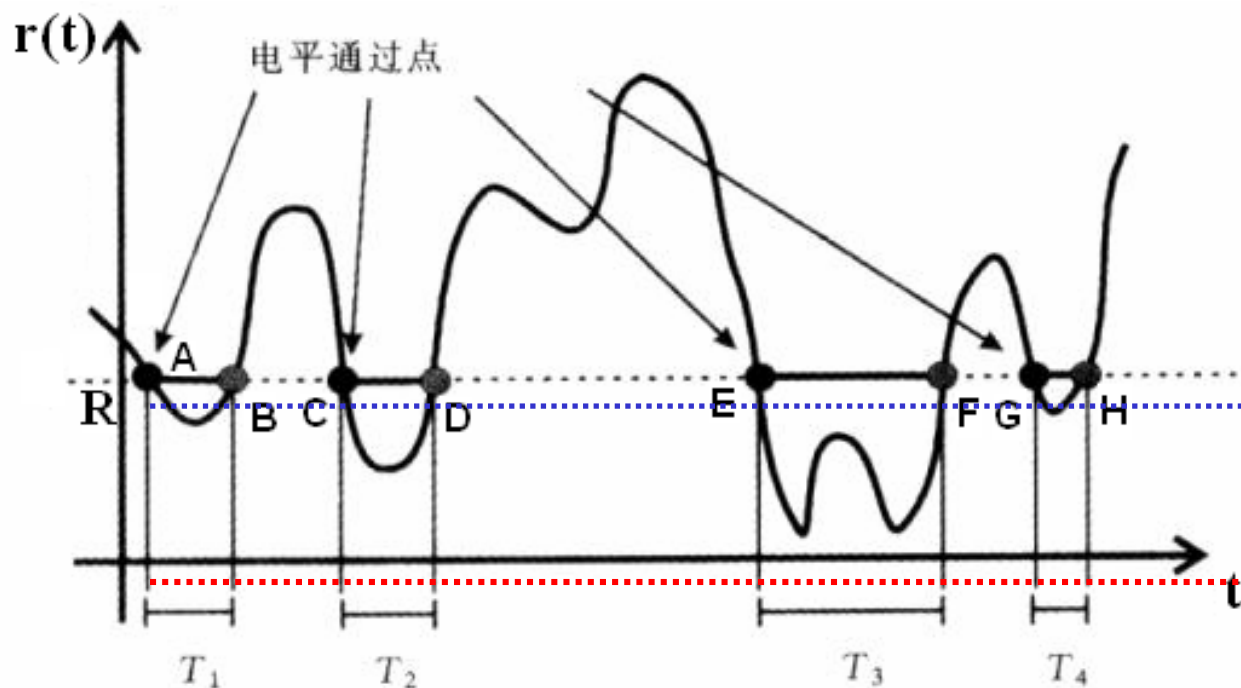
# 电平通衰落持续时间

---

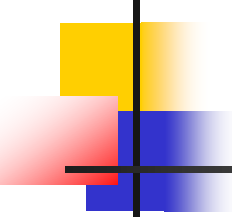
- 电平通过和衰落持续时间的概念
- 电平通过率的定义
- 电平通过率的计算
- 结论

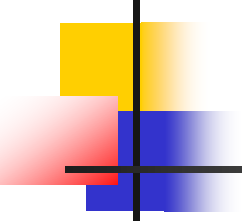


# 电平通过的概念



$r(t)$ 为接收信号的包络，它是一个随机过程。

- 
- 对于给定的包络电平 $R$ ，无论包络随时间变化以负斜率（图中A、C、E、G点）、还是正斜率（图中B、D、F、H点）通过电平 $R$ ，我们都称作发生了电平通过现象。
  - 我们也常常称电平掉到 $R$ 以下的状况为发生了衰落。
  - 因此，电平以负斜率通过 $R$ 一次就意味着将要发生一次衰落；而电平以正斜率通过 $R$ 一次就意味着刚刚发生了一次衰落。

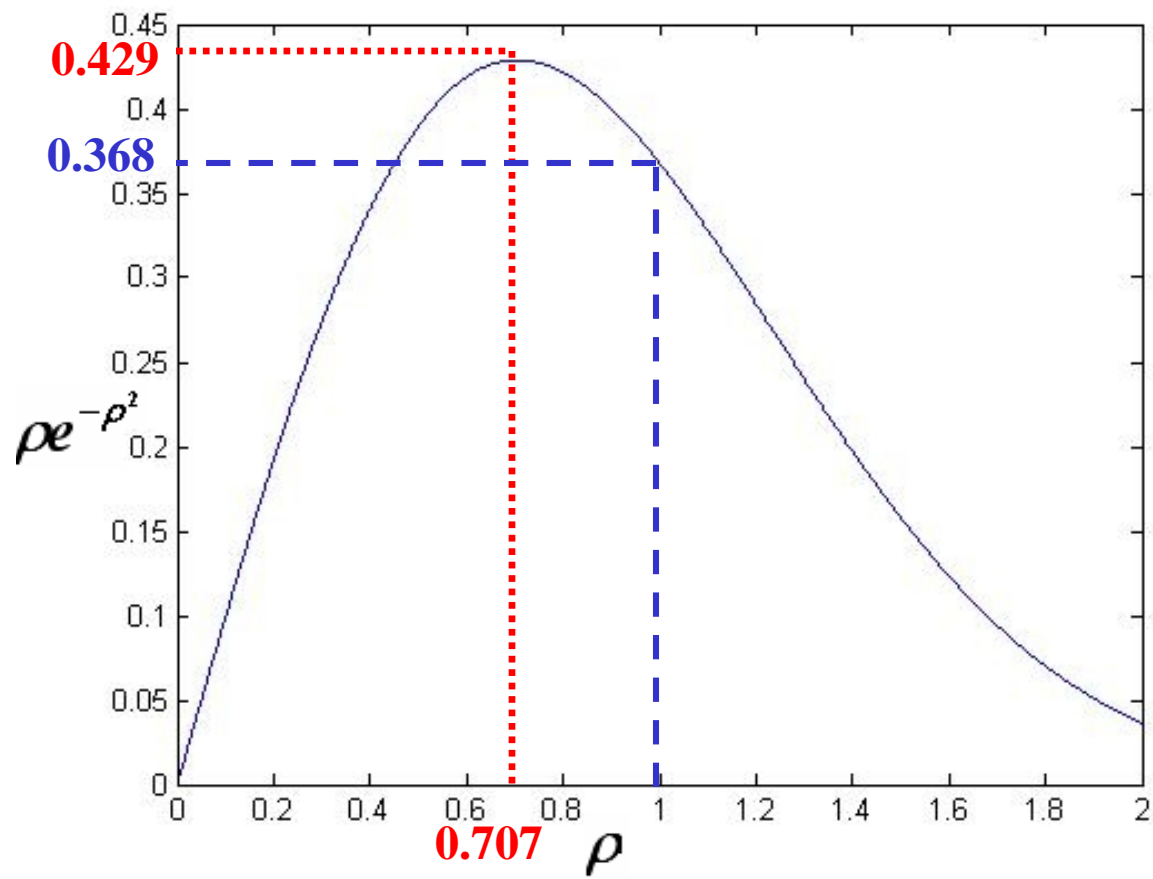
- 
- 在一定的观察持续时间上，包络电平以负斜率通过 $R$ （即出现包络电平掉到 $R$ 之下的情况）之后，将在比 $R$ 低的水平上维持一小段时间，但电平在这一小段时间之后**必定会**以正斜率通过 $R$ （即出现包络电平升到 $R$ 之上的情况）。
  - 我们将电平维持在 $R$ 以下的这小段时间称作衰落持续时间。

# 电平通过率的定义

- 指单位时间（如，一秒种）里，包络电平以正斜率（或负斜率）通过特定电平 $R$ 的平均次数。电平通过率 $N_R$ 为：

$$N_R = \int_0^{\infty} \dot{r} p(r = R, \dot{r}) d\dot{r} = \sqrt{2\pi} f_m \rho e^{-\rho^2},$$

其中， $\rho = R/R_{rms}$ 是特定电平 $R$ 的归一化值， $R_{rms} = 1.414\sigma$ ； $f_m$ 是最大多普勒频移； $p(r, \dot{r})$ 为包络 $r$ 和它的时间导数 $\dot{r}$ 的联合概率密度函数。一般假定 $r$ 服从瑞利分布。





## 结论（1）

---

- 由于 $f_m = v/\lambda$ ，所以 $N_R$ 是移动台速率 $v$ 的函数，且移动速率越快，电平通过率越高——单位时间内通过 $R$ 的平均次数越多。
- $\rho = 1/\sqrt{2} = 0.707$  时， $\rho e^{-\rho^2}$  取得最大值0.429。也就是说，当指定的电平 $R$ 刚好等于本地均方根（RMS）电平的70.7%时，电平通过率最高（假定移动台速率 $v$ 一定时）。而 $\rho$ 较小和 $\rho$ 更大时，电平通过率都不高。



## 结论（2）

---

- 电平通过率高，意味着单位时间里发生衰落的次数越多。所以相对于包络电平的本地RMS值，“浅衰落”（跟RMS值相比差得不太多）的发生是经常的，“深衰落”（跟RMS值相比差得很多）的发生是偶然的。



# 平均衰落持续时间

---

- 定义
- 计算
- 综合例





# 平均衰落持续时间的定义

- 接收信号的包络以负斜率通过某指定电平值 $R$ 后，持续低于该电平的平均时间。如前面图中所示的 $T1$ 、 $T2$ 、 $T3$ 、 $T4$ 是每次衰落的持续时间，在一定观察时间段上，对它们取平均。即在观察时间段上，统计衰落发生次数和每次衰落的持续时间，然后将各次衰落的持续时间加起来，用总衰落次数去除，所得数值就是平均衰落持续时间。

# 平均衰落持续时间计算（1）

- 依照定义平均衰落持续时间为，

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_i \tau_i}{N_R T} = \frac{1}{N_R} \bullet \frac{\sum_i \tau_i}{T},$$

其中， $\tau_i$ 为每次衰落的持续时间， $T$ 为观察时间， $N_R$ 为平均衰落率，则 $N_R T$ 就是观察时间内发生的总衰落次数。而在观察时间 $T$ 足够长时有：

$$\frac{1}{T} \sum_i \tau_i = \text{Prob}[r \leq R]$$

## 平均衰落持续时间计算（2）

- 考虑包络服从瑞利分布的情况，可以计算得到：

$$\bar{\tau} = \int_0^{\sqrt{2}\sigma\rho} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr = \frac{e^{\rho^2} - 1}{\rho f_m \sqrt{2\pi}}$$

- 我们可以看出，平均衰落持续时间与最大多普勒频移呈反比关系。也就是说，移动台运动得越快，平均衰落持续时间就越短。



## 综合例（课本pp155例5.9）

---

- 若二进制调制的比特间隔为20ms(比特率为50bps)，假定一个比特的任意部分遇到 $\rho < 0.1$ 的衰落都将导致该比特出错；设最大多普勒频移为20Hz，试计算瑞利衰落下的平均误比特率。



# 解

---

- $\rho=0.1$ 时,  $N_R=4.96$ ,  $\bar{\tau}=2\text{ms}$ ;
- 因为 $0.002\text{s}<0.02\text{s}$ , 所以一次衰落持续时间内平均只会造成1bit差错, 再者, 每秒平均会发生约5次衰落。所以, 每秒钟将平均出现5比特差错, 即平均误比特率为0.1。

