第十五届 "SPSSPRO 杯"数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第十五届"SPSSPRO 杯"数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白,在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式(包括电话、电子邮件、 网上咨询等)与队外的任何人(包括指导教师)研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道,抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上查到的资料),必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺,严格遵守竞赛规则,以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛 规则的行为,我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文,以供网友之间学习交流,数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为: 1019

参赛队员 (签名):

参赛队教练员 (签名):

参赛队伍组别(例如本科组): 本科组

第十五届 "SPSSPRO 杯" 数学中国 数学建模网络挑战赛 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号: 1019

竞赛统一编号(由竞赛组委会送至评委团前编号):

竞赛评阅编号(由竞赛评委团评阅前进行编号):

2022 年第十五届 "SPSSPRO 杯" 数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段论文

题目: 基于 AHP 的改进污水中 COVID-19 检测方法 关键词: 层次分析法、SEIR 模型、主成分分析法

摘 要

疫情的起伏不定,造成的社会性损失极大。为此我们为更好的控制疫情需对其进行详细的分析与预测。基于此,针对提出问题,给出了**层次分析法**与 **SEIR 模型**对应的分析方法,并进行了较为全面的挖掘与思考。

问题一要求我们建立合理的模型对 CF 进行重新的估计和改进,查找资料找出样品采集、物质稳定性、人口数量估算、物质的人体代谢比例、物质的浓度测定、污水厂进水流量、污水间的化学反应、对污水的预处理这八个影响因素对 CF 具有更为显著的影响效果,我们不难通过层次分析法找出 CF 关于这八个影响因素的**线性关系式**。由此得到一个关于 CF 更为准确的描述模型。

问题二要求评估疫情防控措施的主要作用,我们这里通过爬取数据,进行纵向分析,找出浓度的对比成都,并通过 **SEIR 模型**建立相关关系式,从而评估该地区疫情防控措施的主要作用。我们通过问题一中的所建立的模型,对其进行优化与求解,将三座城市视作**方案层**,计算得出各城市之间与影响因素的相关性强烈。最后结合我们生活实际,对其提出**合理化建议**。

在问题二中,极为关键的一点是基于数据的**主成分分析法**,在上一阶段中的数据中找出影响污水中病毒浓度最大的五个因素,从而在五个因素中再次通过 AHP 分析得出污水病毒浓度的评估模型。

模型结合了层次分析法和图文结合的优点,具有可靠性,并且结果具有良好的可解释性。从结果中的 CR 判断,具有一致性可接受的特点。而通过**绘图**,我们更容易找出疫情相关信息,并结合 SEIR,使得结果更据说服力。

Abstract

The ups and downs of the epidemic have caused great social losses. Therefore, in order to better control the epidemic, we need to conduct detailed analysis and forecasting. Based on this, in view of the problems raised, the corresponding analysis methods of AHP and SEIR model are given, and more comprehensive mining and thinking are carried out.

Question 1 requires us to establish a reasonable model to re-estimate and improve CF, and find information to find out sample collection, substance stability, population estimation, human metabolism ratio of substances, determination of substance concentration, sewage plant influent flow, sewage The chemical reaction between the two factors and the pretreatment of sewage have a more significant effect on CF. It is not difficult for us to find the linear relationship between CF and these eight factors through AHP.

From this, a more accurate description model of CF is obtained.

Question 2 requires to evaluate the main role of epidemic prevention and control measures. Here, we scrape data, conduct longitudinal analysis, find out the concentration comparison, and establish a correlation formula through SEIR model to evaluate the main role of epidemic prevention and control measures in this region. We optimize and solve the model established in question 1, regard the three cities as the plan layer, and calculate that the correlation between the cities and the influencing factors is strong. Finally, according to our real life, put forward reasonable suggestions.

In the second question, the most critical point is the data-based principal component analysis method. From the data in the previous stage, find out the five factors that affect the virus concentration in the sewage the most, so that the five factors are analyzed again through AHP. Model for the assessment of virus concentration in effluent.

The model combines the advantages of Analytic Hierarchy Process (AHP) and the combination of graphics and text, and is reliable, and the results have good interpretability. Judging from the CR in the results, it has the characteristics of acceptable consistency. By drawing, it is easier for us to find out the relevant information of the epidemic, and combined with SEIR, the results are more convincing.

Keywords: AHP, SEIR model, principal component analysis

目录

—,	问题重述	6
	1.1 问题背景	6
	1.2 问题提出	6
二、	问题分析	7
	2.1 问题一的分析	7
	2.2 问题二的分析	7
三、	模型假设	7
四、	符号说明	8
五、	模型的建立与求解	8
	5.1 问题一模型的建立与求解	8
	5.1.1 列出判断矩阵	8
	5. 1. 2 一致性检验	9
	5. 1. 3 结论展示	9
	5.2 问题二模型的建立与求解	. 10
	5.2.1 基于数据处理得到的图像	. 10
	5.2.2 基于图像处理后的模型优化	. 10
	5.2.3 基于结论对该地区的疫情防控政策的合理化建议	11
六、	模型的评价、改进与推广	. 12
	6.1 模型的优点	. 12
	6.2 模型的缺点	. 12
	6.3 模型的改进	. 13
七、	参考文献	. 14
附录	1. K	. 15

一、 问题重述

1.1 问题背景

当前,新冠病毒在全球范围内持续蔓延,累计确诊病例已超过 550 万,世界卫生组织将其认定为全球大流行病。因此,及时检测和筛查病毒对于疫情防控具有重要意义。目前,通用的检测方法包括利用核酸和抗体,其具有较高的敏感性和特异性,但需要熟练的医务操作人员,经过复杂的样品处理和长时间的数据处理和分析才能得到结果,不利于实时有效监测和预警预报。因而,开发出灵活高效的大规模人群中病毒感染预测方法及流行病传播预警系统显得尤为重要。在全球新冠疫情大流行的情况下,对于新冠疫情传播的准确预测和估计成为了防范疫情、降低新冠病毒传播风险的有效途径。

近来,有研究发现新冠病毒可在患者感染后 3 天内出现在粪便中,而随粪尿排出的病毒会进入污水。目前,已有研究人员在美国、瑞典等多国的污水中检测到了新冠病毒的踪迹。基于污水的流行病学(WBE)方法为病毒传播预警和疫情爆发判断提供了一种新思路,即通过监测污水中的特征标志物来预测新冠病毒的潜在传播。基于污水的流行病学(WBE)是一种相对较新的方法,其基础是对污水中的污染物和生物标记物进行化学分析,以获得有关给定废水集水区内居民活动的定性和定量数据。WBE可提供环境化学物质使用和接触的信息,还可根据污水中的生物标记物来估计某些疾病的流行程度,以协助指导决策。该方法于 2001 年首次提出,被用作评估社区内非法药物使用和治疗药物滥用的潜在工具,现已被批准为追踪非法药物和获取有关疾病和病原体信息的有效方法。

但 WBE 在流行病预警中的应用也面临着巨大的挑战。检测 RNA 存在于污水样本中只是最基础的一步,更难的步骤在于将污水样本中的病毒 RNA 浓度与社区中的实际感染规模相关联,使其具有预测性。由于 WBE 采用的是"点对面"的预测模式,因此,从污水管网末端采样,要实现病例的精准追踪和感染规模的精确反算都是很困难的。这些都需要我们进行更加深入的研究。

1.2 问题提出

除了上述困难以外,WBE 用于新冠疫情估计的主要挑战在于变量取值的不确定性,这些变量包括样品采集、物质稳定性、人口数量估算、物质的人体代谢比例、物质的浓度测定、污水厂进水流量等。校正因子(CF)是将污水中测定的生物标记物质量转化为人群最终消费量的一个重要参数,它是一个不确定性的来源,对最终消费量估计的准确性有显著影响。然而,大多数 CF 的估计值来源于一些旧的药代动力学研究。因此,为提高 WBE 方法的准确性,我们接下来根据相关数据建立模型,对 CF进行重新估计和改进。我们选取了美国的几个主要城市中心(总人口相当于 300 万以上)进行研究,通过对污水中 SARS-CoV-2 RNA 的流行率进行纵向分析来评估该地区的疫情防控措施的主要作用,并结合实际情况给出了合理的建议。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

针对问题一,我们采用层次分析法来建立 CF 模型。层次分析法(AHP)是指将一个复杂的多目标决策问题作为一个系统,将目标分解为多个目标或准则,进而分解为多指标的若干层次,通过定性指标模糊量化方法算出层次单排序(权数)和总排序,以作为目标(多指标)、多方案优化决策的系统方法。这种方法将决策问题按总目标、各层子目标、评价准则直至具体的备投方案的顺序分解为不同的层次结构,然后用求解判断矩阵特征向量的办法,求得每一层次的各元素对上一层次某元素的优先权重,最后再加权和的方法递阶归并各备择方案对总目标的最终权重,此最终权重最大者即为最优方案。从问题性质看,本应使用主成分分析法找出主成分来解决问题一;但 CF本就基于种种不确定因素,且影响因子较多。若直接考虑各因子对该因素有多大程度影响时,常会因为考虑不周全、顾此失彼等原因,而使决策者提出与他实际认为的重要性程度不相一致的数据,甚至还有可能提出一组隐含矛盾的数据。因此,为了方便建模,我们使用层次分析法。通过分析,我们发现影响 CF 的因素主要包括以下八种:样品采集、物质稳定性、人口数量估算、物质的人体代谢比例、物质的浓度测定、污水厂进水流量、污水间的化学反应以及预处理。接下来,我们通过赋予这些因素不同的权重来建立模型。

2.2 问题二的分析

针对问题二,我们首先明确自己的思路是建立在问题一已有的模型之上,对其进行优化是我们的初步手段。为了使结论更加可信与真实,我们采用具有详细真实数据的影响因素,对其进行主成分分析法,找出影响最大的因子,便于我们建立相关的线性表达式,而对于我们所建立出的模型,结合实际,提出最后的建设性意见,使我们的措施对病毒浓度的降低最大化。

而简单的数据处理不足以让人认清疫情趋势与我们所采取措施的变化,我们要通过图像表达出我们的结论,使读者更能清晰的认知我们模型所得出的结论。最后优化筛选在初步筛选的基础上,依次通过数据采集验证可测性,咨询专家分析指标重要性,统计学分析指标的可比性和独立性。依此我们完成任务二的讨论。

三、 模型假设

为方便进行层次分析,我们定义相关关系的标度如下:

标度	含义
1	表示两个因素相比,具有同样重要性
3	表示两个因素相比,一个因素比另一个因素稍微重要
5	表示两个因素相比,一个因素比另一个因素明显重要
7	表示两个因素相比,一个因素比另一个因素强烈重要
9	表示两个因素相比,一个因素比另一个因素极端重要
2, 4, 6, 8	上述两相邻判断的中值

四、 符号说明

符号	说明
A	CF 的判断矩阵
R	方案层的判断矩阵

表 1 各变量符号说明及解释

五、 模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

5.1.1 列出判断矩阵

首先我们需要分析系统中各因素之间的关系,建立系统的递阶层次结构。分析的得到如下递阶层次结构:

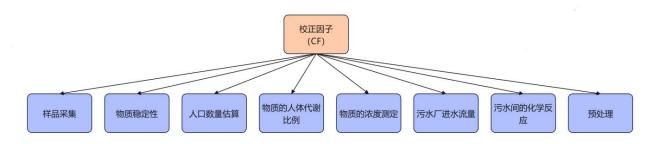


图 1 递阶层次结构

层次分析法的需要我们通过查找资料,找出影响因素两两之间的标度关系。而我们依据文献,得到下表关系:

	样品采集	物质稳 定性	人口数 量估算	物质的 人体代 谢比例	物质的 浓度测定	污水厂 进水流 量	污水间 的化学 反应	预处理
样品采集	1	1/5	1	1/4	2	3	2	2
物质稳定性	5	1	3	5	3	5	7	9
人口数量估 算	1	1/3	1	3	3	5	2	3
物质的人体 代谢比例	1/3	1/5	1/3	1	3	1/3	1	5
物质的浓度 测定	1/2	1/3	1/3	1/3	1	1/2	1	2
污水厂进水 流量	1/3	1/5	1/5	3	2	1	1	2

污水间的化 学反应	1/2	1/7	1/2	1	1	1	1	3
预处理	1/2	1/9	1/3	1/6	1/2	1/2	1/3	1

表 2 影响因子之间的关系强烈

基于此,我们可以得到修正后的判断矩阵 A 为:

5.1.2 一致性检验

经过计算,我们可以得到一致性指标 CI=0.0880,一致性比例 CR=0.0624。因为 CR<0.10,所以该判断矩阵 A 的一致性可以接受!

5.1.3 结论展示

我们分别设样品采集、物质稳定性、人口数量估算、物质的人体代谢比例、物质的浓度测定、污水厂进水流量、污水间的化学反应、对污水的预处理这八个影响因素为 X1、X2、X3、X4、X5、X6、X7、X8。

算术平均法求权重的结果为: 0.1091、0.3804、0.1687、0.0878、0.0619、0.0867、0.0701、0.0350。

CF=0.1091 x_1 +0.3804 x_2 +0.1687 x_3 +0.0878 x_4 +0.0619 x_5 +0.0867 x_6 +0.0701 x_7 +0.035 x_8 几何平均法求权重的结果为: 0.1014、0.4002、0.1739、0.0753、0.0602、0.0788、0.0749、0.0353。

CF=0.1014 x_1 +0.4002 x_2 +0.1739 x_3 +0.0753 x_4 +0.0602 x_5 +0.0788 x_6 +0.0749 x_7 +0.0353 x_8 特征值法求权重的结果为: 0.1124、0.3813、0.1752、0.0818、0.0592、0.0856、0.0696、0.0350。

CF=0.1124x₁+0.3813x₂+0.1752x₃+0.0818x₄+0.0592x₅+0.0856x₆+0.0696x₇+0.0350x₈ 到此,我们完成了任务一所建立模型的讨论,对校正因子(CF)有了进一步的优化,正是因为我们依据三种不同的权重方法使得结论更加准确,相比于之前的模型中,我们不单单是从生活实际与科研经历中重新确定了影响因子,更降低了数据对模型结果的误差,是我们的结果更加可信。

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 基于数据处理得到的图像

在第一阶段中,我们在网站上爬取了相关的数据。在此,我们筛选得到几座人口 数量大于300万的城市。通过数据处理,绘制出浓度异常的时间节点所占总时间的比 例图像,为方便我们进行观察与分析,我们将其绘制为饼状图。

通过数据筛选我们不难筛选出洛杉矶,哥伦比亚,伊利诺伊这三座城市。这三座 城市的经纬度分别为: 北纬 34°03′、西经 118°15′;北纬 41°11'00.00"、西经 93° 09'00.00"; 北纬 40° 06′ 7.03″、西经 88° 13′ 37.78″。

我们所绘制的图标如下所示:

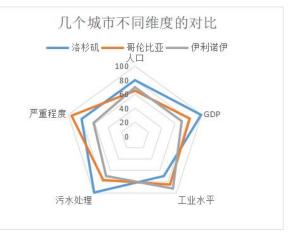


图二 加利福尼亚

图三哥伦比亚



图四 伊利诺伊



图五 几个城市不同维度对比

在我们上一阶段中,为使我们的所建立的模型更加准确。我们从第一阶段所爬取 的数据中,通过主成分分析法,找到了五个最具影响力的主成分因子。其分别为:人 口。经济发展水平(以 GDP 平替)、工业水平、污水处理、严重程度。

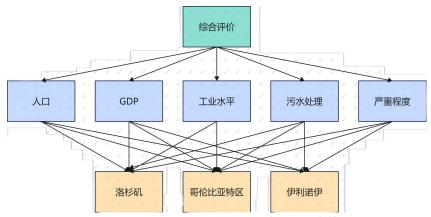
在此基础上,为更加明确各影响因素对城市污水中病毒病毒的影响,我们做出相 应雷达图,以期达到对比明显的目的。

而在图五,我们不难发现洛杉矶相对于另外两个城市关于这五个主成分因子相关 性更为强烈。为是结论更加准确,我们在下述讨论中,进行详实的计算。

5.2.2 基于图像处理后的模型优化

如何优化 AHP 评价模型,将其化为关于相关性的评估模型,我们可以将三座城 市分别看成三个方案,最后通过五个主成分因子的判断矩阵,对其相关性进行一个评 估。从而找出相关性最强的一座城市。

依据在第一部分的讨论中,我们画出如下系统的递阶层次结构:



图六 优化后的 AHP 递阶层次结构

我们不难得出,该五个影响因子的判断矩阵如下:

经过计算,我们通过特征值法求权重,得出三个方案的权重分别为: 0.1865、0.2308、0.1865、0.2098、0.1865; 0.1559、0.2086、0.2038、0.2038、0.2278; 0.1872、0.2139、0.2460、0.1872、0.1658。

通过上述的计算我们不难知道,洛杉矶相对于另外两个城市关于这五个主成分因子相关性更为强烈。他们之间的强度关系为:洛杉矶>伊利诺伊>哥伦比亚。

从层次分析法的结果中我们可以发现,洛杉矶作为美国的门户城市,不仅 GDP 为全美前列,在发展工业的同时也十分注重环境问题,注意工业废水的处理所以即使疫情暂时较为严重也能够及时检测并采取对应措施控制。而伊利诺伊虽然并非前列发达城市,工业水平和经济水平较滞后一些但好在人口密度较小环境破坏较小,这样的环境下病毒并不容易传播。反而是中规模的工业城市如哥伦比亚特区,在工业水平发达人口密度高的同时 GDP 并不太高,并且对环境问题注意力不够废水没有正确处理导致检测准确率低,无法及时对疫情传播情况做出预判。这也说明,越是在发展前列和后端的城市其新冠传播越容易控制,反而是中间层的大型工业城市的疫情是难以进行研判和控制的。

5.2.3 基于结论对该地区的疫情防控政策的合理化建议

我们对于上述三个城市分别提出如下建议。

针对洛杉矶,我们的建议如下:

建立并健全高效快捷的应急指挥协同系统,完善疫情防控应急预案,针对制定集中疫情暴发、病例散发等不同疫情形势的特定方案。实时分析判断疫情局势,严格执行 24 小时轮换工作制度,完善信息报告工作,提高工作效率。

教育并引导民众养成良好习惯,做好个人防护。加强对火车站、机场、地铁、公

交车等交通站点及工具的管理检查,做好消毒通风工作。增强生物安全意识,探索构建生物安全等级标准体系。进一步加强区级疾病预防控制机构和社区卫生服务机构建设,全面提升基层防控和服务能力。针对疫情源头,制定详细的应对方案并严格执行。

完善医疗队伍、社区人员队伍、保供队伍、志愿者队伍建设,建立应急专业队伍。设立卫生应急和疫情防控培训基地,建立常态化培训制度。政府加大资金支持,用于专业人才的知识培训,提高其应对能力。不断强化智库建设,为政府疫情防控和决策提供专业支撑,提高公共卫生事件的处理能力,巩固防疫基础力量。

而对于伊利诺伊,我们的建议如下:

加强公共卫生应急信息化建设,加快"互联网+"疫情医务建设,夯实疫情防控信息化技术基础。在疫情防控中,应广泛采用智能设备并利用信息技术平台,减少"人与人"直接接触,开展信息填报、数据采集、统计分析、会议研讨等工作,最大限度切断疫情扩散传播链。

健全公共卫生监测预警体系,加强基层医疗机构基础设施建设,提高医院、社区卫生服务中心发热筛查哨点预警能力,提升基层医疗卫生机构的传染病疫情初筛初诊能力,强化疾病预防控制业务现代化信息系统建设,搭建疫苗接种、核酸检测、流调追溯等系统性全民健康平台建设。

最后针对哥伦比亚,对其最适合的建议如下:

完善分层级、分区域应急医疗救治体系建设,建立健全应急医疗救治机制,做到"早发现、早隔离、早诊断、早治疗、早报告"。建议建立新冠肺炎医院,切实保障人民群众身体健康和生命安全。

设立区域应急物资储备中心,整合全州应急仓库,统筹物资储备管理。开发应急储备物资进出系统,建立统一的应急物资仓储信息平台。准确分类物资并按区块放置,使物资在紧急情况下得到最高效的利用。

进一步完善重大疫情信息公开制度,一旦疫情发生,政府相关部门要及时、准确、公开、透明地发布疫情,回应社会关切。健全公共與情引导机制,以正确的信息引导社会。

六、 模型的评价、改进与推广

6.1 模型的优点

综合分析,我们认为我们的模型存在这样的优势:

问题一中,为保证结果的稳健性,我们采用了三种方法分别求权重。而在实际问题中,我们只需再根据得到的权重矩阵计算各方案的得分,进行综合分析。这趟避免了采用单一方法所产生的误差,得出的结论将更全面、更有效。

而在问题二中我们经过广泛查找数据,对几个不同城市的不同维度做出了不同评价,并且得到的结论较为符合常理。通过与问题一中类似的方式,我们对不同地区防疫措施合理性做出了评价,得到结论较为科学。

整体而言,方法较为简单但得到结果较为准确,有一定参考价值。

6.2 模型的缺点

但与此同时,我们认为我们的模型还存在这样一些缺点:

1.量化程度不够,模型仍然存在一定主观性。这也与数据模态单一且变化波动较大有关。我们所选取的指标之间成对矩阵比较仍然主观成分较重。

2.数据形式单一,且存在大量缺失与异常数据。这与污水检测过程中容易受到其

他因素干扰有关, 仅凭污水数据的建模仍然是不够的。

6.3 模型的改进

我们认为,我们的模型可以从以下几个方面进行改进:

- 1.收集到各个城市其他方面更多维度的数据,包括但不限于其经济发展水平、工业水平、人口等。
 - 2.收集到除污水检测以外地区新冠的情况,例如实际新增病例、死亡病例等。
 - 3.使用更客观的方法确定权重例如熵权法,条件允许还可以使用德尔菲法等。

七、 参考文献

- [1]肖亭, 王 晨, 姚尚辰, 冯艳春: 胡昌勤, HPLC 校正因子法在药物分析中的应用, 药学学报, Acta Pharmaceutica Sinica 2020, 55(12): 2854 -2861, ** (中国食品药品检定研究院, 北京 102629)
- [2] Chakravarthy VK. Babu GK, Dasu RL, et al. The role of relative response factor in related substances method development by high performance liquid chromatography (HPLC) [J]. Rasayan J Chem, 2011,4: 919-943.
- [3]Zhao YY, Guo H 乙 Chen YG, et al. A comparative study and suggestion on relative correction factor produced by different methods in quantitative analysis of multi-components [J]. Drug Stand China (中国药品标准),2014, 15: 245-251.
- [4] Cao F, Ma YN. Thoughts on current chemistry, manufacturing & control (CMC) technical review requirement of chemical active pharmaceutical ingredients [J]. J China Pharm Univ (中国药科大学学报), 2014, 45: 274-280.
- [5] Zhang ZF. Several problems in the study of calibration factors by HPLC [J/OL]. Chem Drugs Eval (化药药物评价),2011 [2011- 12-07]. http://www.cde.org.cn/dzkw.do?method=largePage&id=3d4668bea7fe476a.
- [6] Technical guidelines for the study of chemical drug impurities [EB/OL]. Beijing: National Medical Products Administration. 2005 [2005-03-18]. http://www.nmpa.gov.cn/WS04/CL2196/323492.html
- [7]Zhou LC. Reflections on the research of related substances in consistency evaluation for generic drugs [J]. Prog Pharm Sci (药学进展),2016, 40: 924-927.
- [8] Moragaspitiva, C., Rajapakse, J., Senadeera, W. and Imtiaj, A. (2017) Simulation of Dynamic Behaviour of a Biological Wastewater Treatment Plant in South East Queensland, Australia using Bio-Win Software. Engineering Journal, 21, 1-22. https://doi.org/10.4186/ej.2017.21.3.1
- [9] Bye, C.M., Bicudo, J.R. and Jones, R.M. (2012) Region-Wide Wastewater Treatment Plant Modelling Enhances Facility Management and Planning. Proceedings of Water Environment Federation Technical Exhibition & Conference, New Orleans, LA, 8339-8361.
- [10] The IWA Task Group on Mathematical Modelling for Design and Operation of Bi ological Wastewater Treatment (2000) Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2D, ASM3. London.
- [11] Eldyasti, A., Nakhla, G. and Zhu, J. (2012) Development of a Calibration Protocol and Identification of the Most Sensitive Parameters for the Particulate Biofilm Models Used in Biological Wastewater Treatment. Bioresource Technology, 111, 111-121. https://doi.org/10.1016/j.biortech.2012.02.021
- [12] Bahar, S. and Ciggin, A.S. (2016) A Simple Kinetic Modeling Approach for Aerobic Stabilization of Real Waste Activated Sludge. Chemical Engineering Journal, 303, 194-201. https://doi.org/10.1016/j.cej.2016.05.149

附录

```
• 问题一代码
disp('请输入判断矩阵 A')
A=input('A=');
[n, n] = size(A);
%方法 1: 算术平均法求权重 %
Sum A = sum(A);
SUM_A = repmat(Sum_A, n, 1);
Stand A = A . / SUM A;
disp('算术平均法求权重的结果为:');
disp(sum(Stand A, 2)./n)
%方法 2: 几何平均法求权重%
Prduct_A = prod(A, 2);
Prduct n A = Prduct A \hat{.} (1/n);
disp('几何平均法求权重的结果为:');
disp(Prduct_n_A . / sum(Prduct_n_A))
%方法 3: 特征值法求权重%
[V,D] = eig(A):
Max eig = max(max(D));
[r,c]=find(D == Max\_eig, 1);
disp('特征值法求权重的结果为: ');
disp(V(:,c)./sum(V(:,c)))
CI = (Max eig - n) / (n-1);
RI=[0 0.0001 0.52 0.89 1.12 1.26 1.36 1.41 1.46 1.49 1.52 1.54 1.56 1.58 1.59];
CR=CI/RI(n);
disp('一致性指标 CI=');disp(CI);
disp('一致性比例 CR=');disp(CR);
if CR<0.10
   disp('因为 CR<0.10, 所以该判断矩阵 A 的一致性可以接受!');
else
   disp('注意: CR >= 0.10, 因此该判断矩阵 A 需要进行修改!'):
end
在程序中, 我们输入 A=[1 1/5 1 1/4 2 3 2 2;
5 1 3 5 3 5 7 9;
1 1/3 1 3 3 5 2 3;
1/3 1/5 1/3 1 3 1/3 1 5;
1/2 1/3 1/3 1/3 1 1/2 1 2;
1/3 1/5 1/5 3 2 1 2/3 2;
1/2 1/7 1/2 1 1 3/2 1 3;
1/2 1/9 1/3 1/6 1/2 1/3 1/3 1
```