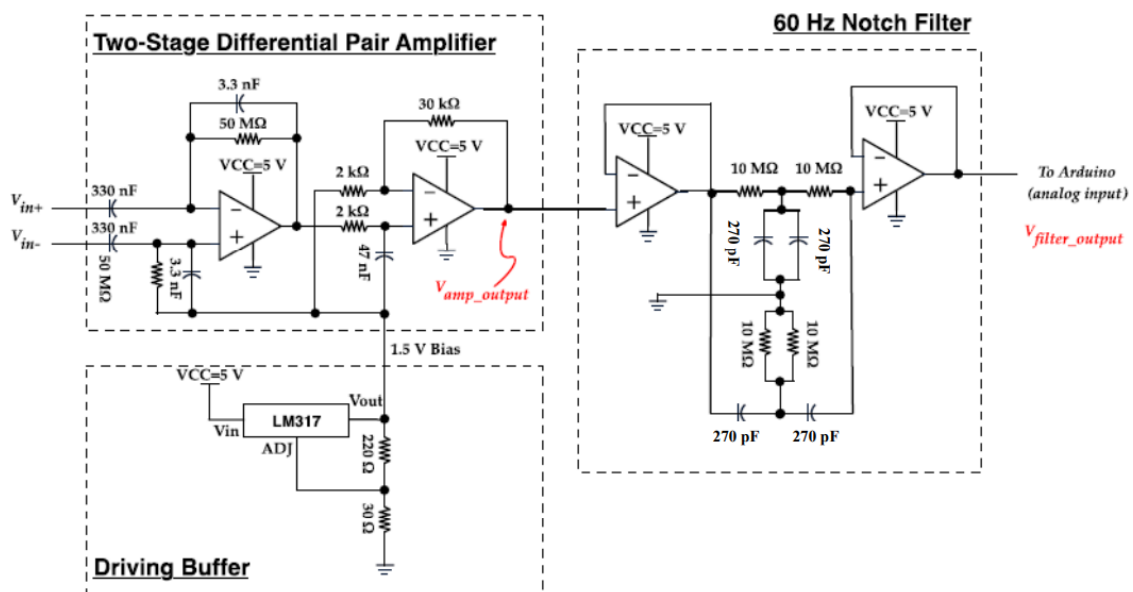


● Lab Objective

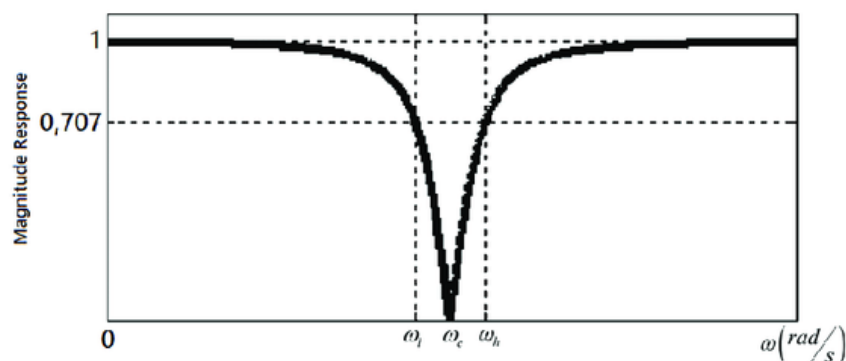
運用一個 two stage Op-amp 搭配 notch filter 去量測人體的 ECG 訊號，接著運用上一個 Lab 做的數位示波器去顯示波形並進行頻譜分析。

● Design Implementation

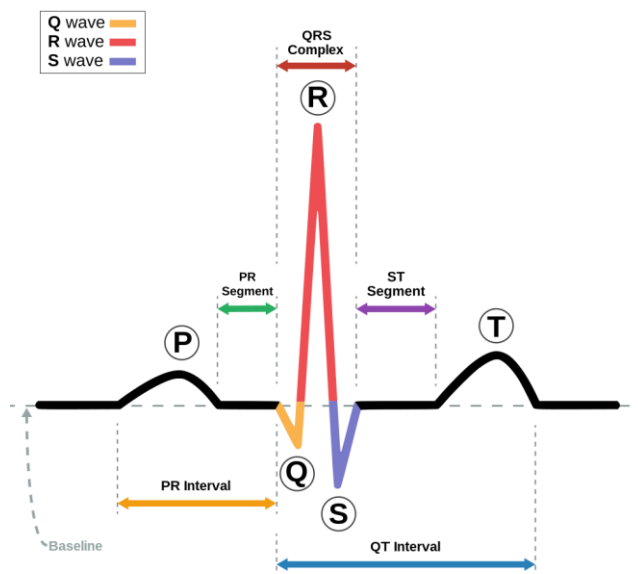
我們所使用的電路如下圖。ECG 訊號由左邊輸入，經過一個 gain 為 1500 的 two stage amplifier，將訊號振幅放大，方便量測。但同時我們也會將雜訊放大，尤其是會受到 60Hz power line noise 的影響，雖然我們提供給 Arduino 的電源供應來自筆電並非 60Hz 交流電，但筆電所接受的電源就是 60Hz 交流電，再加上埋藏在牆壁內部的電線，這兩部分的電流都會輻射出電磁波，進而產生 60Hz power line noise，因此我們在後面多加一個 60Hz notch filter。



Notch filter 是一種特殊的 band stop filter，他有較高的 Q factor，導致較窄的 stop band。其 frequency response 如下：



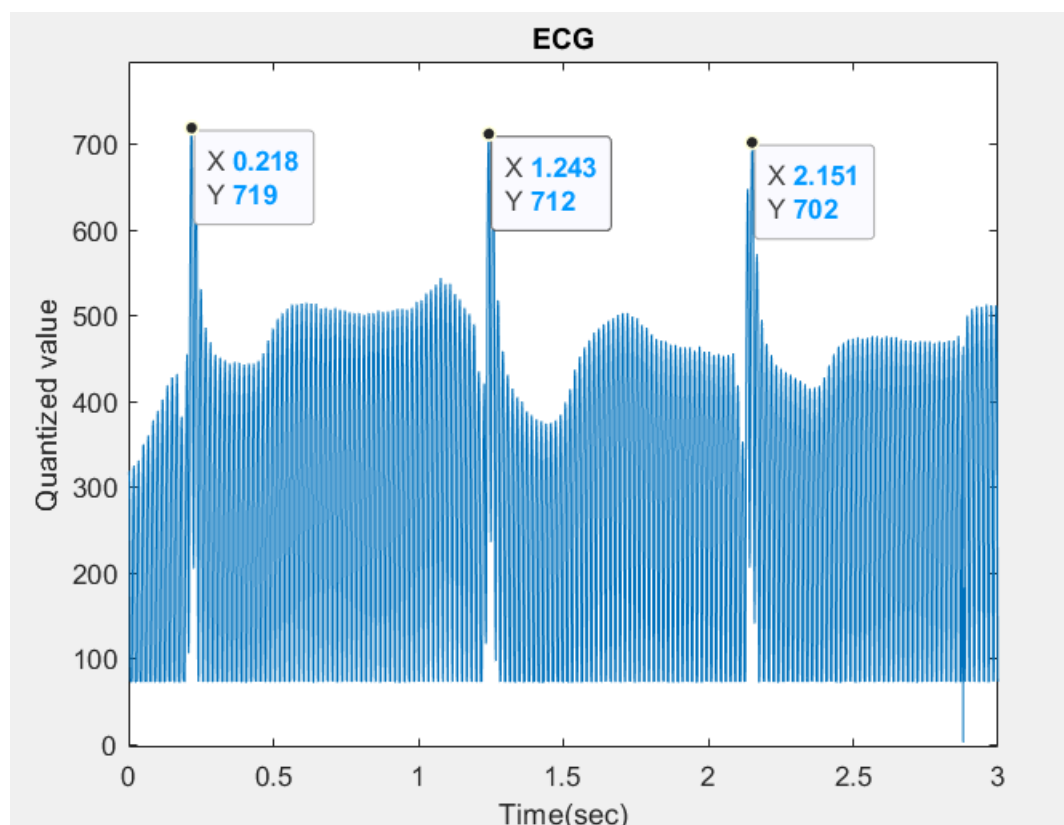
接著，我們簡單的分析一下我們要量測的訊號—ECG，一個 normal 的 ECG 訊號如下圖，其不同的部分能呈現心臟不同的狀況。以這次 Lab 為例，我們希望能量測心率，所以我們比較所關注的部分在於 QRS，尤其是 R peak 的位置。

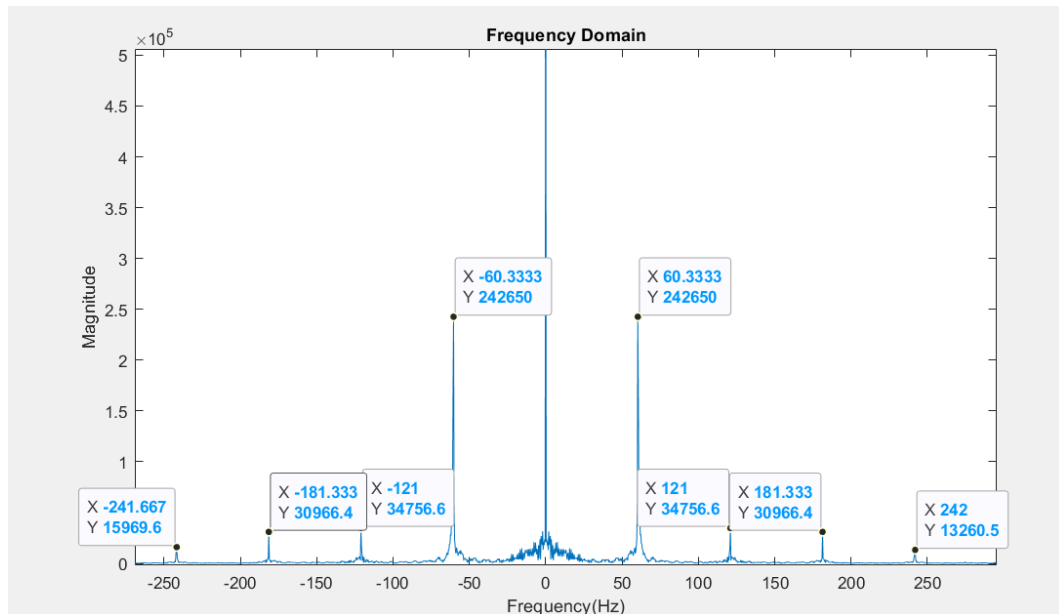


下面我們分別展示在沒有 notch filter 和有 notch filter 的情況下並用 sampling rate = 1kHz 的量測結果：

1. Without notch filter

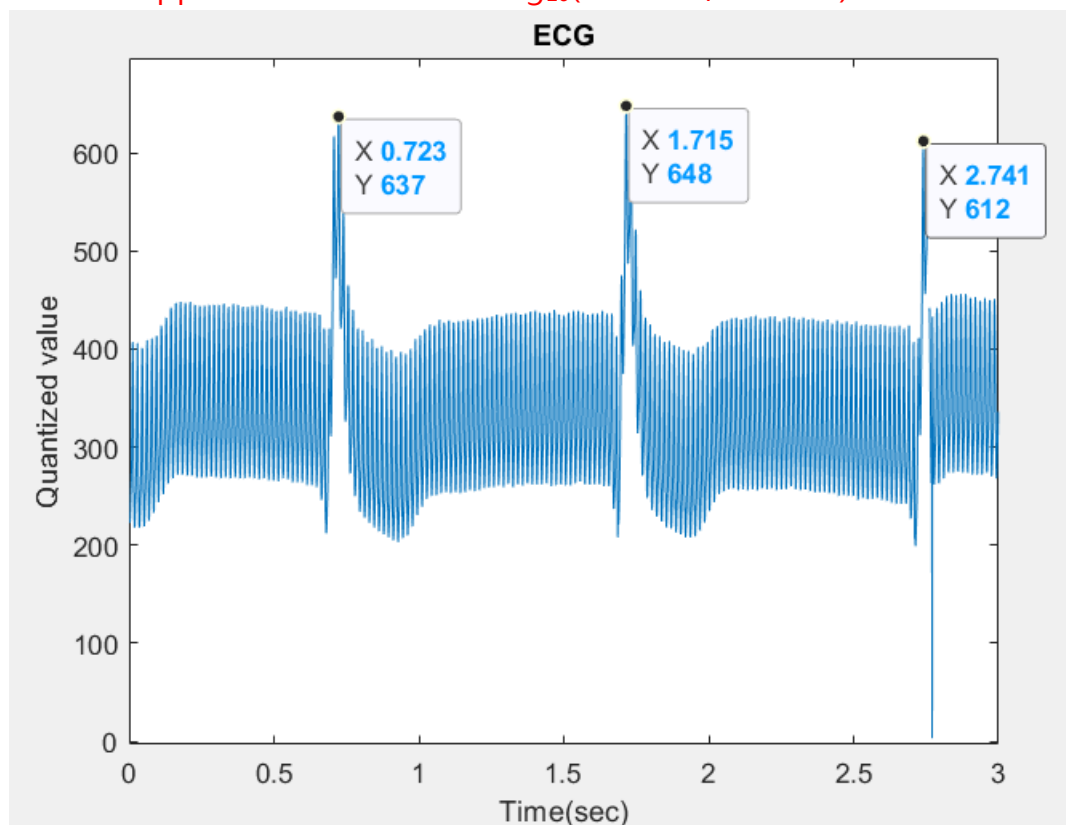
從量測到的 ECG 訊號就可以看得出雜訊很高，雖然仍然能看出心電圖 R peak 的部分。從頻譜上也可以看到有很高的 60Hz power line noise 以及其 harmonic frequency noise。從這張圖可以看出心率約為 1 分鐘 60 下。

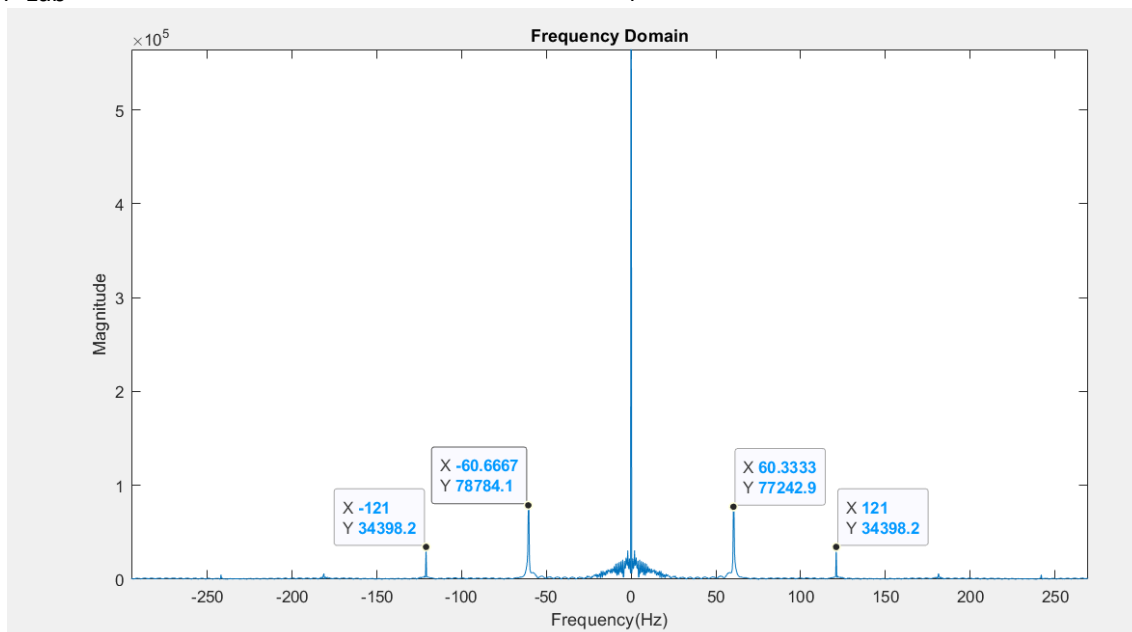




2. With notch filter

經過 60Hz notch filter，可以很明顯的發現 noise 降低很多。從頻譜來看也可以發現 60Hz power line noise 被壓抑了，但其 harmonic frequency noise 並沒有被壓抑。經過計算，在 60Hz 的 suppression ratio 為 $20 * \log_{10}(77242.9 / 242650) = -9.94\text{dB}$



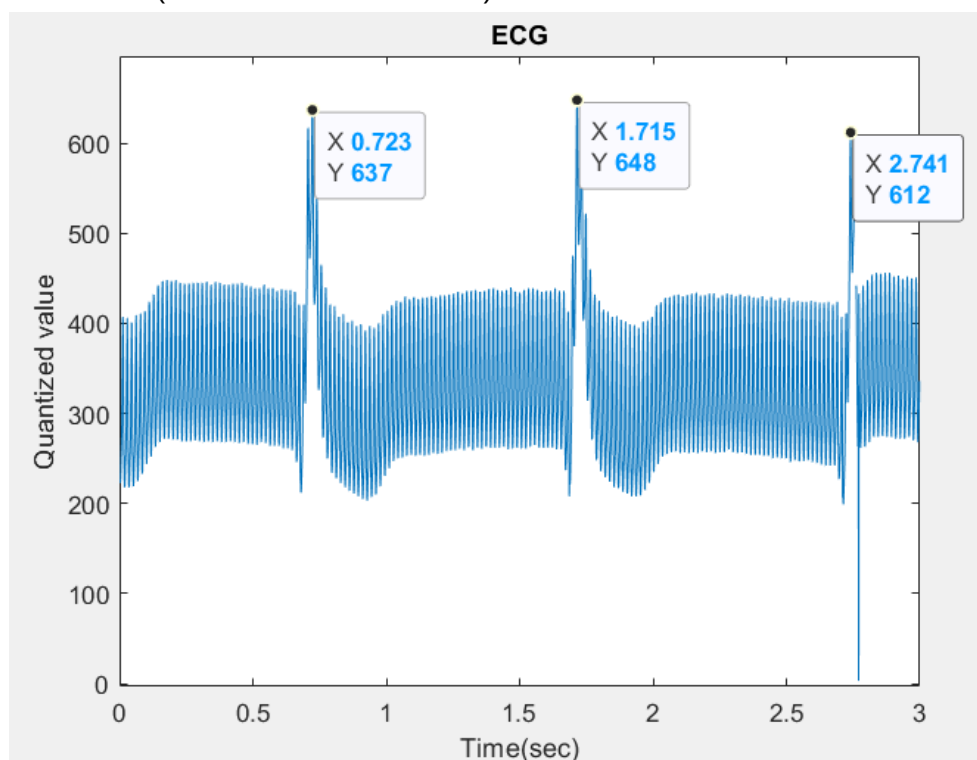


● Discussion

下面對於量測到的結果以及一些發現的問題進行討論：

Q1)除了 60Hz power line noise 外還有哪些 noise ？

可以看到在 P 和 T 兩部分的雜訊仍然嚴重，我認為這些雜訊來自於肌電訊號 (Electromyography Noise) 以及 60Hz 的 harmonic 所造成的。而在 2.5 秒到 3 秒間可以發現有一個突然向下的訊號，我認為這是來自身體移動(ex. 手臂擺動、轉頭等)所導致的電訊號所造成的雜訊(Motion Artifact noise)。



Q2)為什麼除了 60Hz power line noise 外，還有其 harmonic noise ？

Harmonic 的來源是電力系統中的非線性負載，例如說變頻器、開關電源、整流器以及 UPS(不斷電系統)等。

Q3)有沒有辦法透過設計一個 DSP filter 來消除 power line noise ?

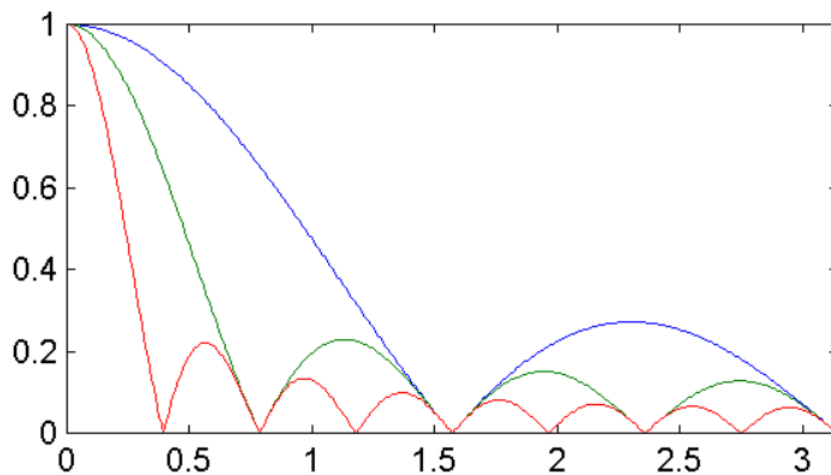
我們可以使用一個 **moving average filter**，來解決這個問題。Moving average filter 的 impulse response 如下：

$$y[i] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[i+j]$$

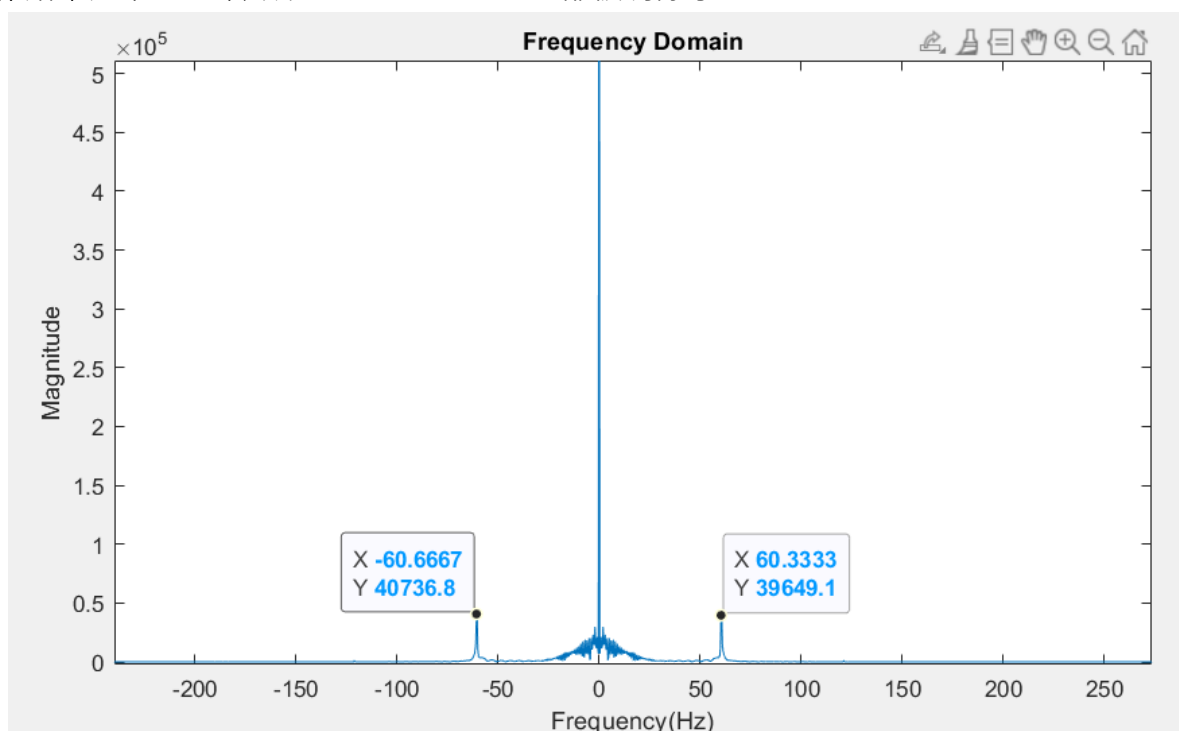
其 frequency response 為

$$H(j\omega) = \frac{1}{M} \cdot \frac{1 - e^{-j\omega M}}{1 - e^{-j\omega}}$$

可以發現他在 $\omega = \frac{2n\pi}{M}$ 時會有零點，其 spectrum 如下：

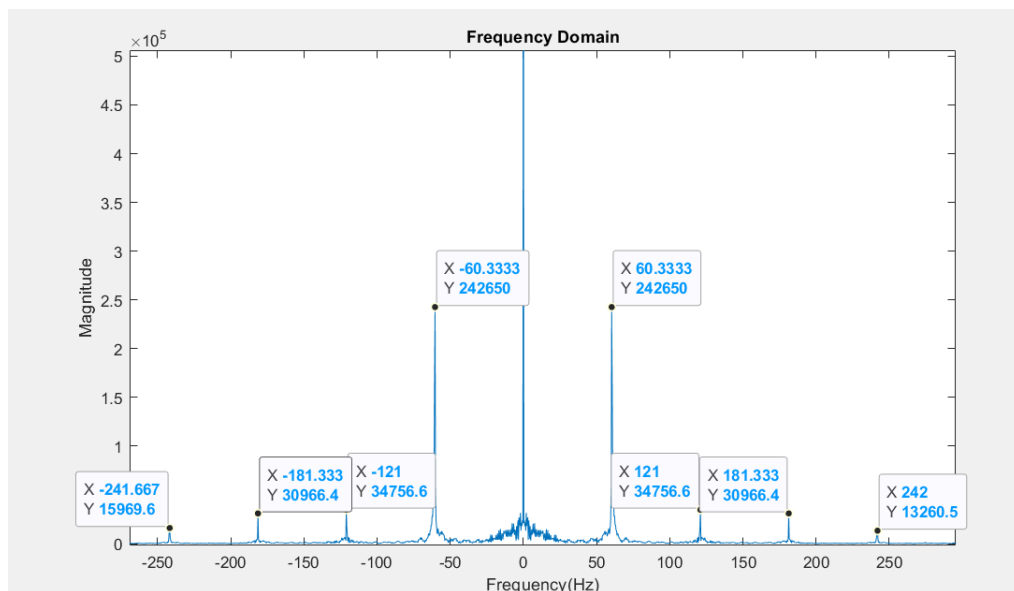


因此我們希望能在 $60\text{Hz} = \pi / 3$ 的整數倍時有零點，因此我們取 $M = 6$ 就能達成目的。實作結果如下，可以發現 harmonic noise 都被消除了。



Q4) 示波器的 sampling rate 應該取多少才能看出完整的 ECG 訊號？

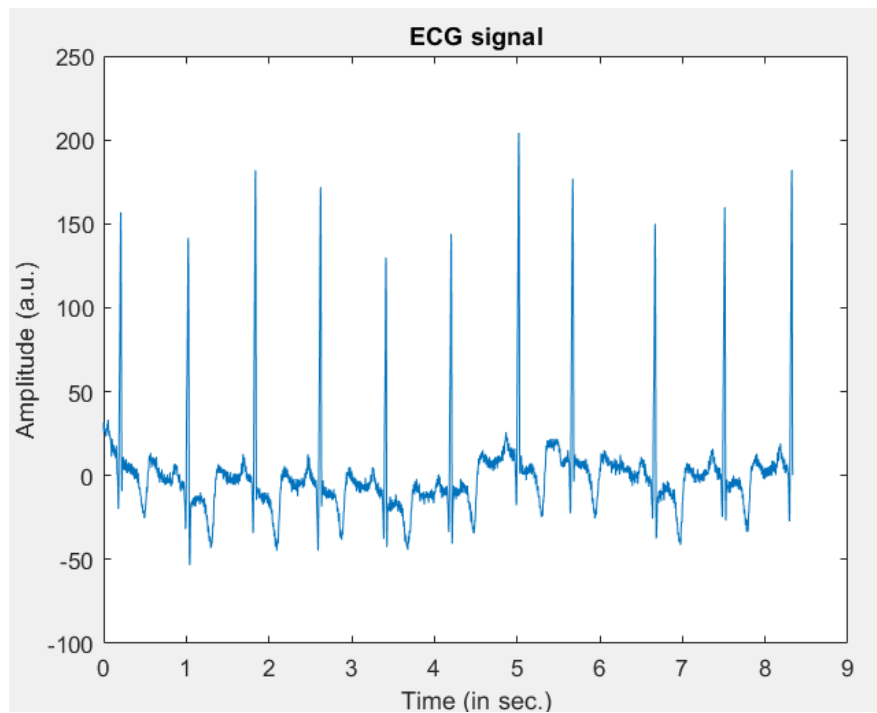
ECG 訊號由各式各樣頻率所構成，要注意的是 ECG 訊號的組成頻率與我們所說的心率不同，心率是指心臟跳動的頻率，而 ECG 的頻率則是心臟跳動發出的訊號經 FFT 後得到的 frequency component，我們要看到一個完整的 ECG 應該要依靠後者。若依靠 sampling theorem 我們應該取最高頻率的兩倍，從第一章頻譜圖(下圖)來看，扣除掉 60Hz power line noise，大部分的頻率都位於 200Hz 內，因此我認為取樣率取 400Hz 應該差不多。在 Google 上搜尋其他人的實驗結果([Digital sampling rate and ECG analysis - ScienceDirect](#))，發現他們做出的結果為 500Hz 或 250Hz 的取樣率就能有不錯的效果，而在某些特殊的狀況下，125Hz 的取樣率也是足夠的。在這個 Lab 中，我們採用 1kHz sampling rate 應該是足夠的。

**Q5) 為什麼使用 Differential Amplifier 而非普通的 common source amplifier？**

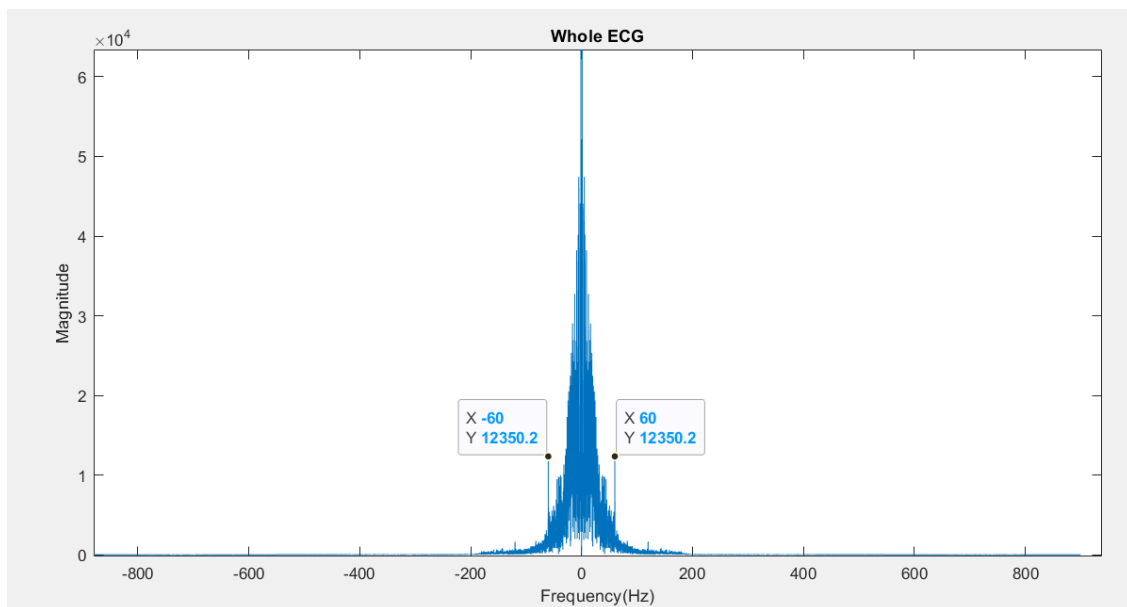
Differential Amplifier 的好處在於它能夠壓抑 common mode noise，提高 SNR，另外也能讓工作電壓穩定。

Q6) 對整個 ECG 做 FFT 以及對 single wavelet 做 FFT 的差別在於？

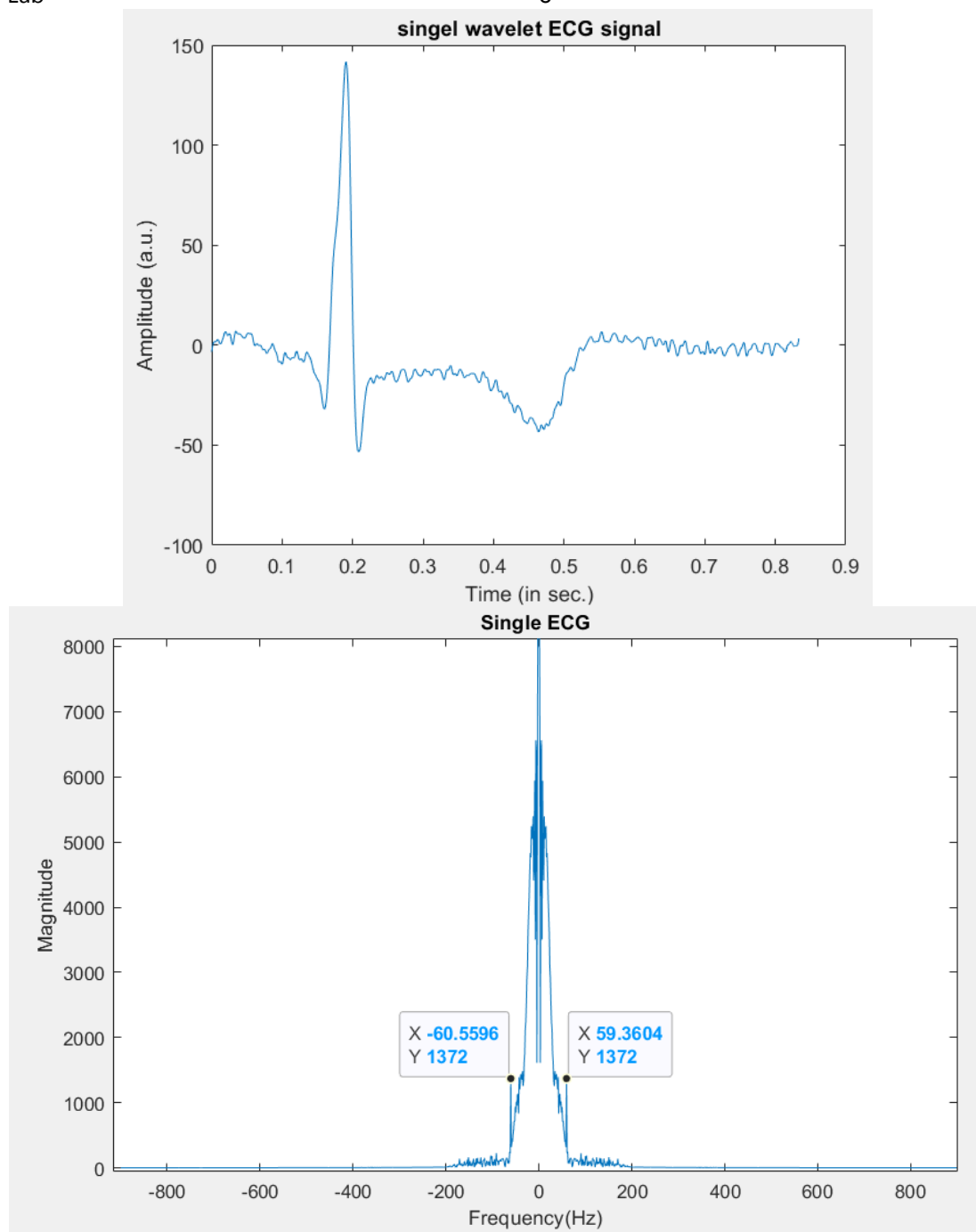
這個部份我們使用助教提供的 ECG.mat 來比較，其波形圖如下：



如果我們直接將它整個來做 FFT，得到的結果如下：



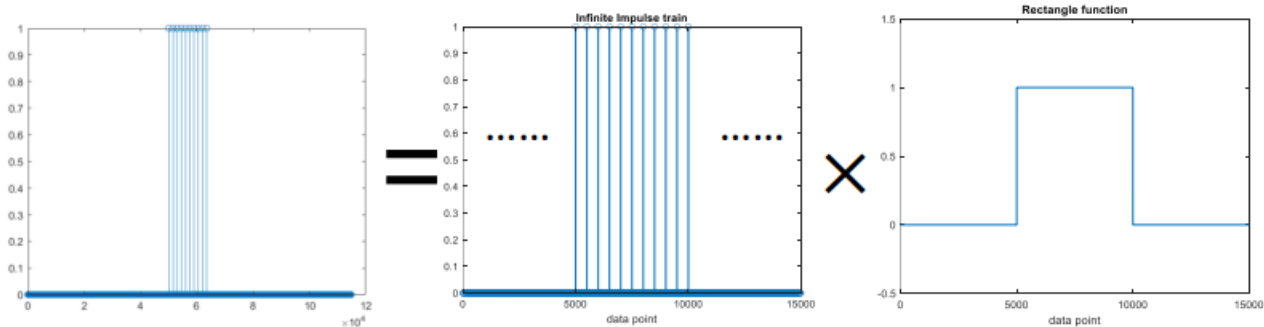
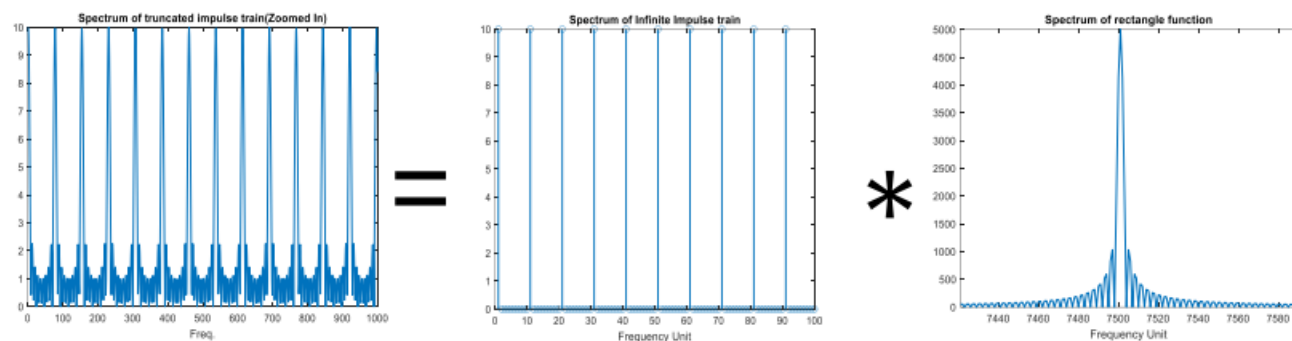
另一方面，如果我們只選一個週期的 ECG 訊號去做 FFT，結果如下：



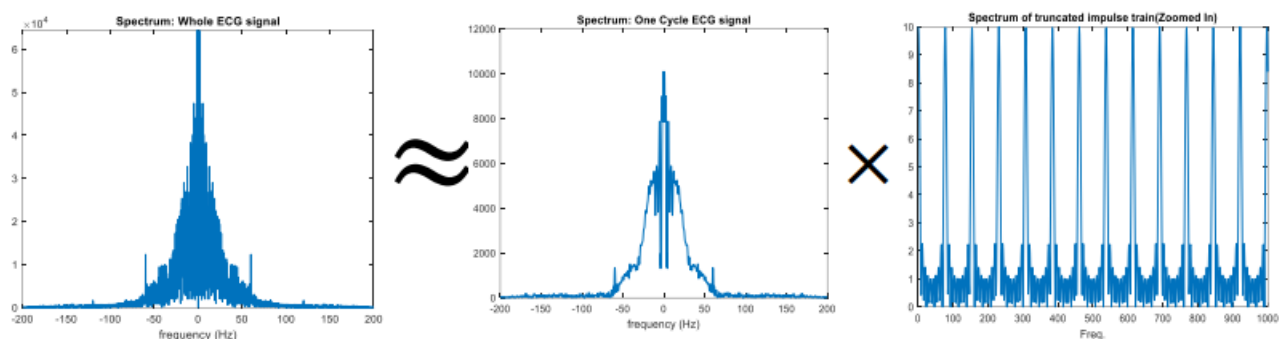
可以很明顯的看出兩者的頻譜不太一樣，先整理一下相同的點：

- 相同的 bandwidth
- 都有 60Hz power line noise

不同的點在於：single wavelet ECG 的 spectrum 看起來比較平滑，whole ECG 的頻譜有很多 peak。造成這樣的差別在於，我們可以把 whole ECG 想成 single wavelet ECG 去跟 finite impulse train 做 convolution，而 finite impulse train 又可視為 infinite impulse train 乘上 rectangle function。Digital Rectangle function 的 spectrum 是 Dirichlet function，其波形如下圖。

In time domain:**In frequency domain:**

最後整體的 frequency response 如下：



取自李夢麟教授 SAS 作業解答

這就可以解釋 whole ECG 中的那些 peak 的來源就是這些 Dirichlet function 的 peak 造成的。總體而言，兩者(whole and single)都能提供頻譜的訊息(Bandwidth, amplitude, frequency component)。但 single wavelet ECG 的 spectrum 比較清楚(不受 impulse train 影響)，會讓我們比較容易分析頻譜。

Q7) Notch filter 的 transfer function 為何？

$$\frac{V_{in} - V_1}{R} + \frac{V_{out} - V_1}{R} = \frac{V_1 - 0}{1/s_c} \times 2$$

$$\frac{V_{in} - V_2}{1/s_c} + \frac{V_{out} - V_2}{1/s_c} = \frac{V_2 - 0}{R} \times 2$$

$$\Rightarrow V_{in} + V_{out} = 2 \left(1 + \frac{1}{sRC} \right) V_2 = 2 (1 + sRC) V_1$$

$$\frac{V_{out} - V_1}{R} = \frac{V_2 - V_{out}}{1/s_c} \Rightarrow \frac{V_{out} - V_1}{R} = \frac{\frac{1 + 1/s_c}{1 + sRC} V_1 - V_{out}}{1/s_c}$$

$$\Rightarrow V_{out} \left(\frac{1}{R} + sC \right) = V_1 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)$$

$$\Rightarrow V_{in} + V_{out} = 2 \cdot (1 + sRC) \cdot V_{out} \cdot \left(\frac{1}{R} + sC \right) \cdot \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow V_{in} = \left[(1 + sRC)^2 - 1 \right] V_{out}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{s^2 R^2 C^2 + 2sRC}$$

$$= \frac{1}{-\omega^2 R^2 C^2 + j2\omega RC}$$

Conclusion

在這個 Lab 中，我們運用一個 two stage amplifier 來放大 ECG 訊號，並利用一個 notch filter 來處理 60Hz power line noise，最後使用前一個 Lab 做的數位示波器來進行量測。量測的結果雖然仍受不小的雜訊影響，與理想的 ECG 訊號相比在 P 和 T 兩處的雜訊偏多，但仍可以看得出 R peak 位置，若只是要進行心律量測是足夠的。

References

- 教授與助教的講義
- 李祈均教授的DSP講義
- 李夢麟教授的訊號與系統講義
- 維基百科—ECG

- Moving Average Filter—[Frequency Response of the Moving Average Filter \(berkeley.edu\)](#)
- Arduino Reference