



東南大學
SOUTHEAST UNIVERSITY

数字通信的计算机仿真（研讨）

7 信道容量与信道模型

讲解人：王俊波

E-mail: jbwang@seu.edu.cn

Phone: 13770681926

QQ:308322767

主要内容

- 香农定律
- 信道容量
- 离散无记忆信道及其容量
- 衰落信道及其容量
 - ✓ 遍历容量和中断概率容量
- AWGN信道
- 信道模型中的失真
- 衰落信道模型
 - ✓ 包络衰落模型（平衰落、频率非选择性衰落信道）
 - ✓ 频率选择性信道
- 路径损耗与阴影衰落

概述

- 通信系统设计的主要目标是满足以下一个或多个目标
 - ✓ 发送的信号应在分配的频谱中占用最小的带宽：频谱效率- η_B
 - ✓ 设计的系统应能够在最低实际功率水平上可靠地发送信息：功率效率- η_P
 - ✓ 以更高速率传输数据的能力：R bit/s
 - ✓ 设计的系统应能抵抗多径效应和衰落
 - ✓ 系统应防止在同一频率下工作的其他来源的干扰：载波对同信道信号干扰比（CCI）
 - ✓ 来自相邻信道的低相邻信道干扰：相邻信道功率比（ACPR）
 - ✓ 易于实施并降低运营成本
- 对于通过链路进行的任何通信，存在一个基本问题：给定信道的最佳性能是什么？
 - ✓ 通信链路上的性能是根据容量来衡量的，容量是指信息在信道上以任意小的误差传输的最大速率
 - ✓ 早期，人们普遍认为，在噪声信道上实现可靠通信的唯一方法是尽可能减小错误概率，而这反过来又是通过降低数据速率来实现的

香农定律

□ 1948年，香农

- ✓ C. E. Shannon, "Communication in the Presence of Noise," in *Proceedings of the IRE*, vol. 37, no. 1, pp. 10-21, Jan. 1949.
- ✓ C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, no. 9, pp. 1192-1201, Sept. 1984.
- ✓ C. E. Shannon, "Communication In The Presence Of Noise," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 2, pp. 447-457, Feb. 1998.

□ 事实上，可以以正速率进行通信，同时保持期望的低错误概率。然而，速率受到称为信道容量的最大速率的限制。如果试图以高于信道容量的速率发送数据，则无法从错误中恢复数据

- ✓ 给定的通信系统具有最大的信息速率- C ，称为信道容量
- ✓ 如果传输信息速率 R 小于 C ，则可以通过使用编码技术以任意小的错误概率进行存在噪声的数据传输
- ✓ 为了获得较低的错误概率，编码器必须在较长的信号数据块上工作。这需要更长的延迟和更高的计算要求

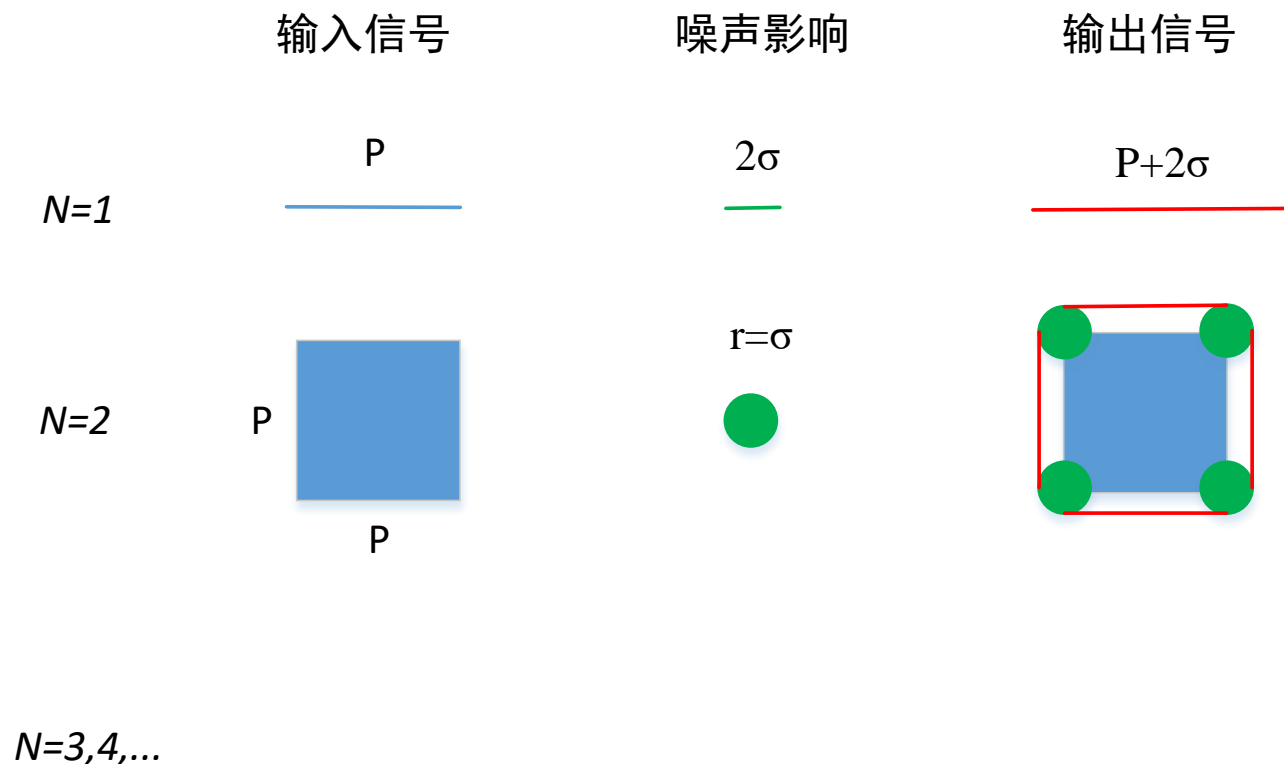


香农公式的推导

□ 基本思想

- ✓ 用几何的方法表示任一通信系统
- ✓ 发送信号和接收信号在两个不同的信号空间里表示
- ✓ 调制就是将一个信号从一个空间映射到另一个空间的方法
- ✓ 利用填球法 (sphere packing), 建立推算AWGN信道容量的方法

□ 系统建模



信道容量

□ 在集合上，填球 (**sphere packing**) 问题是在一个封闭空间内放置不重叠球体的问题

✓ 封闭空间：接收信号空间

✓ 球:噪声球

➢ 球半径—噪声等级

➢ 球心—发射信号 (码字)

$$C \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \log_2 \frac{V(\text{输出信号空间})}{V(\text{噪声球})} \text{ bits per transmission}$$

✓ 半径为 r 的 n 维球体的Volume为

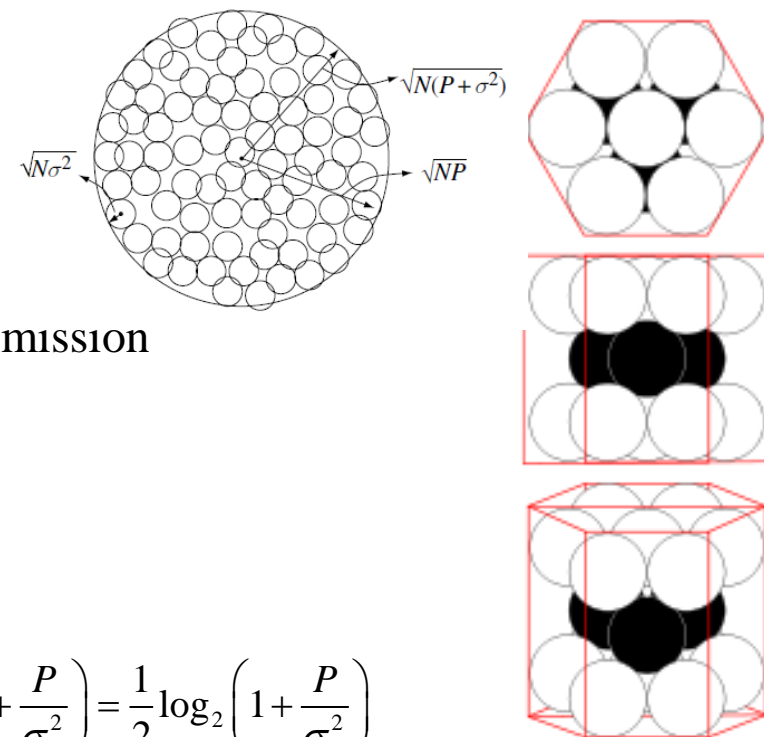
$$V_n(r) = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} r^n$$

□ 每次传输最大容量为

$$C \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \log_2 \frac{V_n(n\sqrt{P+\sigma^2})}{V_n(n\sigma)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \log_2 \frac{(n\sqrt{P+\sigma^2})^n}{(n\sigma)^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \log_2 \frac{(P+\sigma^2)^{\frac{n}{2}}}{(\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \frac{n}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right)$$

□ 由奈奎斯特定理知道，对带宽为 B 的信号，需要 $2B$ 个样点才可以无失真还原，因此信道容量为

$$C_{\text{AWGN}} = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right) \cdot 2B = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2}\right)$$



香农定律的意义

- 香农定理表明，使用足够先进的编码技术，可以在任意小的误差下实现接近最大信道容量的传输
 - ✓ 我们可以直观地推断，对于给定的通信系统，随着信息速率的增加，每秒的错误数也会增加
 - ✓ 信道容量与信道带宽、噪声功率和信号功率有关
 - ✓ 增加信号功率或减少噪声功率，都可以使信道容量增加
 - ✓ 信道容量一定时，带宽与信噪比可以互换
- Shannon的噪声信道编码定理是一个可应用于特定通信场景的通用框架
 - ✓ 例如，在存在噪声的情况下通过带限信道进行通信是人们希望研究的基本场景
 - ✓ 因此，研究AWGN（加性高斯白噪声）信道的信息容量，对于研究衰落信道等其他类型的无线链路的容量具有重要的意义

香农公式的极限

□ 频谱效率：衡量系统在有限带宽内容纳数据的能力

- ✓ 数据传输速率 (R_b bits/second) 与调制射频载波占用的带宽 (B Hz) 的比率
- ✓ 频谱效率的极限

$$\eta_B = \frac{R}{B} \leq \frac{C}{B} = \frac{B \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right)}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right)$$

Modulation type	Spectral efficiency limit
BPSK	1 bit/second/Hz
QPSK	2 bits/second/Hz
8-PSK	3 bits/second/Hz
16-QAM	4 bits/second/Hz
32-QAM	5 bits/second/Hz
64-QAM	6 bits/second/Hz
256 QAM	8 bits/second/Hz

□ 功率效率：在可接受误码率性能下的在尽可能低的功率水平

- ✓ 在接收器输入端需要达到一定的误码率前提下，每比特信号能量 (E_b) 与每比特噪声功率谱密度 (N_0) 之比

$$\eta_P = \frac{E_b}{N_0}$$

$$\eta_B = \frac{R}{B} \leq \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma^2} \right) = \log_2 \left(1 + \frac{E_b R}{N_0 B} \right) = \log_2 (1 + \eta_P \eta_B) \Rightarrow \eta_P \geq \frac{2^{\eta_B} - 1}{\eta_B}$$

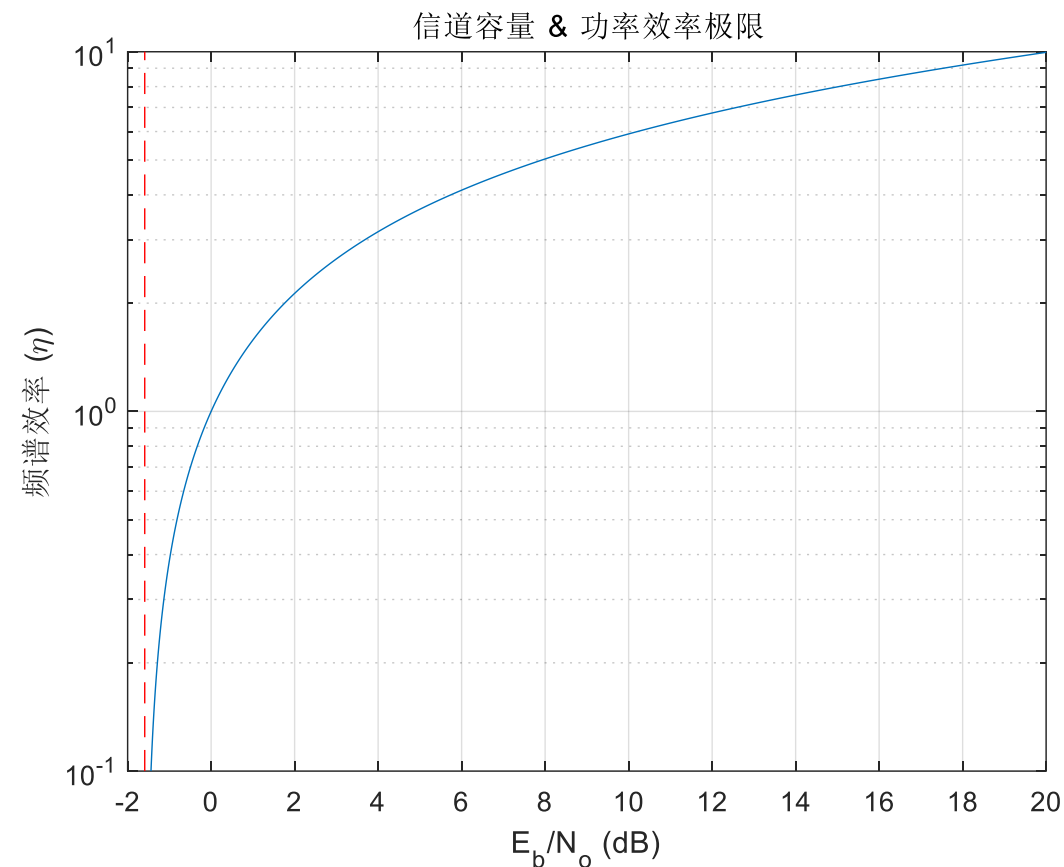
可靠通信的
香农功率效
率极限

课堂小练习

□ 请绘制可靠通信的香农功率极限

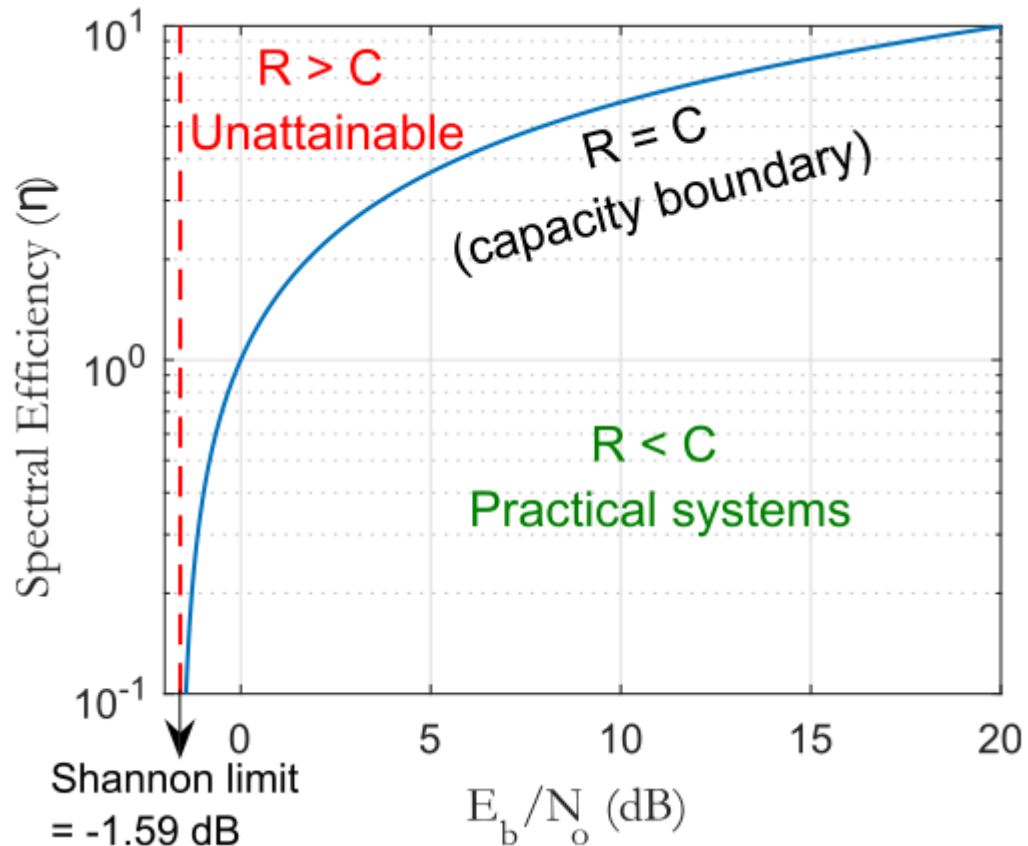
✓ 程序: simChannelCapacity2PowerEfficiency.m

```
1. %可靠通信的香农功率极限
2. close all;clearvars;
3.
4. k =0.1:0.001:15;
5. EbN0=(2.^k-1)./k;
6. semilogy(10*log10(EbN0),k);
7. xlabel('E_b/N_0 (dB)');
8. ylabel('频谱效率 (\eta)');
9. title('信道容量与功率效率极限')
10.hold on;grid on;
11.xlim([-2 20]);ylim([0.1 10]);
12.yL = get(gca,'YLim');
13.line([-1.59 -1.59],yL,'Color','r','LineStyle','--');
```

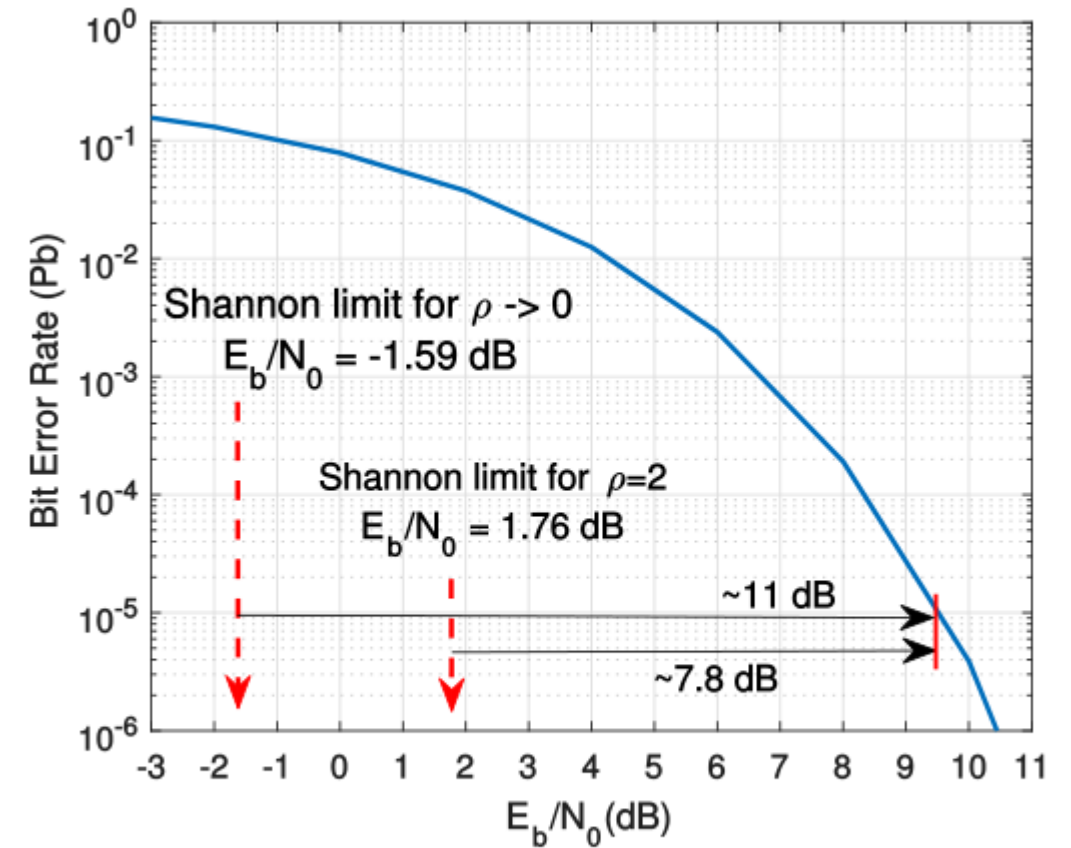


香农功率效率极限与应用

□ 给定信噪比，可知功率效率极限



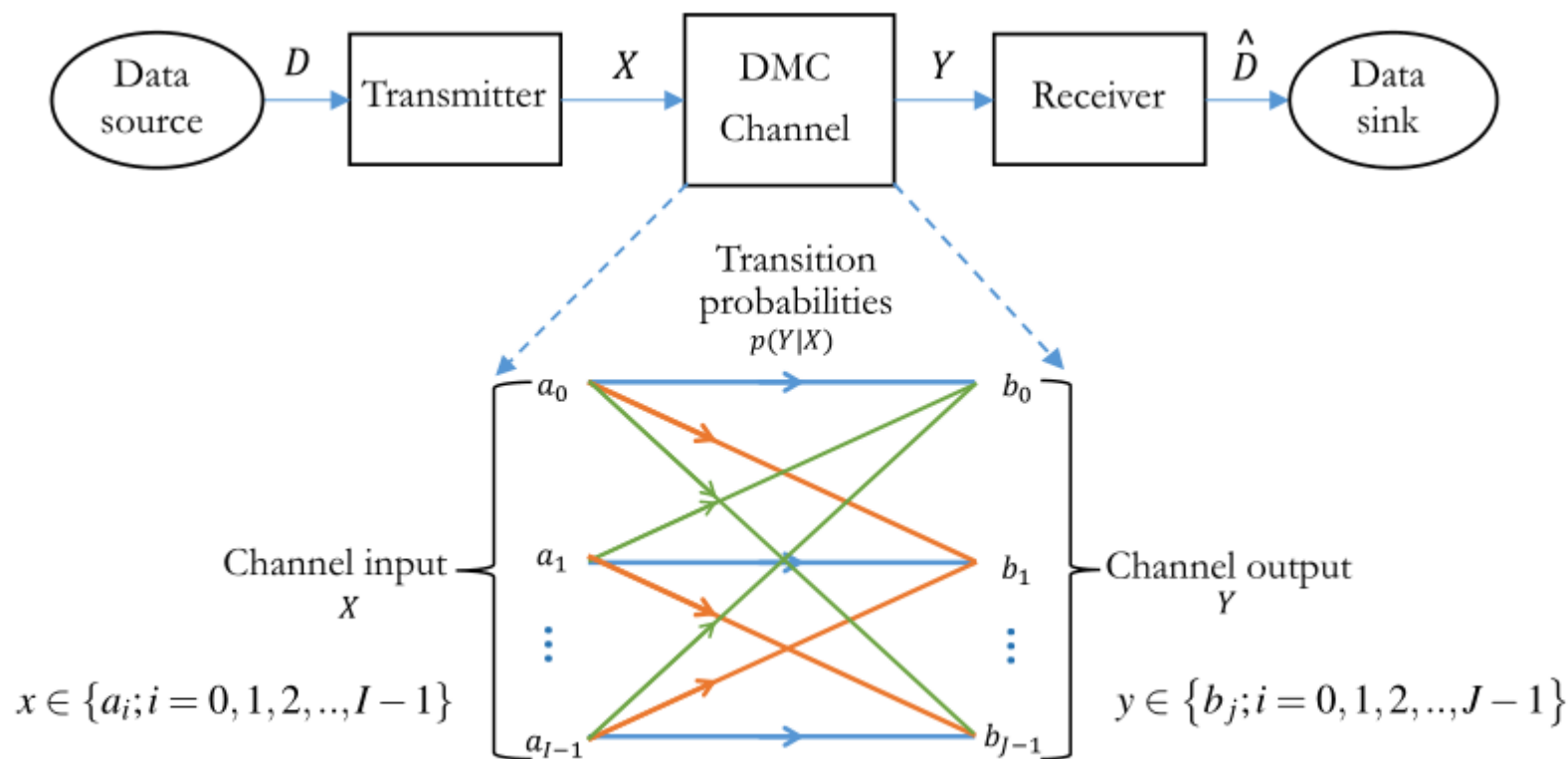
□ 应用：2PAM误码率与性能分析



□ 绝对香农功率效率：-1.59dB

Fig. 3.2: BER Vs. E_b/N_0 for 2-PAM on AWGN channel

离散无记忆信道的容量



$$P(x) = [p(x = a_0), p(x = a_1), \dots, p(x = a_{I-1})]$$

$$P(x, y) = P(x)P(y|x)$$

$$P(y) = \sum_x P(x, y)$$

$$H(X) = -\sum_x P(x) \log_2 P(x)$$

$$H(Y) = -\sum_y P(y) \log_2 P(y)$$

$$H(X, Y) = -\sum_{x, y} P(x, y) \log_2 P(x, y)$$

DMC信道容量

$$H(X, Y) \geq H(X)$$

$$H(X, Y) \geq H(Y)$$

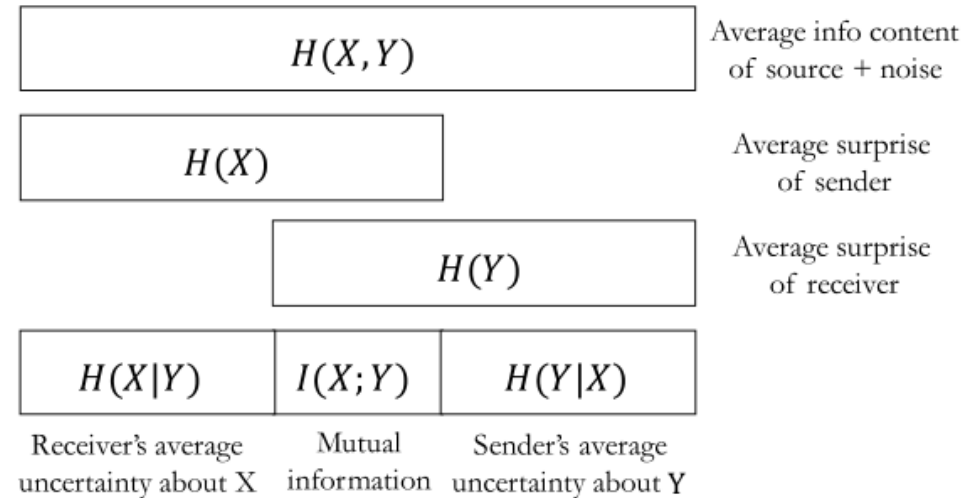
$$H(X, Y) \leq H(X) + H(Y)$$

□ 互信息量

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \\ &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(Y) - H(Y|X) \end{aligned}$$

□ DMC信道容量

$$C = \max_{p(x)} I(X; Y)$$

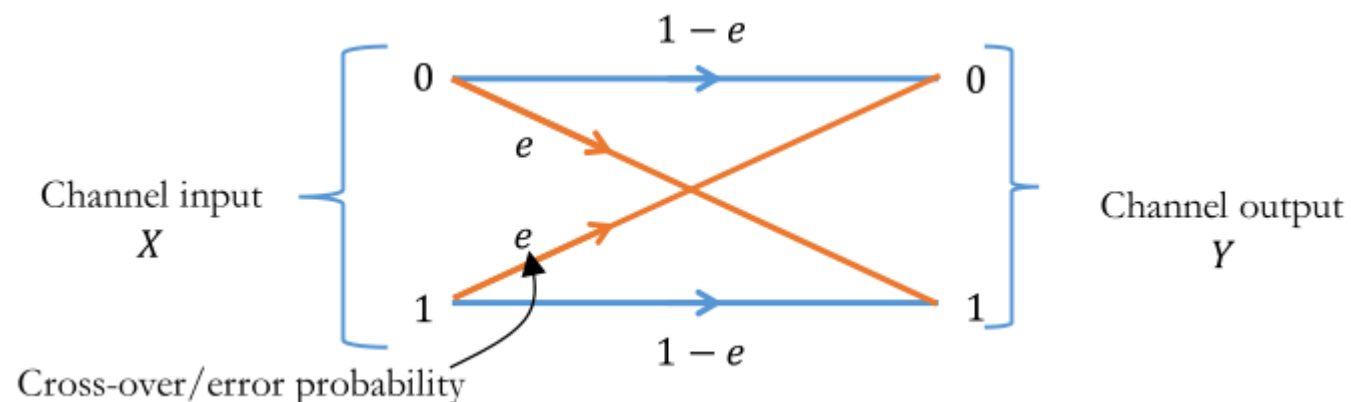


$$C_{DMC} = \max_{p(x_i)} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} P(x_i) P(y_j|x_i) \log_2 \left[\frac{P(y_j|x_i)}{P(y_j)} \right]$$

subject to

$$P(x_i) \geq 0 \quad \text{and} \quad \sum_{i=0}^{I-1} P(x_i) = 1$$

二进制对称 (BSC) 信道



□ 信道容量

$$C_{BSC} = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} [H(Y) - H(Y|X)] = 1 - [-e \log_2 e - (1 - e) \log_2 (1 - e)]$$

□ BSC信道的仿真实现

✓ bsc_channel.m

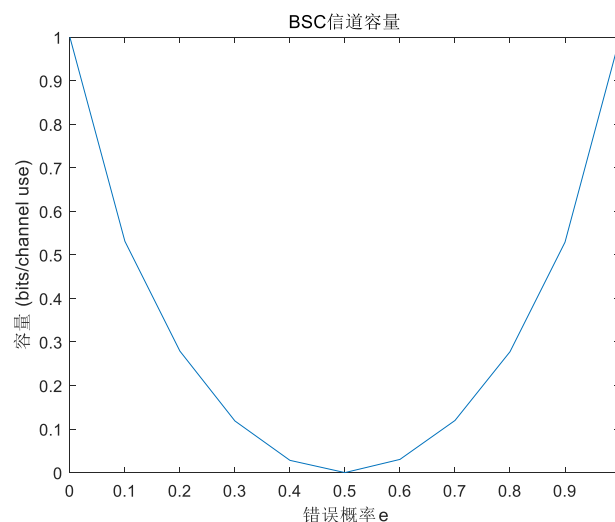
```
1. function y = bsc_channel(x,e)
2. % BSC 信道
3. % 输入: x 输入符号; e: 错误概率
4. % 输出: y 输出符号
5. y = x;
6. errors = rand(1,length(x))<e;
7. y(errors) = 1 - y(errors); % 反转信息比特
```

仿真计算BSC信道容量

□ 程序: simCapacityBSC.m

- ✓ 第一步: 生成随机序列
- ✓ 第二步: 通过BSC信道
- ✓ 第三步: 统计 $p(y/x)$ 的数值
- ✓ 第四步: 计算 $H(Y/X)$
- ✓ 第五步: 统计 $p(y)$ 的数值
- ✓ 第六步: 计算 $H(y)$
- ✓ 第七步: 计算容量

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$

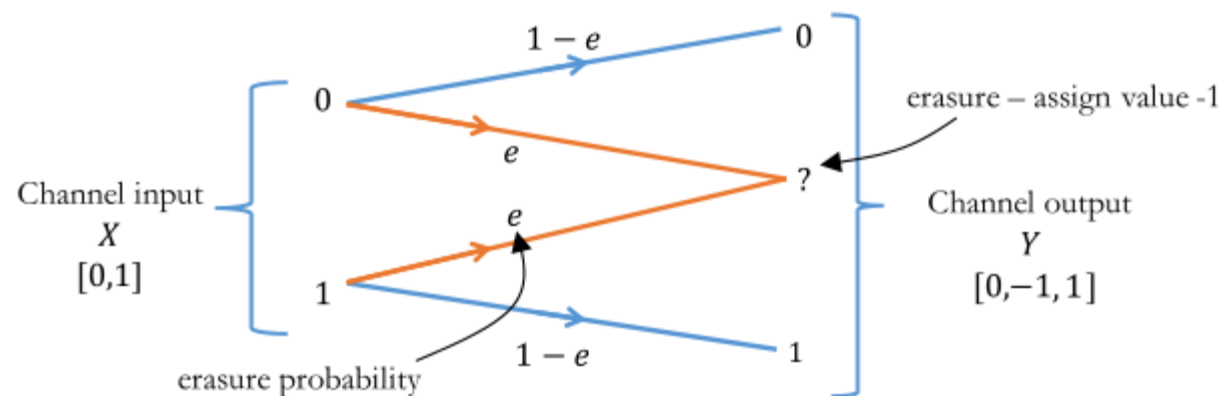


```
02. nBits=10^5; %发送的比特数
03. errorProbs = 0:0.1:1; %错误概率
04. C = zeros(1,length(errorProbs)); %存储容量的空间
05.
06. j=1;
07. for e=errorProbs
08.     x = rand(1,nBits)<0.5; %信源均匀的0和1
09.     y = bsc_channel(x,e); %通过BSC信道
10.
11.     prob00=sum((x==0)&(y==0))/nBits;
12.     prob01=sum((x==0)&(y==1))/nBits;
13.     prob10=sum((x==1)&(y==0))/nBits;
14.     prob11=sum((x==1)&(y==1))/nBits;
15.
16.     prob00=max(prob00,realmin); %避免出现NaN的情况
17.     prob01=max(prob01,realmin);
18.     prob10=max(prob10,realmin);
19.     prob11=max(prob11,realmin);
20.
21.     HX=(-sum(prob00.*log2(prob00)))+(-sum(prob01.*log2(prob01)))+...
22.         (-sum(prob10.*log2(prob10)))+(-sum(prob11.*log2(prob11)));
23.
24.     px0 = sum(x==0)/nBits; %px(x=0)
25.     px1 =sum(x==1)/nBits; %px(x=1)
26.     HX = -px0*log2(px0) - px1*log2(px1); %x的信息量
27.
28.     py0 = sum(y==0)/nBits; %py(y=0)
29.     py1 =sum(y==1)/nBits; %py(y=1)
30.     HY = -py0*log2(py0) - py1*log2(py1); %y的信息量
31.
32.     C(j)=HX+HY-HX; %容量
33.     j=j+1;
34. end
35. plot(errorProbs,C); title('BSC信道容量');
36. xlabel('错误概率e');
37. ylabel('容量 (bits/channel use)');
```

二进制擦除信道 (BEC)

□ 信道输入为二值[0,1]，而输出为三值[0, -1, 1]

- ✓ 输出中的值-1表示擦除状态（传输中丢失的位）
- ✓ 在接收器处看到擦除的概率称为擦除概率



□ 信道容量

$$C_{BEC} = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} [H(Y) - H(Y|X)] = 1 - e$$

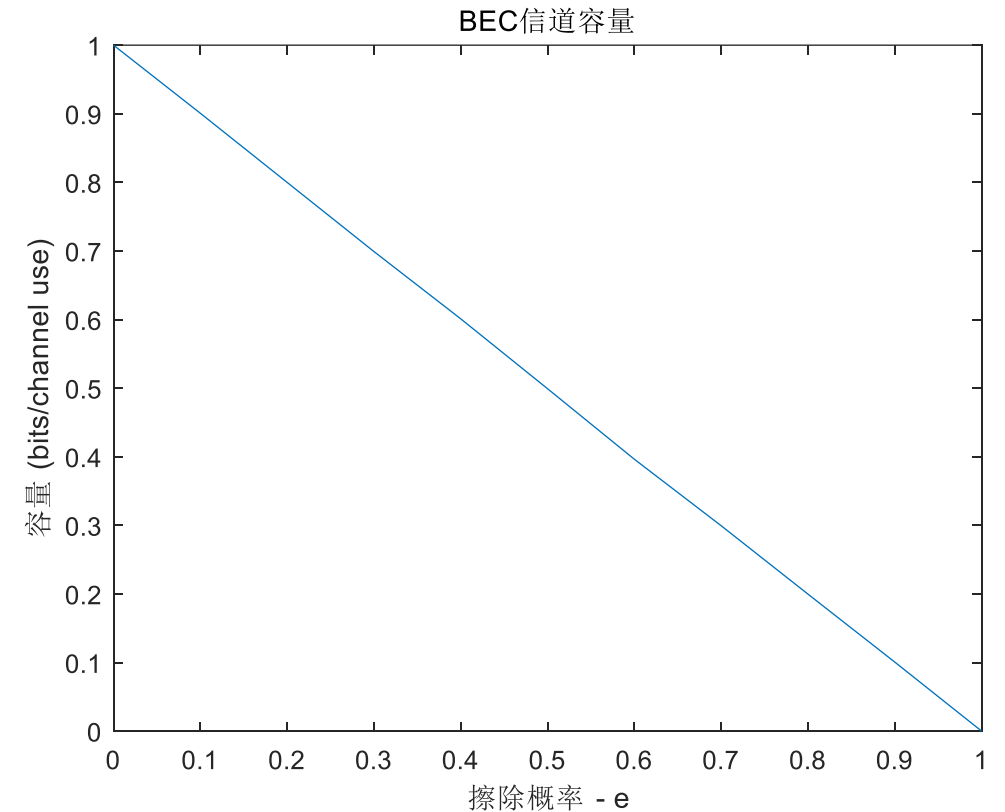
□ BEC信道的仿真实现

```
1. function y = bec_channel(x,e)
2. %BEC 信道
3. % 输入: x 输入符号; e: 擦除概率
4. % 输出: y 输出符号
5. y = x;
6. erasures = (rand(1,length(x))<=e);%擦除位置
7. y(erasures) = -1;
```

仿真计算BEC信道容量

□ 程序: simCapacityBEC.m

```
01. nBits=100000; %发送的比特数
02. errorProbs = 0:0.1:1; %擦除概率
03. C = zeros(1,length(errorProbs)); %存储容量的空间
04.
05. j=1;
06. for e=errorProbs
07.     x = randi([0,1],1,nBits); %信源均匀的0和1
08.     y = bec_channel(x,e); %通过BEC信道
09.
10.     pye = sum(y==-1)/nBits ;%py(y=-1), 擦除概率
11.     C(j) = 1-pye; %容量
12.     j=j+1;
13. end
14. plot(errorProbs,C); title('BEC信道容量');
15. xlabel('擦除概率 - e');
16. ylabel('容量 (bits/channel use)');
```



衰落信道遍历容量和中断容量

□ 信号通过SISO衰落信道

$$y = h * x + n$$

✓ h 是信道冲激响应, x 是输入信号, n 是背景噪声

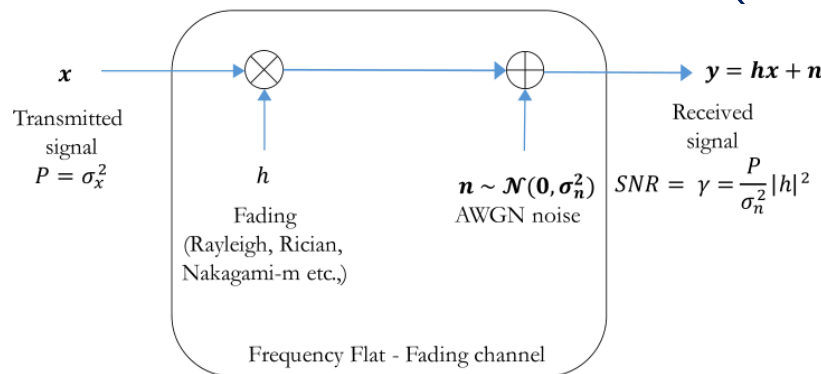
□ 如果信道被假定为频率非选择性平坦衰落或块衰落类型, 则在一个传输块内, 信道不随时间变化而变化, 但每个传输块之间会随机变化

✓ 信道模型可简化为

$$y = hx + n$$

□ 若 P 是发射功率, σ_n^2 是背景噪声功率, 则衰落信道的瞬时信道容量

$$C_{fading} = \log_2(1 + \gamma) = \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} |h|^2 \right)$$



衰落信道的遍历容量和中断容量

- 由于信道冲激响应 h 是随机变量，因此衰落信道的瞬时容量也是随机的
- 衰落信道的遍历容量定义为互信息的统计平均值

$$C_{fading} = \mathbb{E} \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} |h|^2 \right) \right\}$$

✓ 由Jensen不等式 $\mathbb{E}[f(X)] \leq f(\mathbb{E}[X])$ 可以得到

$$\mathbb{E} \left\{ \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} |h|^2 \right) \right\} \leq \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} \mathbb{E}[|h|^2] \right)$$

- 衰落信道的中断概率容量

$$P_{outage} = \Pr(C_{fading} \leq \eta) \equiv \Pr(r x SNR_{fading} \leq SNR_{th})$$

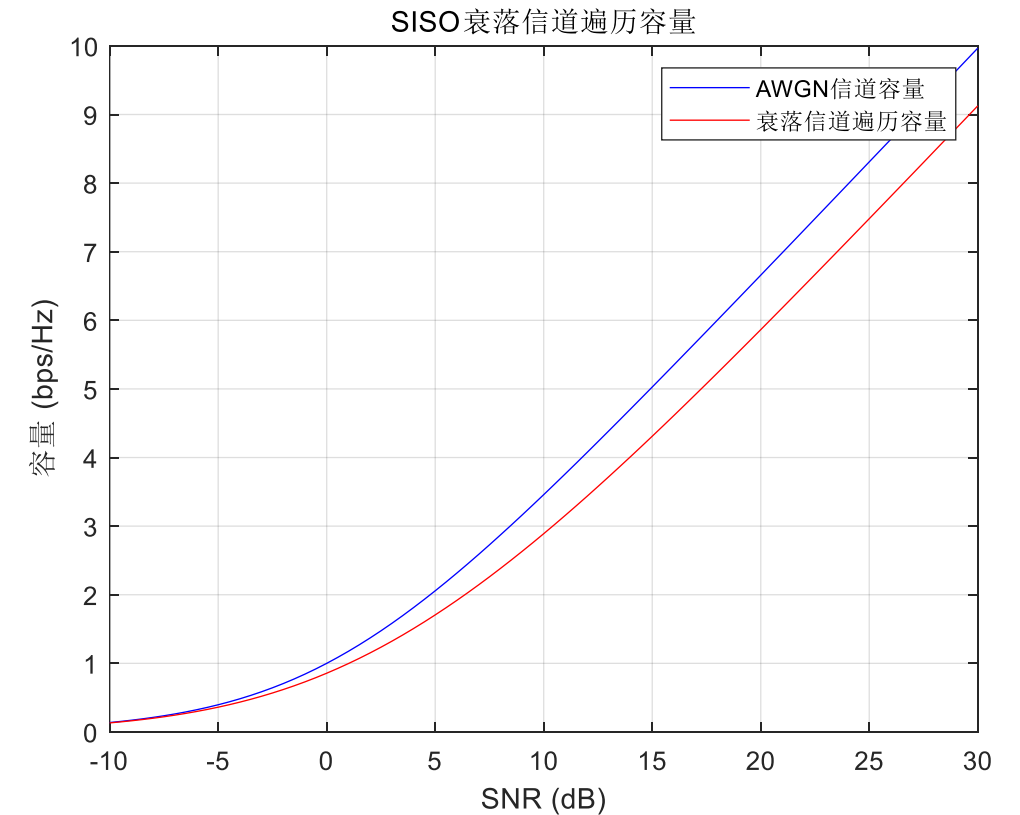
- 研究方法

- ✓ 推导容量的期望公式（可近似），得到闭合（closed form）表达式
- ✓ 根据信道分布，生成信道，统计信道容量（平均容量或中断概率）
- ✓ 比较理论闭合表达式和数值统计结果的吻合度

Matlab实现统计计算瑞利平衰落信道的容量

□ 程序: simErgodicCapacity.m

```
1. %衰落信道的遍历容量
2. clearvars; clc; close all
3. snrdB=-10:0.5:30; %仿真的信噪比范围, dB 值
4.
5. h= (randn(1,100) + 1i*randn(1,100))/sqrt(2); %瑞利平衰落
6. sigma_z=1;
7.
8. snr = 10.^(snrdB/10);
9. P=(sigma_z^2)*snr./(mean(abs(h).^2));
10.
11. C_awgn=(log2(1+ snr));
12. C_fading=mean((log2(1+ ((abs(h).^2).')*P/(sigma_z^2))));
13.
14. plot(snrdB,C_awgn,'b'); hold on; plot(snrdB,C_fading,'r'); grid on;
15. legend('AWGN 信道容量','衰落信道遍历容量');
16. title('SISO 衰落信道遍历容量');
17. xlabel('SNR (dB)'); ylabel('容量 (bps/Hz)');
```



AWGN信道

□ 为了评估给定信噪比时的传输性能，接收信号通常由发射信号和给定强度的随机噪声相加获得

□ 数学上，若发射信号为 x ，则接收信号表示为

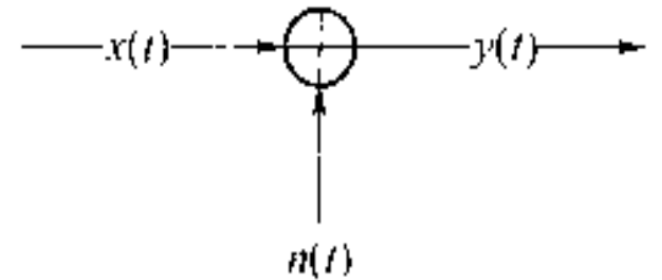
$$y = x + n$$

✓ 其中 n 是均值为0，方差为 σ^2 的高斯随机变量

□ 若输入信号为复信号，则噪声 n 是复高斯信号，生成为

$$n = n_c + jn_i$$

✓ 其中 $n_c \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right)$, $n_i \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right)$



□ AWGN信道通常用于等效一些恒参信道，如卫星通信信道、光纤通信信道和同轴电缆信道等

比特信噪比和符号信噪比

- 将信号的比特能量和符号能量分别表示为 E_b 和 E_s , 噪声功率谱密度为 N_0 , 则比特信噪比和符号信噪比分别定义为

$$\gamma_b = \frac{E_b}{N_0} \quad \gamma_s = \frac{E_s}{N_0}$$

- 在无编码的 M 阶调制中, 每个符号包含 $k = \log_2 M$ 个比特, 因此可推比特信噪比和符号信噪比的关系为

$$E_s = kE_b \Rightarrow \gamma_s = k\gamma_b$$

- 在实际系统中, 由于存在编码的影响, k 的取值由调制阶数和编码码率 $\eta (\eta \leq 1)$ 决定

$$k = \eta \log_2 M$$

基于比特信噪比或符号信噪比的AWGN信道模型

- 在仿真中，假设符号周期和采样周期分别为 T_{sym} 和 T_{sam} ，通常 $T_{sym} > T_{sam}$
- 对复信号，若信道带宽为 B 且接收信号功率为 P ，其符号信噪比可表示为

$$\gamma_s = \frac{E_s}{N_0} = \frac{PT_{sym}}{N_0 B / B} = \frac{P}{N_0 B} T_{sym} B$$

- 若信噪比为 $\gamma = \frac{P}{N_0 B}$ ，且 $B = F_{sam} = \frac{1}{T_{sam}}$ ，则

$$\gamma_s = \frac{P}{N_0 B} T_{sym} B = \gamma \frac{T_{sym}}{T_{sam}}$$

- 定义信号的过采样率为 $L = \frac{T_{sym}}{T_{sam}}$ ，则信号功率估算为
✓ N 为信号序列的长度

$$P = L \times \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2$$

基于比特信噪比或符号信噪比的AWGN信道模型

- 可进一步推得给定符号信噪比下的噪声功率为

$$\sigma^2 = \frac{P}{\gamma} = \frac{P}{\gamma_s} \frac{T_{sym}}{T_{sam}}$$

- 类似的，给定比特信噪比下的噪声功率为

$$\sigma^2 = \frac{P}{k\gamma_b} \frac{T_{sym}}{T_{sam}}$$

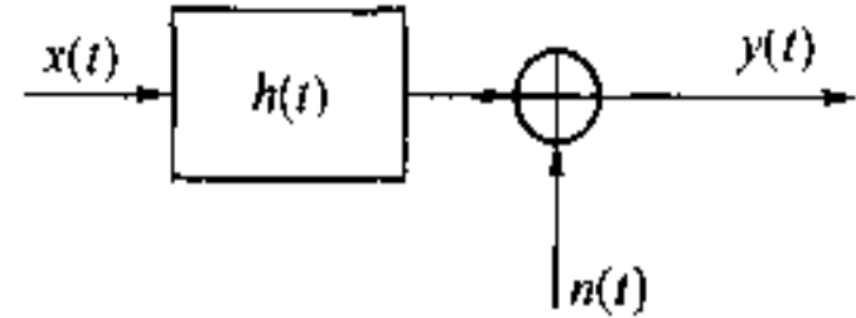
基于符号信噪比的噪声模型实现

```
1. % AWGN 模型
2. function [r,n,NoisePower] = add_awgn_noise(s,SNRdB)
3. % AWGN 噪声模型
4. % 输入: s 输入符号序列; SNRdB 符号信噪比;
5. % 输出: r 叠加噪声后的输出符号序列; n 噪声信号; NoisePower 噪声功率
6.
7. s_temp=s;
8. if iscolumn(s), s=s.'; end
9. gamma = 10^(SNRdB/10); %SNR dB 值转成线性值
10.% 计算信号功率
11.if isvector(s) %对一维输入信号, 如 MPAM,MPSK,MQAM
12.    P=sum(abs(s).^2)/length(s);
13.else % 对多维输入信号, 如 MFSK, s 是 MxN 的矩阵
14.    P=sum(sum(abs(s).^2))/length(s);
15.end
17.NoisePower=P/gamma; % 计算噪声功率
18.%生成噪声
19.if(isreal(s))
20.    n = sqrt(NoisePower)*randn(size(s));
21.else
22.    n = sqrt(NoisePower/2)*(randn(size(s))+1i*randn(size(s)));
23.end
24.r = s + n; %接收信号叠加噪声
25.if iscolumn(s_temp), r=r.'; end
26.end
```


信道模型中的幅度失真与相位失真

- 发送信号经过一个线性非时变系统 $h(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau) d\tau + n(t)$$



- 信道的响应函数为

$$H(f) = |H(f)|e^{-j\phi(f)}$$

✓ 其中 $|H(f)|$ 是幅频响应, $\phi(f)$ 是相频响应

- 幅度失真: 当信道的幅频响应不是常数时, 输入信号经过信道后, 输入信号中不同频率分量的衰减不同, 产生幅度失真
- 相位失真: 当信道的相频响应不是经过原点的直线, 也即 $\phi(f) \neq 2\pi f\tau$ 时, 输入信号经过信道后, 不同频率分量经过信道的时延不同, 产生相位失真
 - ✓ 时延特性为 $\tau(f) = \frac{\phi(f)}{f}$
- 当信道的时延特性不是常数, 但满足在 $f = f_c$ 附近 $\frac{d\phi(f)}{df}$ 是常数, 输入的窄带已调信号经过信道后, 产生相位失真, 引起信号波形失真, 但信号的包络不失真

示例

□ 信道响应函数为 $H(f) = |H(f)|e^{-j\phi(f)}$, 输入信号为

$$x(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s)$$

$$g(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, T_s] \\ -1 & \text{其他} \end{cases}$$

✓ 其中 $T_s = 1$,

□ 画出如下情况的信道输出信号 (程序: `simChannelShow.m`)

✓ 无信道失真: $H(f) = e^{-j\pi f}$

✓ 幅度失真信道: $H(f) = \frac{\sin \pi f}{\pi f} e^{-j\pi f}$

✓ 相位失真信道: $H(f) = \begin{cases} e^{-j\pi(f-1)} & f > 0 \\ e^{-j\pi(f+1)} & f \leq 0 \end{cases}$

✓ 一般信道: $H(f) = e^{-j\pi(f^2+f-1)}$

```
5. %% 参数设置
```

```
6. Tsym=1; %每个符号周期
7. L = 8; %每个码元的抽样点数
8. Tsam = Tsym/L; %抽样时间间隔
9. Fs=1/Tsam; %采样频率
10.Nsym= 50; %数据的码元长度
```

```
12.%% 数据波形
```

```
13.gt = ones(1,L); %NRZ 非归零波形
14.t = 0:Tsam:(Nsym*L-1)*Tsam; %样点对应的的时间矢量
15.d = 2*randi([0,1],1,Nsym)-1; %双极性数据源
16.data = INSERT0(d,L); %对序列间隔插入 N_sample-1 个 0
17.xt=filter(gt,1,data); %信源波形
18.[Xf, f] = SpectrumViewer(xt,Fs, 'twosided'); % 计算发送波形的频谱
19.subplot(211)
20.plot(t, xt);xlabel('t');ylabel('时域幅度');title('时域信号')
21.axis([0,20,-1.2 1.2]);grid on;
22.subplot(212)
23.plot(f, abs(Xf));xlabel('f[Hz]');ylabel('幅度谱');title('发送信号的
```

```
频谱')
```

```
27.%% 信道 1: 无失真信道
```

```
28.hf1 = exp(-1j*2*pi*f); % 无失真信道的频率响应, 时域延迟 1 秒
29.[ht1,~] = SignalRecoveryFromSpectrum(hf1,f); % 由频谱得到
    时域响应
30.yt1 = filter(ht1,1,xt); % 滤波
31.
32.figure
33.subplot 311
34.yyaxis left
35.plot(f,abs(hf1));ylabel('幅频特性');ylim([0.5,1.5])
36.yyaxis right
37.plot(f,angle(hf1)/pi);
38.ylabel('相频特性');title('线性无失真信道的幅频和相频特性');
39.grid on;
40.subplot 312
41.plot(t,xt(1:Nsym*L));
42.axis([0,20,-1.2 1.2]);grid on;
43.title('输入信号波形')
44.subplot 313
45.plot(t,real(yt1(1:Nsym*L)));
46.title('经过信道后的输出信号');
47.axis([0,20,-1.2 1.2]);grid on;
48.title('输出信号波形')
..
```

50.%% 信道 2: 幅频失真信道

51.hf2 = sinc(f).*exp(-1i*pi*f);

52.[ht2,~] = SignalRecoveryFromSpectrum(hf2,f); % 由频谱得到时域响应

53.yt2 = filter(ht2,1,xt); % 滤波

75.%% 信道 3: 相位失真信道

76.f1 = find(f<0);

77.hf3 = exp(-1i*pi*f+1i*pi);

78.hf3(f1) = exp(-1i*pi*f(f1)-1i*pi);

79.[ht3,~] = SignalRecoveryFromSpectrum(hf3,f); % 由频谱得到时域响应

80.yt3 = filter(ht3,1,xt); % 滤波

102.%% 信道 4: 相频、群时延失真信道

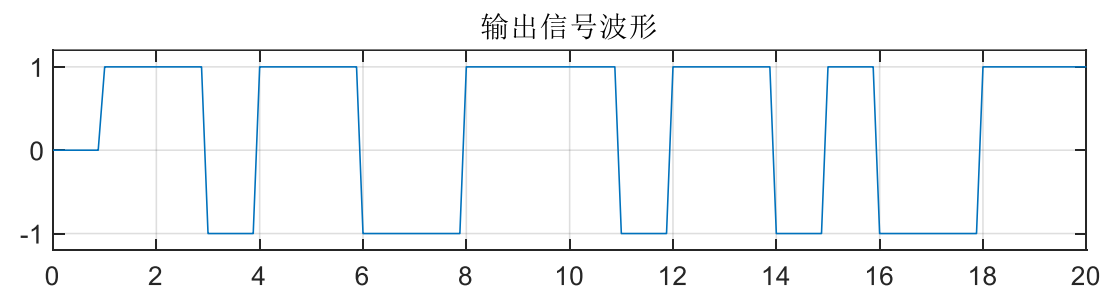
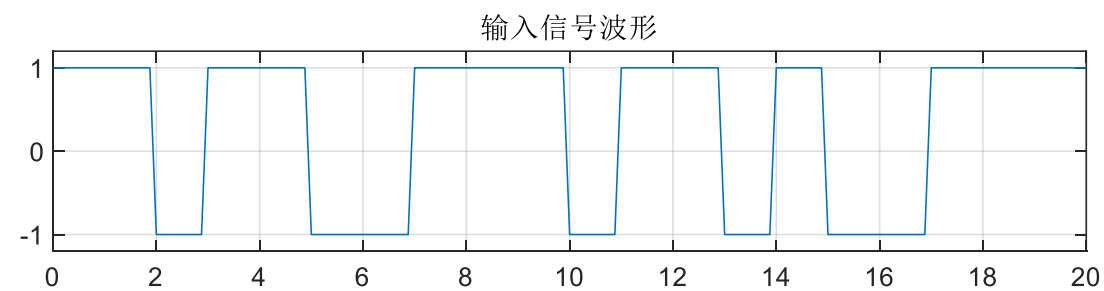
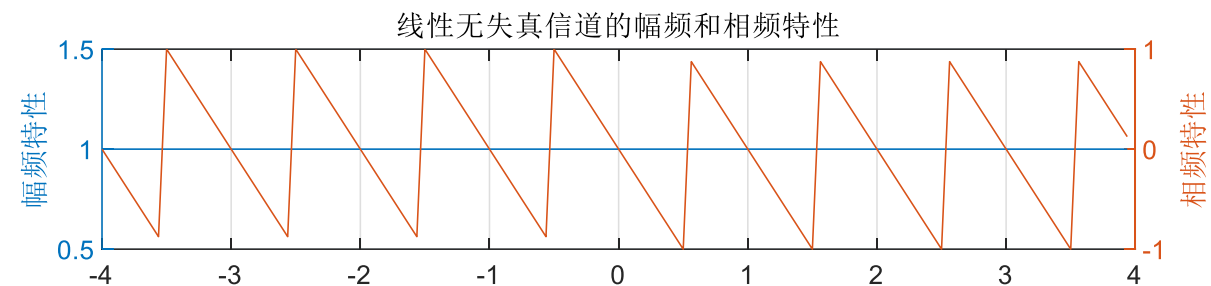
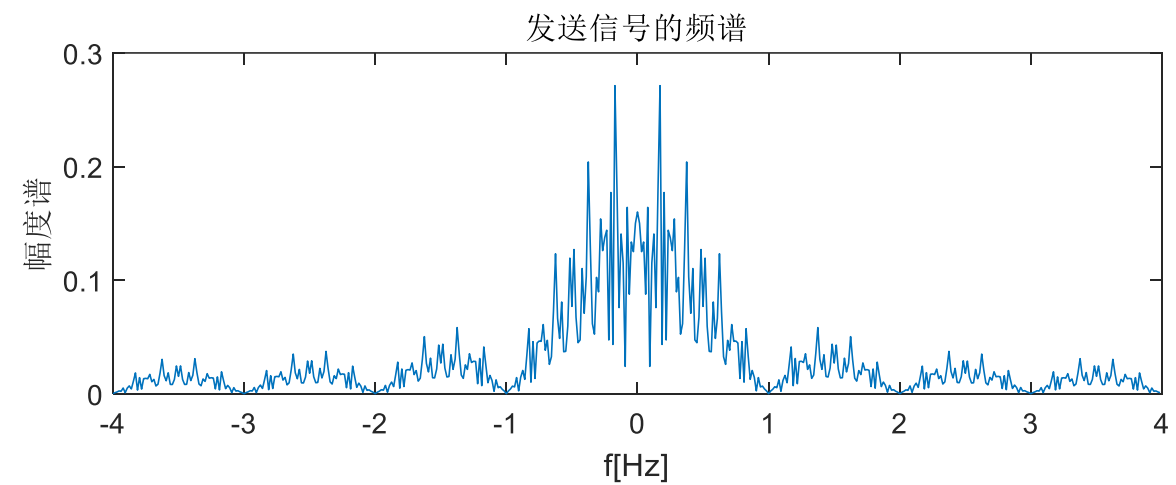
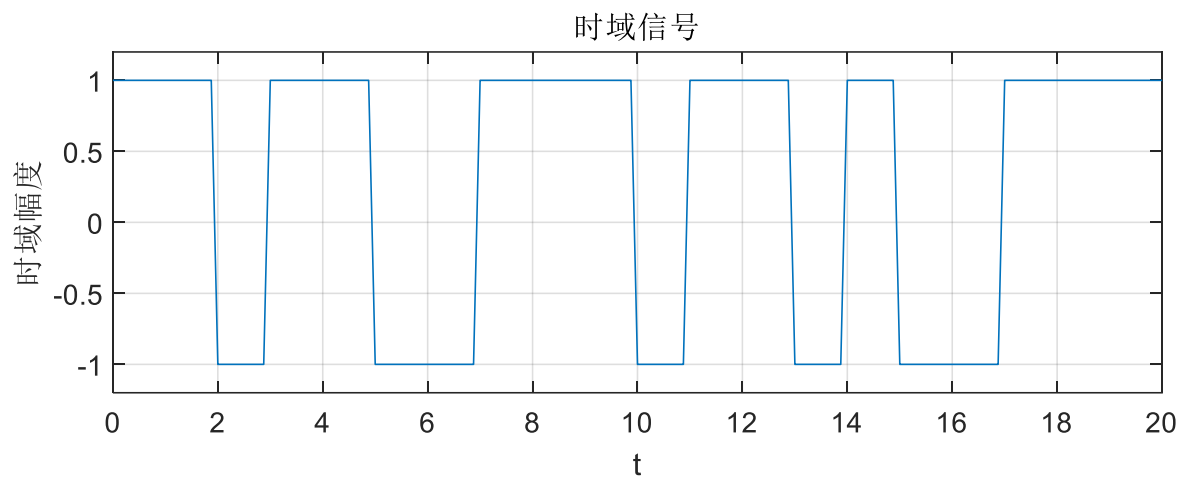
103.hf4 = exp(-1i*pi*f.*f-1i*pi*f+1i*pi);

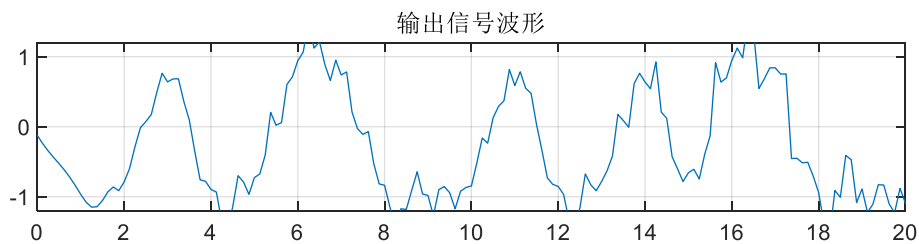
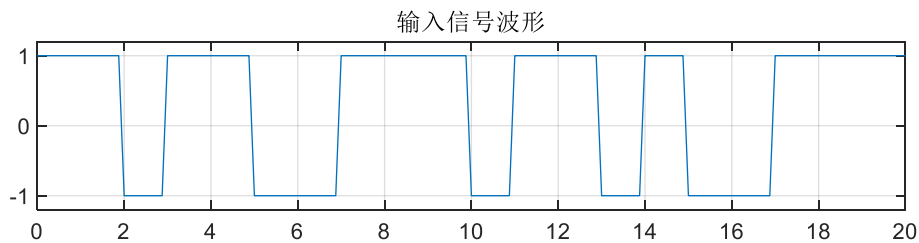
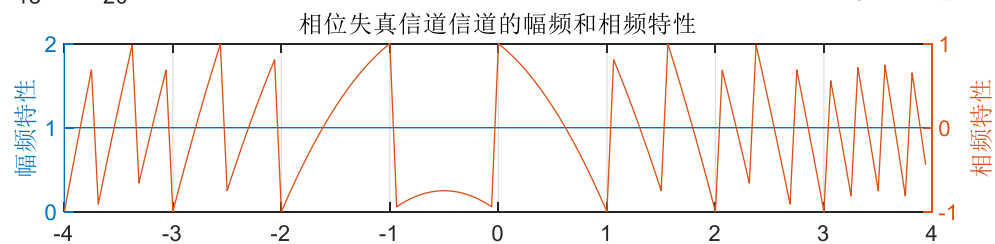
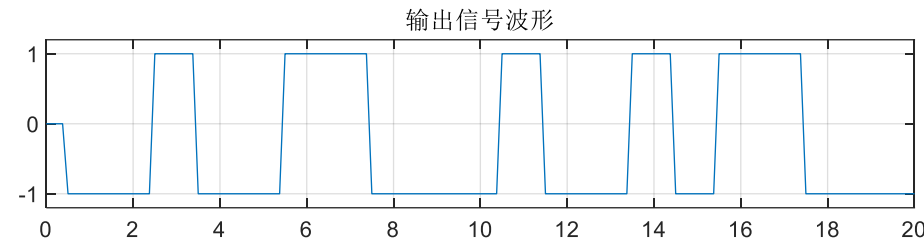
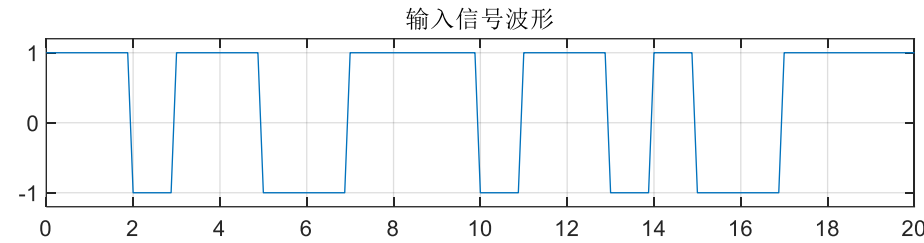
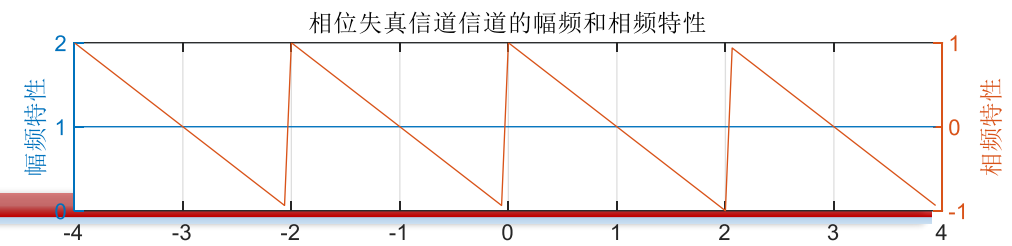
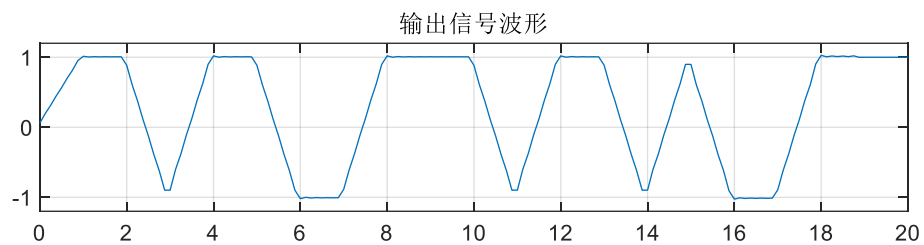
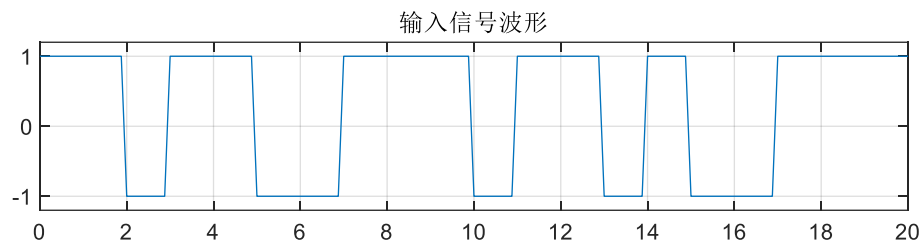
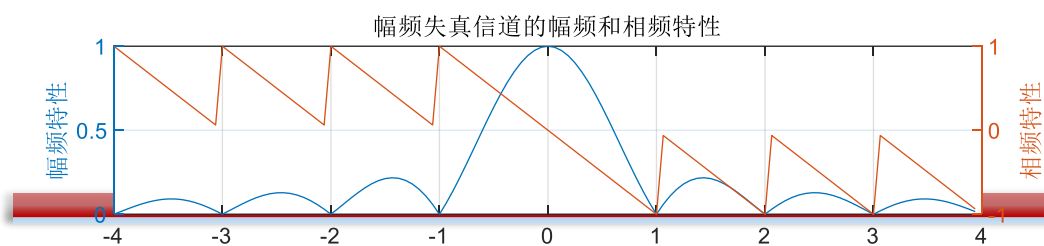
104.[ht4,~] = SignalRecoveryFromSpectrum(hf4,f); % 由频谱得到时域响应

105.yt4 = filter(ht4,1,xt); % 滤波

```
1. function [st,t]=SignalRecoveryFromSpectrum(sf,f)
2. % 由频谱计算离散时间序列
3. % 输入: sf 频谱; f 频率点矢量
4. % 输出: st 时域信号; t 时间点矢量
5.
6. df = f(2)-f(1); %频率分辨率
7. Fs=length(sf)*df; %采样率
8. dt = 1/Fs; %采样周期
9. N = length(sf); %数据长度
10.T = dt*N; %数据的时间长度
11.t = 0:dt:T-dt; %时域波形的时间点矢量
12.sff = fftshift(sf);
13.st = ifft(sff); %频域转时域
14.end
```

```
1. function[out]=INSERTO(d,M)
2. %将输入的序列扩展成间隔 M-1 个 0 的序列
3. N=length(d);
4. out=zeros(1,M*N);
5. for i=0:N-1
6.     out(i*M+1)=d(i+1);
7. end
8. end
```





无线信道模型

- 电磁波传播的机理是多种多样的，但总体上可归结为反射、绕射和散射。
- 大多数蜂窝通信系统工作在城区，发射机和接收机之间无直接视距路径，而且建筑物还可能产生严重的绕射损耗。此外，由于不同物体的多径反射，经过不同长度路径的电磁波相互作用会引起多径损耗，同时随着发射机与接收机之间距离的不断变化，还会引起电磁波强度的衰减变化。

- 数学上，接收信号的功率可以表达为

$$P_r(d) = PL(d)S(d)R(d)$$

- ✓ d : 发射机与接收机之间的距离
- ✓ $PL(d)$: 路径损耗, 是发射信号在空间辐射扩散产生的损耗, 反映宏观范围内接收信号功率均值的变化, 有时也被称为大尺度衰落
- ✓ $S(d)$: 阴影衰落, 是由于传播环境的地形起伏、建筑物和其他障碍物对地波的阻塞或遮蔽而引发的衰落, 有时也被称为中尺度衰落
- ✓ $R(d)$: 多径衰落, 是由于无线电波信号经过多条路径到达接收端, 每条路径信号的时延、衰落都不一样, 因此多个信号分量叠加时产生同相增强、异相减弱的现象, 在极小范围内移动会引起瞬时场强的快速波动, 有时也被称为小尺度衰落。

无线信道模型的应用场合

- 在实际系统中，大尺度衰落、中尺度衰落和小尺度衰落通常是同时存在的，但由于复杂度太高，在理论分析或计算机仿真中很少同时考虑
- 系统容量分析、电磁波的覆盖范围等问题
 - ✓ 主要考虑传播路径损耗和阴影衰落
- 接收机对接收信号的信号处理问题
 - ✓ 通常考虑小尺度衰落，这主要是因为小尺度衰落主要描述无线信号在短时间范围内或短距离传播后信号幅度的快速变化，因此大尺度衰落的影响可以忽略不计

无线衰落模型的应用

- 当接收到的信号在传输过程中经历小尺度衰落时，其包络和相位都会随时间波动
 - ✓ 对相干调制，除非在接收机上采取措施对其进行补偿，否则相位上的衰落效应会严重降低性能。大多数情况下，对采用此类调制的系统进行分析时，都会假设由于衰落引起的相位效应在接收机处得到了完美校正，从而导致了所谓的“理想”相干解调
 - ✓ 对于非相干调制，在接收机处不需要相位信息，因此由于衰落导致的相位变化不会影响性能。因此，对衰落信道上的理想相干和非相干调制的性能分析只需了解衰落的包络统计数据
- 若要评估信号处理性能，则需模型考虑载频、多普勒频移、初始相位等因素，经典的瑞利平衰落信道模型包括Clarke模型、Jakes模型等。这里将介绍常用于评估调制性能的包络衰落模型，以及评估无线传输算法的多径衰落（频率选择性衰落）信道模型。

包络衰落模型

- 包络衰落信道通常被建模为单抽头FIR滤波器，并且抽头权重为服从瑞利、莱斯或Nakagami分布的随机遍历。
- 通常，包络衰落信道假设是块衰落，意味着衰落过程在给定的传输时间间隔内近似不变，但块与块之间随机变化。数学上，包络衰落信道可描述为

$$y = hx + n$$

✓ h 为一个复随机变量

- 若信道为瑞利衰落信道，则瑞利衰落的样点由如下随机变量描述

$$h = X + jY \quad X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad Y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

✓ 增益不为1，要做归一化

- h 的包络 $|h|$ 的概率密度函数为

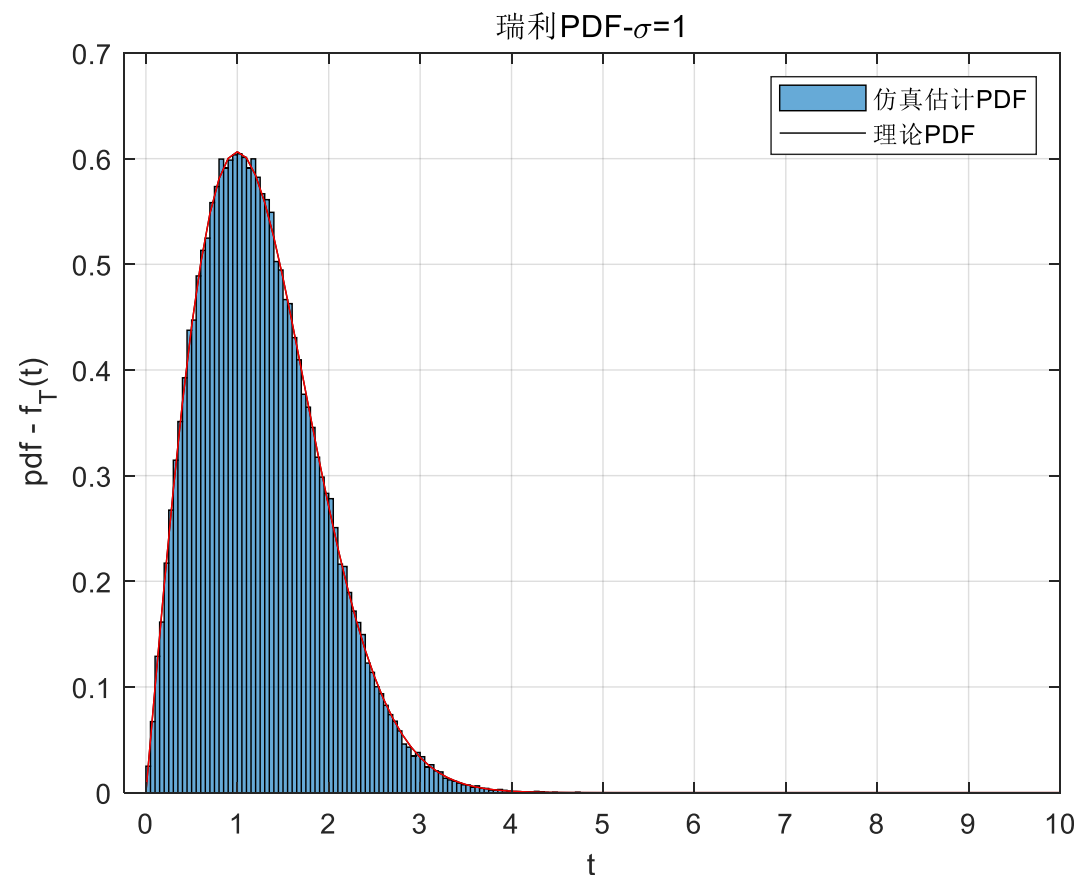
$$f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right], \quad x \in (0, +\infty)$$

瑞利信道生成

□ 程序: simRayleighChannel.m

```
1. % 包络瑞利衰落信道
2. clearvars; close all; clc;
3. rng default;
4.
5. N=1e5; %随机生成样点个数
6. sigma=1;
7. T=RayleighChannel(sigma,N);
8. histogram(abs(T),'Normalization','pdf'); hold on;%从数据中估计 PDF
9.
10. t_range = 0:0.1:10;
11. T_pdf = (t_range/sigma^2).*exp(-t_range.^2/(2*sigma^2));%理论 PDF
12. hold on; plot(t_range,T_pdf,'k'); grid on;
13.
14. plot(t_range,T_pdf,'r');
15. xlabel('t'); ylabel('pdf - f_T(t)');
16. title(['瑞利 PDF-\sigma=', num2str(sigma)]);
17. legend('仿真估计 PDF','理论 PDF');
```

```
1. function H=RayleighChannel(sigma,L)
2. % 生成基于包络的瑞利衰落信道
3. % 输入: sigma 实部和虚部的标准方差参数, L 生成的数据长度
4. % 输出: H 瑞利分布的复随机数
5. H=sigma*(randn(1,L)+1i*randn(1,L));
6. end
```



莱斯信道

- 瑞利信道适合无直达径的场景。若存在直达径，信号包络为莱斯分布
- 若直达径的到达角AoA为 θ ，相位为 ϕ ，最大多普勒频率为 f_D ，衰落过程可以描述为

$$h(t) = \sqrt{\frac{K\Omega}{K+1}} e^{j2\pi f_D \cos(\theta)t + \phi} + \sqrt{\frac{\Omega}{K+1}} g(t)$$

- ✓ 其中 $g(t)$ 是窄带复高斯过程
- ✓ K为莱斯k因子，为直达径功率 (A^2) 与散射径功率(S^2)之比，也即 $K = \frac{A^2}{S^2}$
- 接收功率 Ω 为直达径功率与散射径功率之和

$$\Omega = A^2 + S^2$$

- ✓ 当 $K \rightarrow \infty$ 时，没有散射波，莱斯分布变成高斯信道（一个强的直达径）
- ✓ 当 $K \rightarrow 0$ 时，没有直射波，莱斯分布变成瑞利分布

莱斯信道的生成

□ 莱斯信道的生成表达式

$$h = X + jY$$

$$X, Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad \mu = g_1 = \sqrt{\frac{K}{2(K+1)}} \quad \sigma = g_2 = \sqrt{\frac{1}{2(K+1)}}$$

□ h 的包络 $|h|$ 的概率密度函数为

$$f_x(x) = \frac{2x(K+1)}{\Omega} \exp\left[-\frac{(K+1)x^2}{\Omega} - K\right] I_0\left(2x\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}\right), \quad x, K, \Omega \in (0, +\infty)$$

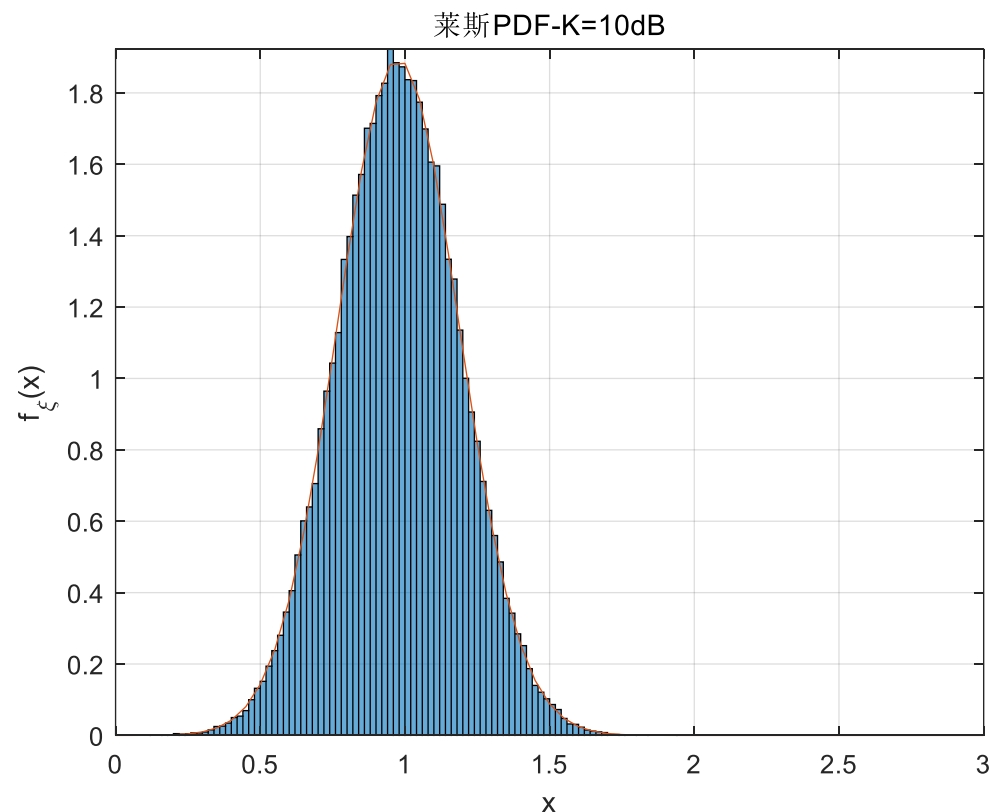
$$\Omega = \rho^2 + 2\sigma^2 \quad K = \rho^2 / 2\sigma^2$$

莱斯信道的生成实现

□ 程序: simRiceChannel.m

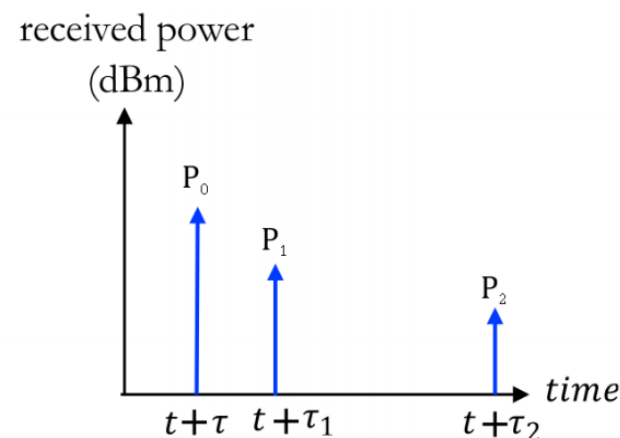
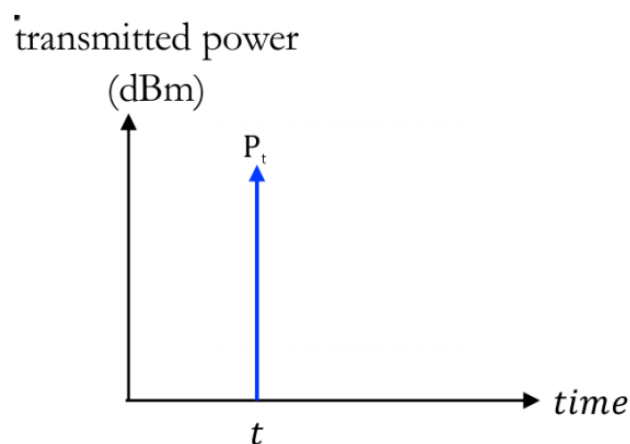
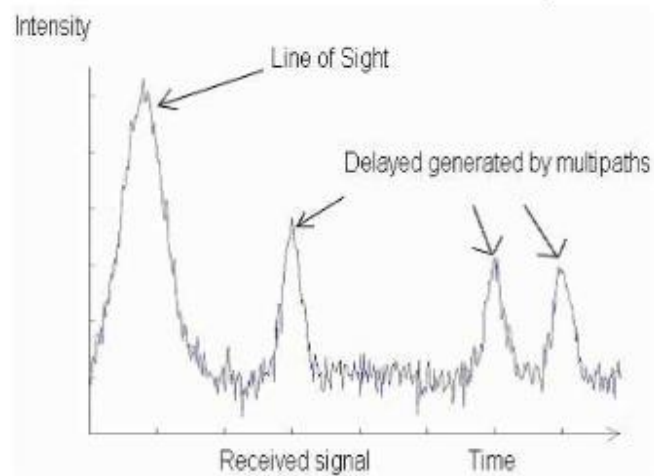
```
1. % 包络莱斯衰落信道
2. clearvars;close all; clc;
3.
4. N= 10^5; %随机生成样点个数
5. KdB_factors = [-10 0 5 10]; %莱斯 K 因子
6.
7. for KdB=KdB_factors
8.     K=10^(KdB/10);
9.     r = RiceChannel(K,N);
10.    figure
11.    histogram(abs(r),'Normalization','pdf');
12.
13.    x = 0:0.05:3;
14.    Omega=1; %总功率, 设为 1
15.    z = 2*x*sqrt(K*(K+1)/Omega);
16.    I0_z= besseli(0,z);%第一类 0 阶修正的贝塞尔函数
17.    pdf = (2*x*(K+1)/Omega).*exp(-K-(x.^2*(K+1)/Omega)).*I0_z; %理论
    PDF
18.    hold on; plot(x,pdf);
19.    title(['莱斯 PDF-K=',num2str(KdB),'dB']);
20.    xlabel('x');ylabel('f_{\xi}(x)');axis tight; grid on;
21.end
```

```
1. function H=RiceChannel(K,L)
2. % 生成基于包络的莱斯衰落信道
3. % 输入: sigma 实部和虚部的标准方差参数, K 莱斯 K 因子, L 生成的数据长度
4. % 输出: H 莱斯分布的复随机数
5. g1 = sqrt(K/(2*(K+1)));
6. g2 = sqrt(1/(2*(K+1)));
7. H=(g2*randn(1,L)+g1)+1i*(g2*randn(1,L)+g1);
8. end
```



频率选择衰落信道模型

- 短波电离层传播（HF）、对流层散射和移动蜂窝无线电传播等无线信道均呈现为频率选择性衰落信道
 - ✓ 接收信号由具有不同路径时延的多径构成，表现为可分辨的多径特性
 - ✓ 路径的数目和各路径之间的相对时延都随时间变化，因此，这类无线信道通常又称为时变多径信道，被建模为多径传播信道模型。
- 功率延迟分布（Power Delay Profile）是刻画多径信道的方法之一。PDP通常给出了通过多径信道接收的信号强度与时间的关系
 - ✓ 在典型的PDP图中，每个多径的信号功率相对于其各自的传播延迟进行绘制。其中，传播延迟是每一径信号相对于第一径到达接收端的传播时延差



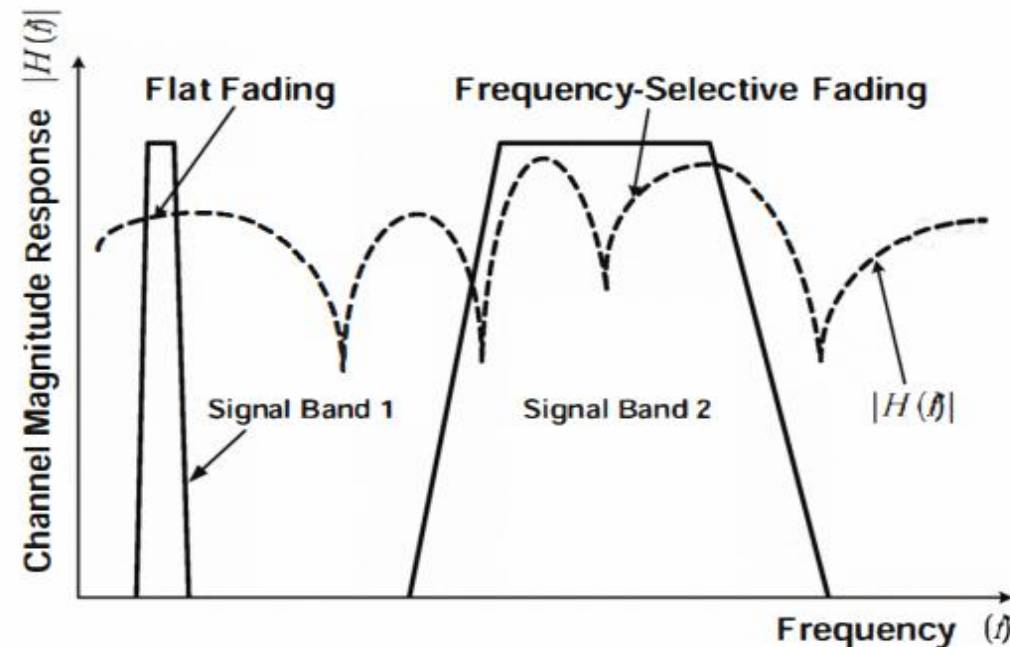
频率选择信道的几个概念

- 在实际中，PDP可通过测量第一个到达接收机的信号分量到最后一个高于一定功率门限的信号分量获得。该功率门限取决于接收机的灵敏度以及噪声水平。
- 在PDP上，第一个到达接收机的信号分量与最后一个到达接收机的信号分量之间的时间差，被称为最大时延扩展（maximum delay spread），也被称为最大超量延迟（maximum excess delay）
- 对PDP进行傅里叶变换，就得到了频率间隔相关函数（spaced-frequency correlation function），简称为频率相关函数。该函数主要描述了信号在频域上的扩展，并引出相干带宽（Coherence bandwidth）的概念。相干带宽是信道增益保持相对恒定的频率范围。



包络（平、非频率选择性）衰落信道和频率选择性信道

- 基于最大时延扩展 T_m 或相关带宽 B_c ，可以判定一个信道是频率选择性的还是频率非选择性的
 - ✓ 当最大时延扩展 T_m 大于符号时间 T_{sym} 或信号带宽 B_s 大于信道的相关带宽 B_c ，信道的多径效应会引入码间干扰，此时信道是频率选择性信道
 - ✓ 最大时延扩展 T_m 小于符号时间 T_{sym} 或信号带宽 B_s 小于信道的相关带宽 B_c ，信号的所有散射分量基本都能在符号时间内到达接收机，多径效应不会引发码间干扰，此时信道是频率非选择性信道。



多径频率选择性信道的仿真

□ 抽头延迟线滤波器是一个抽头数为 N 的FIR滤波器，通常被用于模拟多径频率选择性衰落信道

✓ 为了模拟频率选择性，通常要求 $N > 1$ 。当 $N = 1$ 时，该滤波器模拟一个零均值的衰落信道，且该信道的多径信号同时到达接收机。此时，信道变为频率非选择性的平坦衰落信道

□ 令第 n 径的路径损耗为 $a_n(t)$ ，传播时延为 τ_n ，则在连续时间上该路径衰减建模为

$$\tilde{a}_n(t) = a_n(t) \exp[-j2\pi f_c \tau_n(t)]$$

✓ f_c 为信号载频

□ 信道响应为

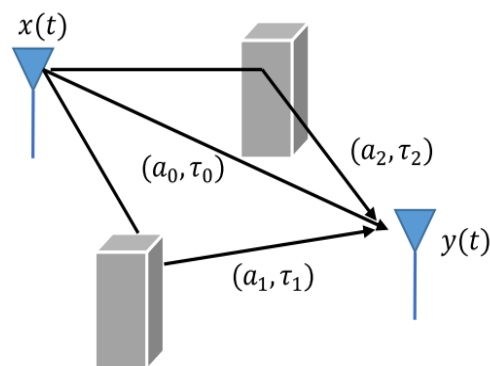
$$h(t, \tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n(t) \delta(t - \tau_n(t))$$

✓ 若不存在任何移动以及信道变化，尽管存在多径，信道可以一定程度上变为时不变的

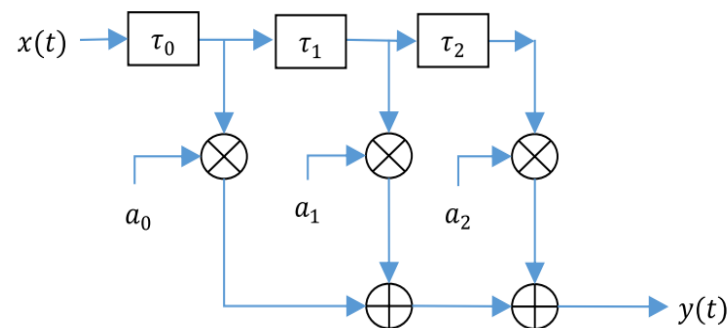
$$h(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \delta(t - \tau_n)$$

示例：多径衰落信道

□ 一个3径的时不变信道以及对应的抽头延迟线滤波器



(a) 3-rays multipath time invariant channel



(b) Equivalent TDL model

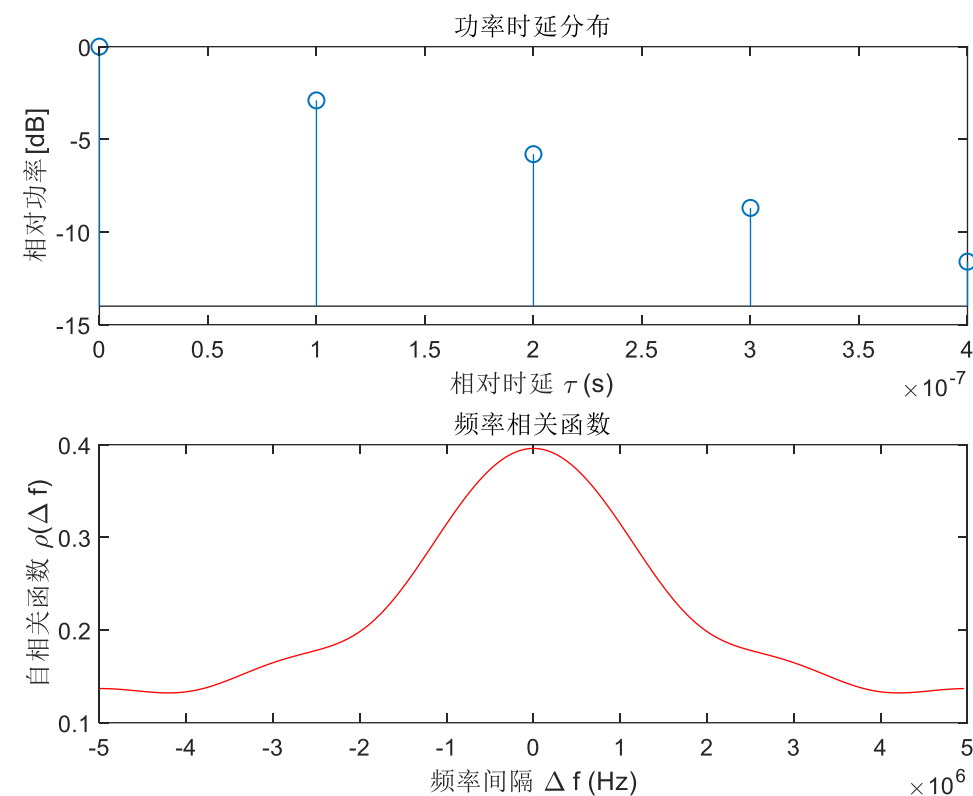
□ 例：某一室内环境为一5径信道，相对路径增益的dB值为[0 -2.9 -5.8 -8.7 -11.6]，相邻路径之间的传输时延为100ns，请绘制信道的PDP以及频率相关函数。

✓ 程序：simPDP.m

```

1. clearvars;close all;clc;
2.
3. Ps = [0 -2.9 -5.8 -8.7 -11.6];           %PDP 矢量[dB]
4. p_i = 10.^(Ps/10);                       %转为线性值
5. Ts=100e-9;                               %采样周期
6. Fs=1/Ts;                                 %采样率
7. TAU_s = [0:length(Ps)-1]*Ts;             %相对时延矢量
8.
9. subplot(211);
10. plotObj=stem(TAU_s,Ps);
11. set(plotObj,'basevalue',-14); %以-14 为基准, 使 stem 由下而上的绘制
12. title('功率时延分布');
13. xlabel('相对时延 \tau (s)'); ylabel('相对功率[dB]');
14.
15. subplot(212);
16. [Yf,f]=SpectrumViewer(p_i,Fs,'twosided',Fs/256);%频率相关函数
17. plot(f,abs(Yf),'r')
18. title('频率相关函数');
19. xlabel('频率间隔 \Delta f (Hz)');
20. ylabel('自相关函数 \rho(\Delta f)');

```

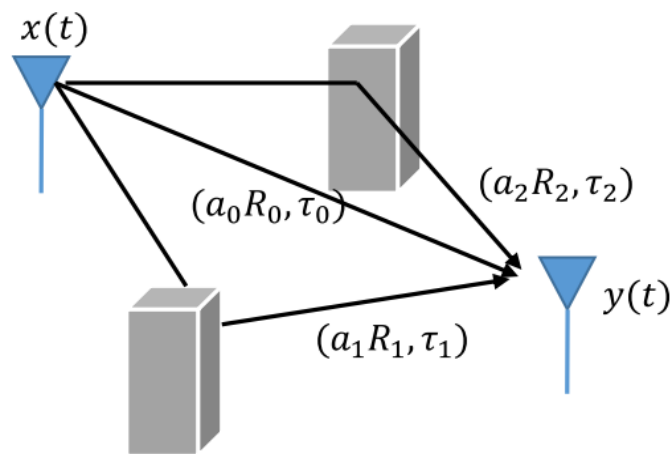


随机无线多径衰落信道

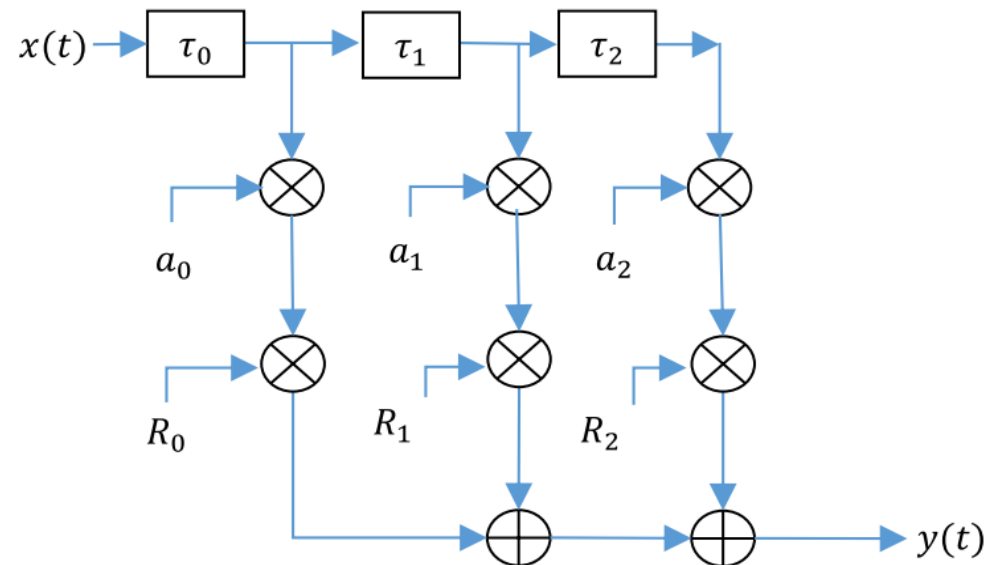
□ 由于实际无线信道通常是时变的，进一步引入随机性，表示为

$$h(t, \tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n R_n \delta(t - \tau_n)$$

✓ R_n 是代表路径增益随机波动的复随机变量，服从瑞利或莱斯分布



(a) 3-rays multipath time variant channel



(b) Equivalent TDL model

示例：随机无线多径信道

□ 例 给定一个快衰落5径信道，相对路径增益为[0,-5,-10,-15,-20]dB，计算该信道的FIR滤波器系数。

```
1. % 频率选择性信道模型的 FIR 生成
2. PDP = [0 -5 -10 -15 -20]; %PDP 矢量[dB]
3. L=1e6; %信道实现个数
4.
5. N = length(PDP); %信道抽头数
6. PDP = 10.^(PDP/10);
7. a = sqrt(PDP); %路径增益转成抽头系数（非随机部分）
8.
9. R=1/sqrt(2)*(randn(L,N) + 1i*randn(L,N));%Rayleigh 随机数
10. taps= repmat(a,L,1).*R; %抽头系数= a[n]*R[n]
11. normTaps = 1/sqrt(sum(PDP))*taps; %归一化的 FIR 抽头
12.
13. display('每个抽头的平均功率');
14. average_power = 20*log10(mean(abs(normTaps),1))
15. display('路径总增益');
16. h_abs = sum(mean(abs(normTaps).^2,1))
```

每个抽头的平均功率

average_power =

-2.6792 -7.6915 -12.6887 -17.6920 -22.6869

路径总增益

h_abs =

1.0007

路径损耗模型

- 路径损耗是由发射机和接收机之间的距离引起，反映了移动台大范围移动时接收信号随发射机和接收机位置变化的规律
 - ✓ 经验模型：又称为统计模型。该模型主要是建立在大量实测数据和经验公式基础上的统计分析，也即在大量场强测试的基础上，经过对测试数据的分析与统计处理，找出各种地形地物下的路径损耗与距离、频率以及天线高度等因素的之间的关系，给出传播特性的各种图表和计算公式，并建立信号传播的路径损耗模型
 - ✓ 物理模型：也称为理论模型。该模型主要以电磁场理论为基础，采用理论分析的方法描述电磁波传播的过程。通常确定性模型考虑了更多的无线传播环境因素，它将环境中的要素如建筑物、地形、植被等用集合形状以及介电参数进行建模，在选择于环境要素模型相一致的理论方法计算电磁波的直射、反射和绕射，以获得空间中某个接收点的电磁场强度。一般来说，物理模型比经验模型更为精确，但计算复杂度很高，往往需要借助于高精度的数字地图进行分析
- 常见模型
 - ✓ 自由空间模型
 - ✓ 双射线模型
 - ✓ Okumura-Hata 模型、 COST231-Hata 模型、 LEE 模型等

自由空间模型

□ 自由空间模型

- ✓ 指在理想的、均匀的、各向同性的介质（如，真空）中传播，不发生反射、折射、绕射、散射和吸收现象，只存在电磁波能量的扩散引起路径损耗的空间

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2 L}$$

- ✓ P_t 和 P_r 为发射和接收功率， G_t 和 G_r 分别为发射天线和接收天线的增益， λ 为电磁波的波长， f 为电磁波的频率， c 为光速
- ✓ 当 $G_t = G_r = 1$ ，自由空间的路径损耗可建模为

$$PL(d) = \frac{P_t}{P_r} = \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2 L}$$

- ✓ 自由空间中电磁波传播的路径损耗分别与传输距离 d 的平方和电磁波频率 f 的平方成正比
- ✓ 将 d 的指数2替换成 n ，可适用于更多复杂场景，如城区为2.7-3.5，工厂区域为2~3等

路径损耗的仿真

□ 在实际中，路径损耗通常表示为dB值，接收功率的表达式可以改写为

$$\left[P_r(d) \right]_{dBm} = \left[P_t(d) \right]_{dBm} + \left[G_t \right]_{dBi} + \left[G_r \right]_{dBi} + 20 \log_{10}(\lambda) - 10n \log_{10}(d) - 10 \log_{10}(L)$$

✓ 注意，发射功率和接收功率表示为dBm，天线增益表示为dBi

✓ 程序：simPlotFreeSpaceModel.m

```
1. %绘制自由空间路径损耗
2. clearvars; close all;
3.
4. Pt_dBm=52; %发射功率
5. Gt_dBi=25; %发射天线增益
6. Gr_dBi=15; %接收天线增益
7. f=1e9; %信号频率
8. d =41935000*(1:1:200) ; %距离矢量
9. L=1; %系统损耗
10. n=2; %路径指数
11. %-----
12. [PL,Pr_dBm] = FreeSpaceModel(Pt_dBm,Gt_dBi,Gr_dBi,f,d,L,n);
13. plot(log10(d),Pr_dBm); title('自由空间路径损耗模型');
14. xlabel('log10(d)'); ylabel('接收功率(dBm)');
```

```
1. function [PL,Pr_dBm] = FreeSpaceModel(Pt_dBm,Gt_dBi,Gr_dBi,f,d,L,n)
2. % 自由空间路径损耗模型
3. % 输入参数: Pt_dBm 发射功率[dBm]; Gt_dBi 发射天线增益[dBi]
4. %           Gr_dBi 接收天线增益[dBi]; f 信号频率[Hz]
5. %           d 收发距离矢量[m]; L 其他系统损耗（无损耗 L=1）
6. %           n 路径损耗指数（自由空间 n=2）;
7. % 输出参数: Pr_dBm 接收功率[dBm]; PL 路径损耗[dB]
8.
9. lambda=3e8/f; %波长
10. K = 20*log10(lambda/(4*pi))-10*n*log10(d)-10*log10(L);
11. PL = Gt_dBi + Gr_dBi + K;
12. Pr_dBm = Pt_dBm + PL;
13. end
```

阴影衰落

- 移动通信的基本特征是用户的移动性。在用户移动的过程中，电波传播路径上的地形和地物不断变化，使得接收信号功率的局部中值随时间、地点而变化，当电波受到障碍物的阻挡会造成衰落，这种影响称为阴影效应
- 为反映阴影衰落的影响，实际无线电波传播损耗 L 通常建模为路径损耗和一个随机变量 ξ 之和

$$L = P_L + \xi$$

- ✓ 大量的测试结果表明， ξ 服从零均值的对数正态分布
- ✓ 典型情况下，市区的阴影衰落标准方差为7~8dB，乡镇为8~9dB，地势平坦、建筑物稀疏的农村大约7dB，山地大多在9dB以上

课后作业

□ 信道响应函数为 $H(f) = |H(f)|e^{-j\phi(f)}$ ，输入信号为 $x(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s)$

其中 $T_s = 1$ $g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 画出如下情况的信道输出信号，并分析为何种信道

✓ (1) $H(f) = 2e^{j2\pi f}$ (2) $H(f) = \frac{\sin 4\pi f T_s}{4\pi f T} e^{j\pi f}$

✓ (3) 两径信道 $\mu_1 = 0.707$, $\mu_2 = 0.707$, $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = 1s$

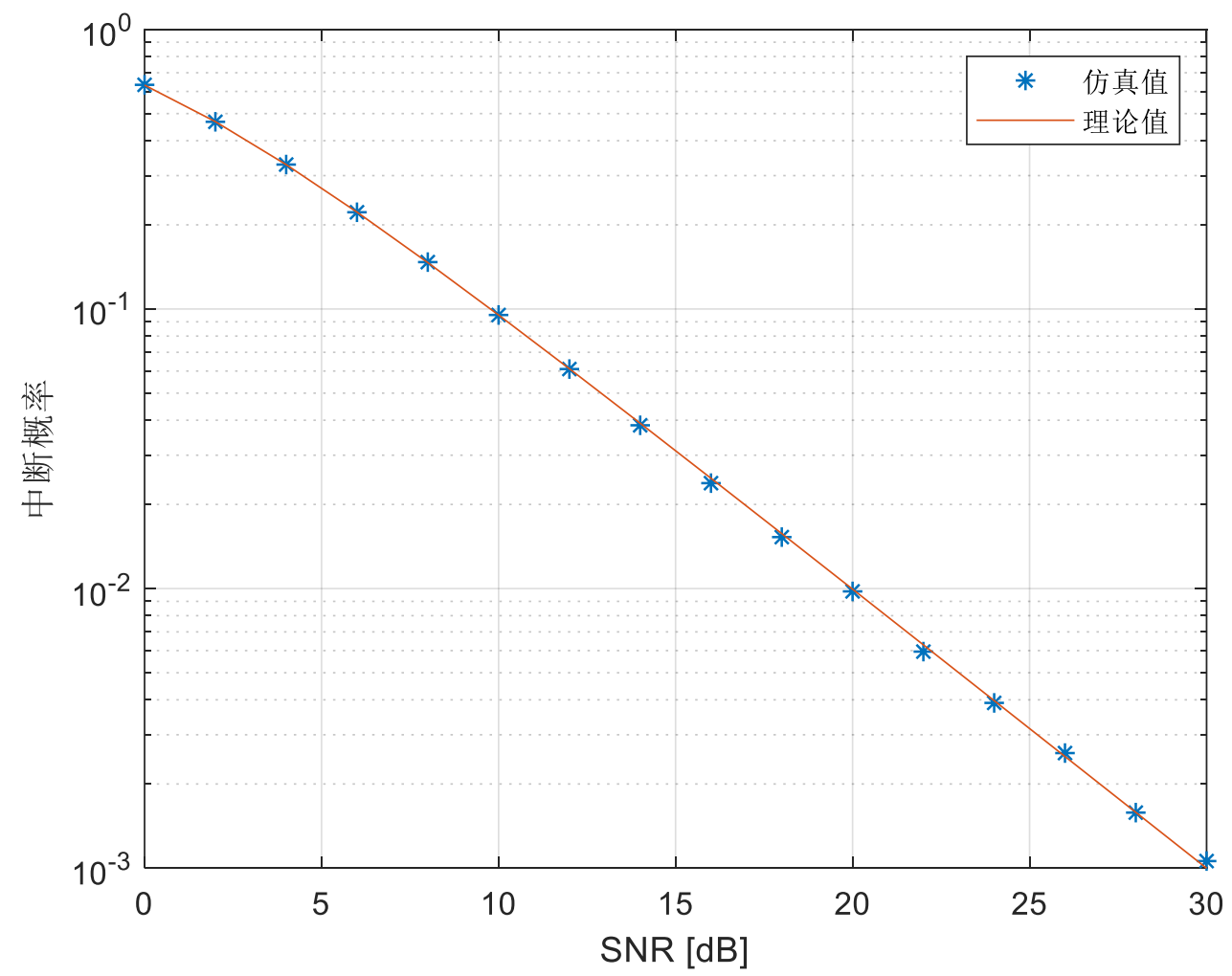
□ 请通过仿真和理论计算，绘制瑞利衰落信道的中断概率曲线 $P_{outage} = Pr(rxSNR \leq SNR_{th})$

✓ $rxSNR = |h|^2 txSNR$, h 服从瑞利分布, $txSNR$ 为发射功率与噪声功率之比

✓ 理论公式: $Pr(rxSNR \leq SNR_{th}) = 1 - \exp\left(-\frac{2^{SNR_{th}} - 1}{txSNR}\right)$

✓ 参数: $txSNR$ 的范围为 0~30dB, $SNR_{th} = 0dB$

✓ 程序: hw5.m



有问题，随便问！

