

SCUACM2018 Summer Training Final Examination

A. 简单的GCD

题意

求区间的所有子区间的GCD的最大值

题解

显然，GCD的最大值等于区间内的最大值，所以只要求解区间最大值即可。RMQ。

B 逆序对

题意

Alice和Bob在玩一个关于逆序对的游戏，有一个长度为N的全排列，每次操作选取一对逆序对，然后将他们的位置交换，谁先无法操作，谁就输。我们假设Alice先操作，如果两个人都很聪明，问谁会获胜？

题解

每次交换只会改变奇数个逆序对，只需求出逆序对数量判断即可。

用BIT求逆序对 从前到后扫描数列，求出比当前数字大的数的个数，然后将当前数字加入BIT

C. 简单的数学问题

通过观察题面我们注意到函数的定义域很小，要求的精度也不算高(小数点后两位)，故我们可以直接暴力枚举找出答案

将区间分为 $1e6$ 份，设最大值 $maxf = 0$ ，最小值 $minf = inf$ ，枚举区间并更新答案即可。注意输出格式。

D. 简单的区间问题

暴力枚举区间端点复杂度太高，不可取。

我们采用分治的方法，用dfs实现。对于一个 $[L,R]$ 的区间，我们首先找到区间内的最小值在序列中的位置记为 m ，此时有 $(m-L+1)$ 个介于 L 和 m 间可以选择的左端点位置， $(R-m+1)$ 个右端点位置，在这些位置中选取任意的一左一右构成的区间的最小值皆为 $a[m]$ ，即 $sum += (R-m+1)(m-L+1)a[m]$ ，然后递归的去计算区间 $[L,m-1]$ ， $[m+1,R]$ 即可。注意序列中数字的范围上界为 $1e8$ ，相乘可能会爆int，需要特殊处理。

E.简单的取数题

Description

有 $1 \leq N \leq 1000$ 张卡片，每张卡片有两个值 $1 \leq a_i, b_i \leq 1000$ ，每次取出两张 i, j ，取出这两张卡片的代价为 $\min(a_i \oplus a_j, a_i \oplus b_j, b_i \oplus a_j, b_i \oplus b_j)$ ，然后扔掉一张放回一张，不断重复上述操作直至只剩一张为止。求这个过程中的最小代价和。

Solution

根据题意可以将 N 张卡片视为 N 个结点，每两张卡片存在取出的关系，即每两个结点 i, j 之间存在一条边且边的权值为 $\min(a_i \oplus a_j, a_i \oplus b_j, b_i \oplus a_j, b_i \oplus b_j)$ ，这样我们可以得到一个有 N 个结点的完全图，对这张图求最小生成树，得到的权值和即为所求。

F. 动态规划之完全背包2

Description

有 n 种泥，第 i 种泥的质量为 r_i ，问有多少种泥的质量在 $[l_i, r_i]$ 中。

Solution

首先排序，然后二分找左端点，二分找右端点，两个差即为所求。

G 鲲之大，一锅炖不下

题意

给你 n 个等级为 $a[i]$ 的鲲，每 k 个同等级的鲲可合成更高级的鲲，问你~~怎么炖好吃~~合成等级 m 的需要追加多少个等级1的。其中 a_i 需根据所给xyz和代码O（n）得模拟获取。

解法

O（m）得出 k^i 的表，总过需要 k^m 个等级为1的鲲。之后对 n 个鲲分别减去 $k^{a[i]}$ 就好，记得取模以及减法需要取模后+mod再取模防止得到负数。

H 砰砰博士的生物计划（水题）

题意

求不超过 n 的刚好只有4个约数的数的个数。

解法

$4=1+3$ $4=(1+1)*(1+1)$ 故有4个约数的数一定形为 $p*q$ 或 p^3 。先通过筛法（由于数据只有 $1e6$ 所以怎么筛都不会T）筛出 $1e6$ 以内的质数，然后枚举素数的方法(注意虽然 $1e6$ 没有爆int，但是在判断 $p*q$ 和 $1e6$ 的大小的时候可能会爆，所以需要long long或用 $p<1e6/q$ 的方式)标记所有能表示为上述两种情况的数，求前缀和得到结果。

I cxh's search for himself

按照区间右端点从小到大排序，贪心选取可行的区间

J 机智的Glory

从前往后求最大不下降子序列

从后往前求最大不上升子序列

枚举分割点

总复杂度 $O(N\log(9))$