

2022 年第二届长三角高校数学建模竞赛

题 目 基于 Hilbert 变换与近邻分析的齿轮箱故障检测研究

摘 要:

齿轮箱作为连接和传递动力的通用零部件,在多种现代工业设备中得到了广泛的应用。但由于本身结构复杂,工作环境恶劣等原因,在传统的机械工业场景下难以对其进行拆解检查。一种可行的方法是通过其振动信号分析加速度波特征对故障进行诊断,但由于波形复杂密度高等特点难以形成泛化方法。本文在前人研究的基础上对问题进行了一定程度的建模与探究。

对于问题一,需要提取不同状态下**齿轮箱**的振动数据变化特征与差异。经过多重对比实验,发现**带通滤波**在振动数据降噪中有着良好表现,故使用**带通滤波器**进行滤波并进行**Hilbert 变换**得到处理后波形,通过分析其频谱特征对不同故障状态进行区分与识别,经实验,不同状态频谱的区分度较高,模型初步取得成功。

对于问题二,需要识别信号是否为故障,将其抽象为二分类问题。首先通过**主成分分析**将四个传感的振动数据融合为单一振动数据,实验结果表明,利用主成分分析将四个维度的数据进行融合这一方案是可行的。在经过滤波和**Hilbert 变换**后,通过对融合信号的时域、频域、时频域中共 21 个特征进行提取并建立了基于**近邻判别**的二分类模型,对信号是否为故障进行了判别。经测试,模型精度较高且具备良好的可解释性。

对于问题三,将其视作问题二的扩展,抽象为一个多分类问题。仍然能够使用**近邻判别**的方案,通过比较样本点到不同状态的欧几里得距离衡量相似度进行分类。经实验和可视化,模型在多维欧几里得空间内的距离具备良好可解释性,测试精度准的同时运算速度也较快,适合进行迁移。

问题四的本质是对问题二三模型的应用,所得结果见正文表格。

模型结合了统计学与机器学习方法的优点,具有可靠性,并且结果具有良好的可解释性。从常用的衡量指标来看,模型的表现无疑是非常优秀的,能够高效率地进行故障检测和识别,速度快精度高且具备良好的可解释性,对实际工业场景有一定参考价值。

关键词: 齿轮箱故障检测, 带通滤波, Hilbert 变换, 主成分分析, 近邻分析

目录

一、 问题重述	1
1.1 问题背景	1
1.2 问题提出	1
二、 问题分析	2
2.1 问题一的分析	2
2.2 问题二的分析	2
2.3 问题三的分析	2
2.4 问题四的分析	2
三、 模型假设	3
四、 符号说明	3
五、 模型的建立与求解	4
5.1 问题一模型的建立与求解	4
5.1.1 模型的建立	4
5.1.2 模型的求解	5
5.2 问题二模型的建立与求解	8
5.2.1 模型的建立	8
5.2.2 模型的求解	12
5.3 问题三模型的建立与求解	15
5.3.1 模型的建立	15
5.3.2 模型的求解	15
5.4 模型四的建立与求解	17
5.4.1 模型的求解	17
六、 模型的评价、改进与推广	18
6.1 模型的优点	18
6.2 模型的缺点	18
6.3 模型的改进	18
6.4 模型的推广	18
七、 参考文献	19

一、 问题重述

1.1 问题背景

齿轮箱是用于增加输出扭矩或改变电机速度的机械装置，被广泛应用于如汽车、输送机、风机等机械设备中。它由两个或多个齿轮组成，其中一个齿轮由电机驱动。电机的轴连接到齿轮箱的一端，并通过齿轮箱的齿轮内部构件，提供由齿轮比确定的输出扭矩和速度。

目前对齿轮箱故障的诊断方案较多，但由于齿轮箱特殊的机械地位和机械结构，难以将其分离出来通过人工检测的方式判断故障。一种有效的方法是通过信号方法进行故障检测，于是，提供了正常情况下和四种不同的故障状态下的信号波形图。在采样频率 6.4KHz 的情况下，通过加装加速度传感器采集振动信号来判断齿轮箱是否出现异常。每一种情况的数据提供了四个不同位置的传感信号。可以根据这些信号的特征来进行故障判定与检测，但这些信号是有噪声的。

在本题中，通过安装在齿轮箱不同部位的四个加速度传感器，采集了 5 种状态下齿轮箱的振动信号并写入附件 1。其中表单 gearbox00 为齿轮箱正常工况下采集到的振动信号；表单 gearbox10 为故障状态 1 下采集到的振动信号；表单 gearbox20 为故障状态 2 下采集到的故障信号；表单 gearbox30 为故障状态 3 下采集到的故障信号；表单 gearbox40 为故障状态 4 下采集到的振动信号。

1.2 问题提出

我们需要解决的问题如下：

1. 对齿轮箱各个状态下的振动数据进行分析，研究正常和不同故障状态下振动数据的变化规律及差异，并给出刻画这些差异的关键特征。本质上是多维信号数据的特征提取和分析问题。
2. 建立齿轮箱的故障检测模型，对其是否处于故障状态进行检测，并对模型的性能进行评价。本质上是信号是否故障的二分类问题。
3. 建立齿轮箱的故障诊断模型，对其处于何种故障状态进行判断，并对模型的性能进行评价。本质上是对问题二的补充，将其从二分类变为多分类问题。
4. 对附件 2 中提供的 12 个状态信号进行分类，判定是否故障且为哪一种故障，并将结果写入表格中。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

问题一需要我们分析信号的特征来阐释正常状态和故障状态下信号的一些差异。有关于信号特征和故障判定的方法已经有了一系列有关研究[8]。而对于行星齿轮箱的故障判定领域，目前学界对这一问题的基本处理策略为：在经过图像的去噪和变换后分析其频谱差异而非直接观察波形[9]。这与分析统计量的统计分布而非直接观察数值有着异曲同工之妙，我们认为，通过对变换后信号的多模频谱分析能够有效刻画不同状态下的数据差异。我们的基本策略如下：

首先为了进行信号降噪，可以对比多种降噪方法，例如小波包滤波、带通滤波、中值滤波等，选择最合适的滤波方法，然后对降噪后数据进行 Hilbert 变换。通过对变换后波形的频谱特征观察能够在一定程度上区分不同信号的特征。

2.2 问题二的分析

问题二的目的是需要我们对信号处于正常还是故障进行二分类，而作为一个分类问题，我们并不容易将整个信号序列作为输入，因为序列过长而且有多个维度数据。故我们需要对数据进行融合和进一步量化。可以考虑通过主成分分析法对四个不同维度的数据进行融合使其变为一个信号波形，然后通过对融合信号的时域、频域、时频域等特征进行计算抽取，获得信号量的统计描述。

由于这一问题样本量过少只有五个状态数据，不适合使用机器学习。即使使用滑窗截取的方式抽取子波进行分类，抽取的子波信号并不一定准确或者说并不具备故障信号的显著特征。所以这是一个小样本学习问题。考虑到近邻判别是一种典型的懒惰学习模型，即没有任何需要在训练过程中更新的参数[10]，我们考虑使用近邻分类的方式对问题进行判别。

2.3 问题三的分析

问题三是对问题二的扩展，此时我们的分类从二分类变成了多分类，不仅需要识别故障，还需要识别故障类型。但相似度和距离计算的原理在多分类问题中仍然适用，仍然可以在问题二的基础上进行改进和更新。

事实上，样本与状态之间的欧几里得距离，并不会受到二分类任务或多分类任务的影响。我们实际上仍然只需要根据相似度进行判断即可。

2.4 问题四的分析

问题四是对问题二、三验证，我们将结果计算以后保存分析即可。

三、 模型假设

针对这些问题，我们的模型假设如下：

1. 我们假定所给数据信号是有噪声的。这对我们后续的问题分析会有较大影响，因为带噪声信号当中噪声频谱会对故障状态特征产生干扰，使得正常的噪声数据被认为是故障特征从而影响判断。

2. 我们假定附件 1 中所给样本能够代表总体，即对每种故障而言，这一样本的信号数据可以被认为是逼近理想情况下对应状态的情况。这一假设是为了削弱在问题二三当中小样本学习由于样本量过小所带来的数据有偏。

我们假定这四个传感器的信号数据可以通过代数方法进行融合，融合后的信号仍具备机械意义。这一假设是为了简化问题，降低小样本学习的样本维度从而更方便的同时，所得到的结果仍不失意义。

四、 符号说明

表 1 各变量符号说明及解释

符号	说明
$p(x)$	x 的概率
$\varphi(x)$	正交尺寸函数
SNR	信噪比
RMSE	均方根误差
$\phi(x)$	小波函数
x_{ij}	第 i 个评价对象的第 j 个指标
b_j	第 j 个主成分的信息贡献率
α_p	累积贡献率
x_p	信号峰值
S_{kew}	偏度
X_{arv}	整流平均值
μ_x	均值
σ_x	标准差
C	峰值指标
K	峭度指标
S_f	波形指标
L	裕度指标
I	脉冲指标
FC	重心频率
MSF	均方频率
VF	频率方差
BE	频带能量
$RPSD$	相对功率谱熵

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

5.1.1 模型的建立

在数据清洗工作中，

观察到每种情况有四个传感器数据，并且每一个传感器的波形是密集的稳定序列，我们绘制四个传感器数据的频谱分布如图 1 所示：

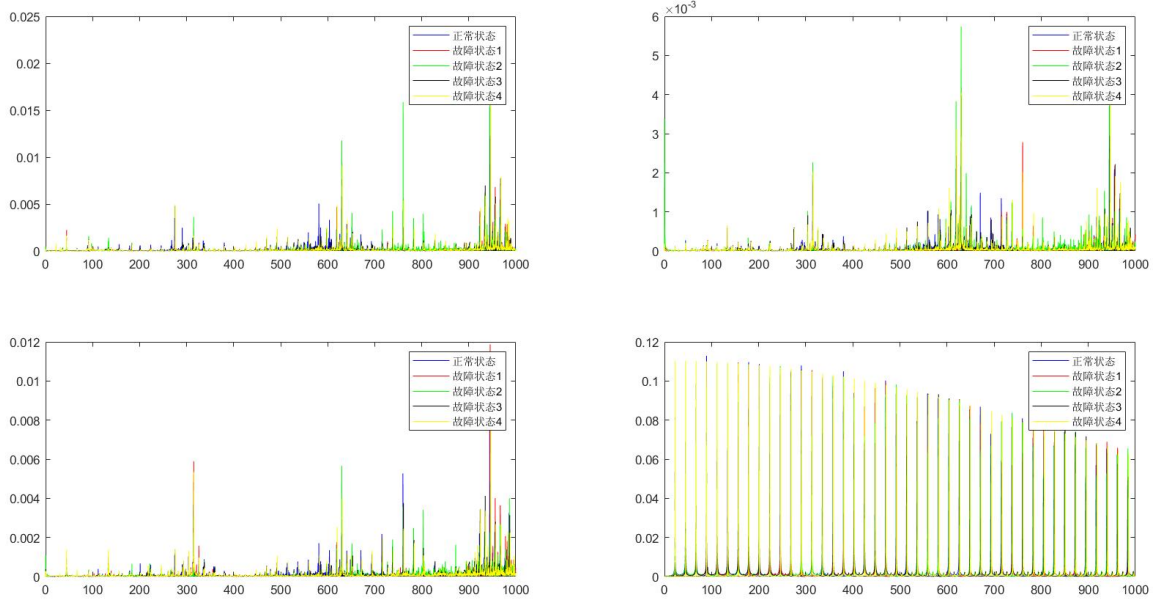


图 1. 不同状况下传感器信号的频谱

从图 1 中可以发现一号、二号、三号传感器采集的加速度频率成分较为丰富，信号的波动范围较大，在 250~350、600~800 以及 900~1000 这几个区间中的波动尤为明显；其中，故障状态 1、故障状态 1 和故障状态 4 对应的信号波动较激烈，正常状态和故障状态 3 对应的信号波动较平缓。四号传感器采集的加速度信号分布较为均匀，几种状态对应的信号幅值较为接近，且信号的幅值随采样次数的增加，呈现递减的状态。

由于信号中可能存在噪声，需要对信号进行降噪处理。带通滤波[1]和小波包滤波[2]在齿轮信号的故障检测与识别中有较好的效果，这里我们将对比式建立二者的模型：

小波包滤波

小波包滤波是一种基于小波包分解的滤波方式。小波包分解是一种能够对各类非平稳随机信号进行有效处理的现代时频分析和处理方法，通过小波包变换可将采集的信号分解为多个二维参量（时间、位置）和频率，实现信号在不同频带、不同时刻的特征分解[11]。小波包分解实际是对小波分解进行改进，将信号高频分量和低频分量都进行分解，比小波变换划分更加精细和全面，更能体现出信号全频率特点，特征向量能够自适应选择频带，具有时频局部化特点，特征与频谱对应，从而提高信号的时频分辨率[12]。

小波包变换原理如下：

分析正交尺寸函数 $\varphi(x)$ 和小波函数 $\phi(x)$ ，其二尺度关系如下：

$$\mu_0(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) \mu_0(2x - k) \quad (1)$$

$$\mu_1(x) = \sum_{k \in Z} g(k) \mu_0(2x - k) \quad (2)$$

其中, $\mu_0(x) = \varphi(x)$, $\mu_1(x) = \phi(x)$, $h(n)$ 和 $g(n)$ 为小波函数 $\phi(x)$ 确定的两列共轭滤波器系数, 具有正交关系。则有:

$$\mu_{2l}(x) = \sum_{k \in Z} h(k) \mu_1(2x - k) \quad (3)$$

$$\mu_{2l+1}(x) = \sum_{k \in Z} g(k) \mu_1(2x - k) \quad (4)$$

定义的 $\mu_n(x)$ ($n = 2l$ 或 $n = 2l + 1, l = 0, 1, \dots$) 称为正交尺度函数 $\mu_0(x) = \varphi(x)$ 的小波包。

带通滤波

带通滤波是允许特定频段的波通过的同时屏蔽其他频段, 以达到排除其他频率成分干扰目的的一种滤波方式。这一方式能够保留主要成分, 但波段的上限和下限的确定有待实验调节进行验证[13]。

在齿轮信号的故障检测和识别过程中, Hilbert 变换是一种常见的信号处理方式[3,4]。它能够导出信号的解析表示。这就意味着将实信号拓展到复平面, 使其满足柯西-黎曼方程。我们同样建立了 Hilbert 变换模型对原始信号进行处理:

Hilbert 变换模型

Hilbert 变换模型[5]原理如下, 对实值函数 $x(t)$, 记其经 Hilbert 变换得到的结果为 $H[x(t)]$, 二者满足的关系如下:

$$\hat{x}(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (5)$$

其反变换为:

$$x(t) = H^{-1}[\hat{x}(t)] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{x}(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (6)$$

5.1.2 模型的求解

由上述方法可以对带有噪声的信号数据进行初步处理, 下面我们结合处理后的数据来进行描述性统计分析。

针对不同的滤波器, 我们对比了它们的性能。将几种不同的滤波器对正常情况下 sensor1 数据滤波后的波形截取部分展示如图 2 所示:

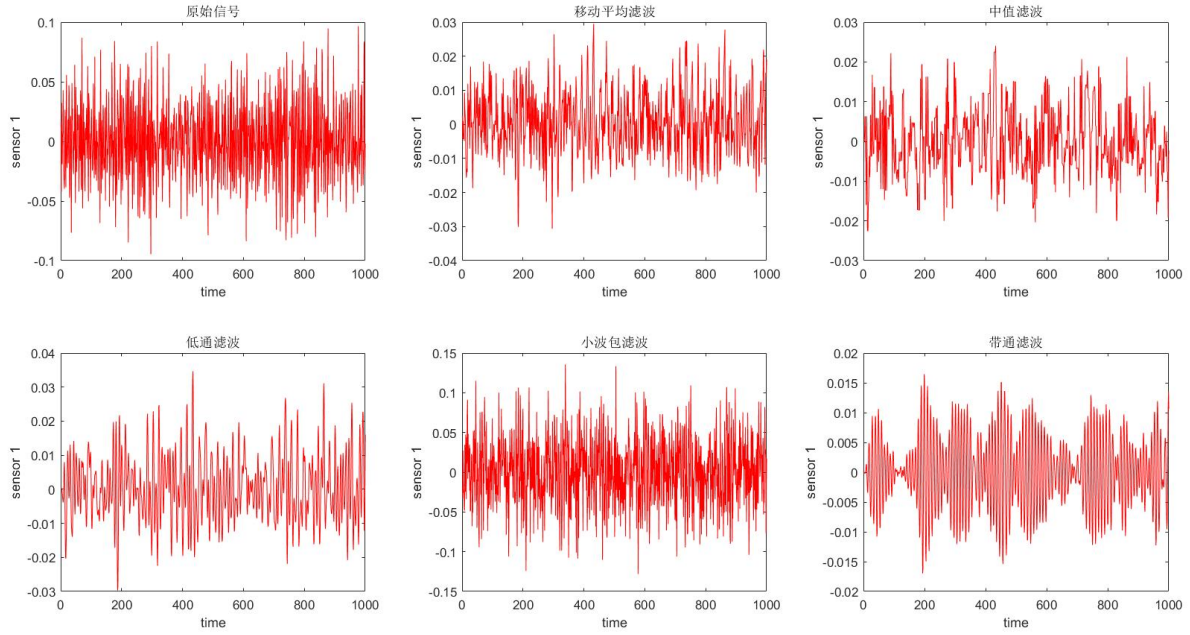


图 2. 不同滤波器对比

从图 2 中可以看到原始信号的分布无明显规律，且分布较为密集，不易从波形图中得到相应特征。滤波处理排除了无关频率成分的干扰，保留了所需频率附近的频率成分。处理后的信号，其密度相较于原始信号都有一定程度的下降。其中，经过带通滤波处理的波形，信号分布较为均匀，幅值较有规律，在整体区间内的变化较为平滑。

为了更好地量化评估不同滤波器的滤波性能，我们以信噪比和均方根误差为评估标准。二者的定义为：

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2 \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \quad (2)$$

其中 SNR 即为信噪比， P_{signal} 为有用信号功率， P_{noise} 为噪声功率， A 为幅度， $RMSE$ 为均方根误差。

取带通滤波的滤波带为 512-640Hz，低通滤波的频率 320Hz。

我们在正常情况的四个传感信号上进行了测试得出结果，具体的信噪比和均方根误差表 1 所示，并且将 sensor1 数据绘制在图 3 所示的条形图中。

表 1. 信噪比和均方根误差对比

滤波	SNR				RMSE			
	Sensor1	Sensor2	Sensor3	Sensor4	Sensor1	Sensor2	Sensor3	Sensor4
移动平均	10.2240	10.4045	11.2470	20.6407	0.0333	0.0122	0.0229	0.4607
中值	11.7129	12.1850	11.4756	19.7913	0.0333	0.0134	0.0249	0.5122
低通	10.8519	11.4290	11.6135	17.6193	0.0361	0.0147	0.0256	0.6526
小波包	1.9810	2.2533	2.7382	19.7126	0.0537	0.0217	0.0382	4.9991

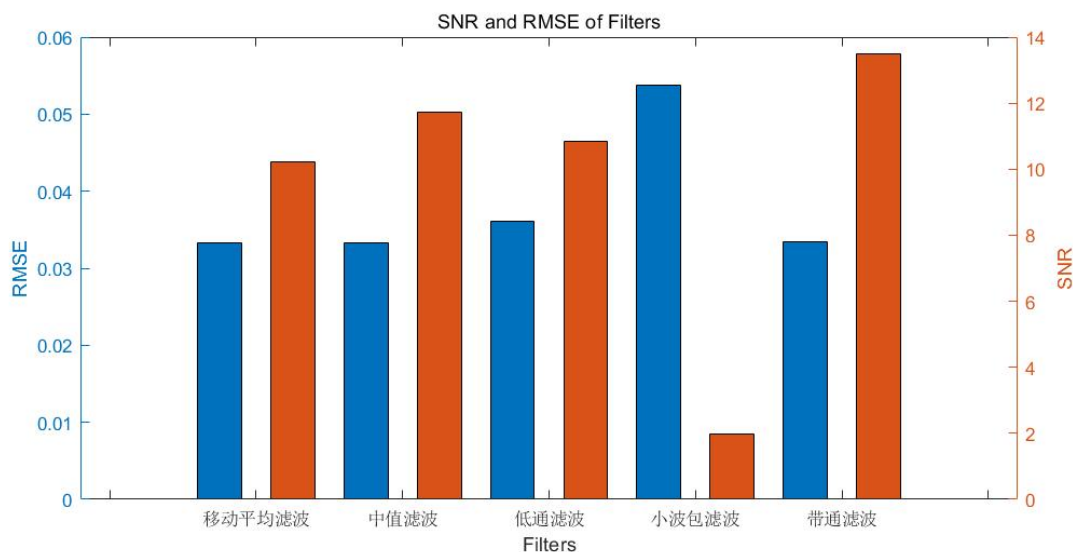


图 3. 正常情况下 sensor1 信噪比和均方根误差对比

从图 3 和表 1 中可以看到，在四个传感器中，带通滤波对应的信噪比均高于其余滤波方式的信噪比，说明带通滤波后的信号包含的有效信号成分较多、噪声信号成分较少；而带通滤波对应的均方根误差却低于其余滤波方式的均方根误差，说明带通滤波后的信号与原信号有较小的偏差。

故我们选择使用带通滤波对信号进行处理。将其按 512-640Hz 为频带滤波以后得到滤波后的频谱图如图 4 所示：

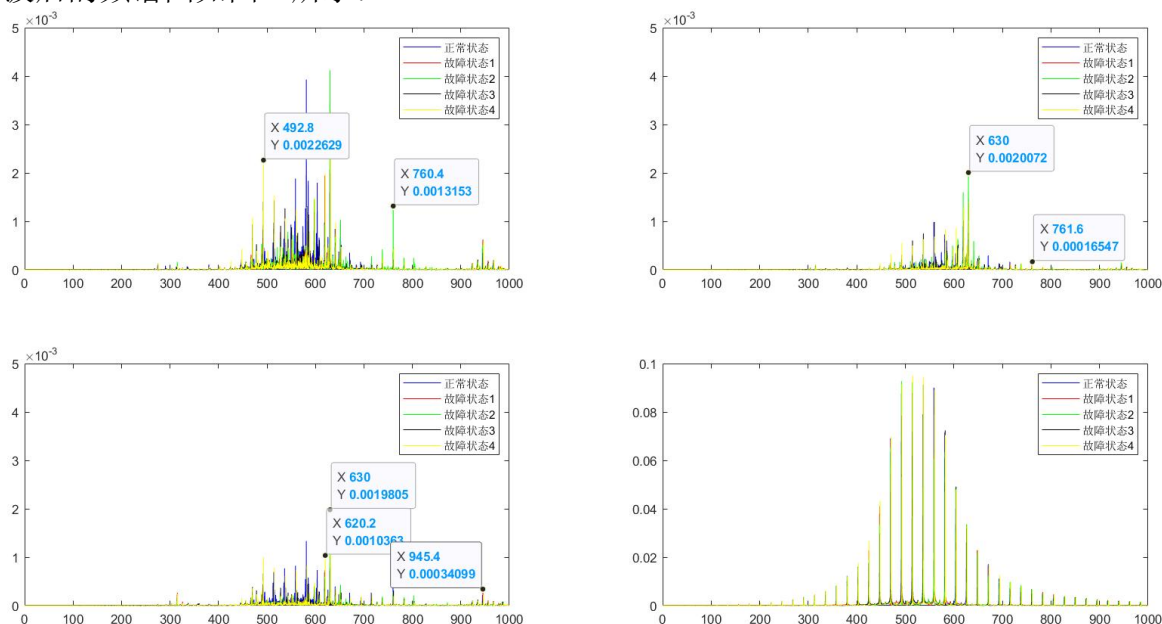


图 4. 带通滤波后频带结果

从图 4 中可以看到，与图 1 相比，带通滤波后信号的波动主要集中于 450~750 这一区间，且信号的幅值随采样次数的增加，呈现先增大后减小的状态。在一号、二号、三号传感器中，正常状态对应的信号峰值出现在 580 附近，故障状态 1 对应的信号峰值出现在 610 附近，故障状态 2 对应的信号峰值出现在 610 附近，故障状态 3 对应的信号峰值出现在 560 附近，故障状态 2 对应的信号峰值出现在 500 附近；在四号传感器中，几

种状态对应的信号变化较为接近。而在不同故障情况类型中，我们可以根据不同传感器模态的数据中出现的特殊频带对故障进行识别。例如使用 Hilbert 振动分解可以将多个传感器模态中的数据分解成多个单分量叠加的形式。Hilbert 振动分解得到的单分量不会出现不同模态的数据相互混淆的现象，效果较好。

将滤波后的信号经过 Hilbert 变换后的频谱如图 5 所示：

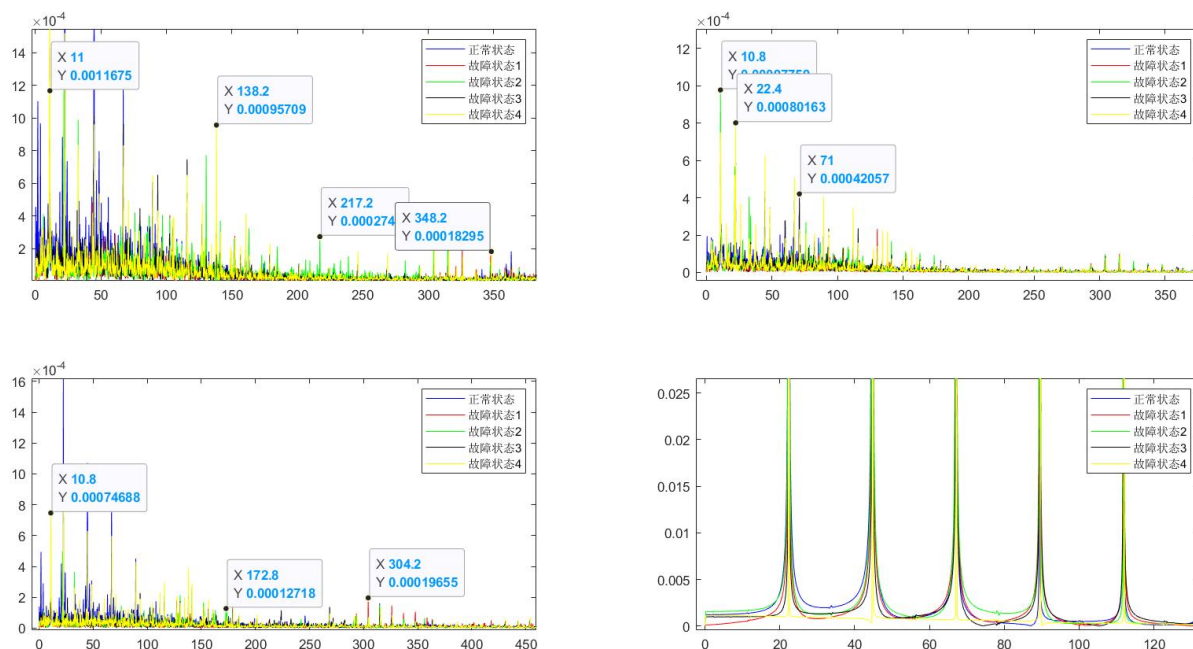


图 5. Hilbert 变换后的频谱

从图 5 中可以看到，不同情况的频谱特征有所不同。对于故障 1，相比于正常信号，在一号、二号、三号传感器中，其信号波动范围较小，在四号传感器中，其波形大致与正常信号相似。对于故障 2，相比于正常信号，在一号传感器中，其信号在 200~500 区间内仍存在一定幅度的波动；在二号传感器中，其信号波动的幅值远远大于正常状态；在三号传感器中，其信号波动的幅值远远小于正常状态；在四号传感器中，其波形大致与正常信号相似。对于故障 3，相比于正常信号，在一号、二号、三号传感器中，其波动幅值始终小于正常状态；在四号传感器中，其波形大致与正常信号相似。对于故障 4，相比于正常信号，在一号、二号、三号传感器中，其信号峰值的分布与正常状态大致相似，在四号传感器中，其波形在信号波谷处出现拐点。

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 模型的建立

由于多种模态的数据不利于我们分析，我们考虑进行信号的融合与时频特征的提取：
基于主成分分析的信号融合

问题二需要我们判定信号是否发生故障。由于原始数据需要分别考虑四个传感器的数据，不利于我们进行分析和后续建模，我们考虑使用主成分分析法将原始信号复合为单一信号。

主成分分析[6]在保证数据信息尽量完整的前提下，将数据中许多相关性较高的变量简化为彼此相互独立或者不相关的变量，从而实现对高维变量空间的降维处理。

主成分分析的步骤如下：

我们首先对数据进行标准化处理：

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad (1)$$

其中 x_{ij} 表示第 i 个评价对象的第 j 个指标 ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$), 为其转换的标准化指标, \bar{x}_j 和 s_j 为第 j 个指标的均值和标准差。

计算相关系数矩阵 $R = (r_{ij})_{m \times m}$:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \tilde{x}_{ki} \cdot \tilde{x}_{kj}}{n-1} \quad (2)$$

式中 $r_{ii} = 1, r_{ij} = r_{ji}, r_{ij}$ 是第 i 个指标和第 j 个指标的相关系数 ($1 \leq i, j \leq m$)。

再计算相关系数矩阵 R 的特征值和特征向量, 特征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m \geq 0$, 以及对应的特征向量 u_1, u_2, \dots, u_m , 由这些特征向量组成 m 个新的指标向量:

$$\begin{cases} y_1 = u_{11}\tilde{x}_1 + u_{21}\tilde{x}_2 + \dots + u_{n1}\tilde{x}_n \\ y_2 = u_{12}\tilde{x}_1 + u_{22}\tilde{x}_2 + \dots + u_{n2}\tilde{x}_n \\ \dots\dots\dots \\ y_m = u_{1m}\tilde{x}_1 + u_{2m}\tilde{x}_2 + \dots + u_{nm}\tilde{x}_n \end{cases} \quad (3)$$

式中 y_i 是第 i 主成分。

而后选择第 p ($1 \leq p \leq m$) 个主成分, 计算综合评价值。计算特征值 λ_j ($j=1, 2, \dots, m$) 的信息贡献率和累积贡献率:

$$b_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^m \lambda_k} \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

$$\alpha_p = \frac{\sum_{k=1}^p \lambda_k}{\sum_{k=1}^m \lambda_k} \quad (5)$$

称 b_j 为主成分 y_i 的信息贡献率, α_p 为主成分 y_1, y_2, \dots, y_p 的累积贡献率。

当 α_p 接近于 1 时, 则选择前 p 个指标变量 y_1, y_2, \dots, y_p 作为 p 个主成分, 代替原来 m 个指标变量, 进行对 p 个主成分的综合分析。

综合得分 Z 的计算公式为:

$$Z = \sum_{j=1}^p b_j y_j \quad (6)$$

其中 b_j 为第 j 个主成分的信息贡献率。

基于近邻判别的故障检测

对于是否故障这一状态, 可以将其视作一个二分类问题。对于分类问题的特征筛选, 可以采用问题一的策略, 将复合信号进行处理以后提取其时频特征。

采用近邻判别来对齿轮箱状态进行分析, 为判定其状态归为哪一类, 需根据当前信号特征, 找到与其最相似的已知状态类别[7]。近邻判别是一种典型的懒惰学习策略, 是最简单的机器学习算法之一, 可以用于分类和回归, 是一种监督学习算法。它的思路是

这样，如果一个样本在特征空间中的 K 个最相似(即特征空间中最邻近)的样本中的大多数属于某一个类别，则该样本也属于这个类别。也就是说，该方法在定类决策上只依据最邻近的一个或者几个样本的类别来决定待分样本所属的类别。它没有明显的前期训练过程，而是程序开始运行时，把数据集加载到内存后，就可以直接开始分类。其中，每次判断一个未知的样本点时，就在该样本点附近找 K 个最近的点进行投票。这里由于每一种故障状态只有一个样本所以 K 取 1 即可，这也就是为何我们称其为近邻判别的原因。

这里使用欧几里得距离作为判别的标准，其算式如下：

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - x_{2i})^2} \quad (7)$$

由于这一方法没有明显的训练过程，而是在程序开始运行时，把数据集加载到内存后，不需要进行训练，直接进行预测，所以训练时间复杂度为 0。但也正是因为其懒惰学习的特征，学习速度上较慢，而且对样本稀疏和不平衡问题的处理上较差。

信号的特征提取

由于齿轮故障诊断的实质，是通过采集信号的频率及其幅值变化，来判断其故障类型。因此，对于降噪后的信号而言，我们需要提取其不同维度的特征，如时频特征、频域特征和时域特征等等，从而降低计算复杂性，提高模型效率。

我们提取的时域特征包括：

- 最大值

$$\max(x_i(t)) \quad (8)$$

- 最小值

$$\min(x_i(t)) \quad (9)$$

- 峰值

$$x_p = \max(x_i(t)) - \min(x_i(t)) \quad (10)$$

- 偏度

$$Skew(x(t)) = E \left[\left(\frac{x(t) - \mu_x}{\sigma_x} \right)^3 \right] \quad (11)$$

其中 $Skew$ 表示偏度，用于表示统计数据分布偏斜方向和程度。

- 整流平均值

$$X_{arv} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)| dt \quad (12)$$

其中 X_{arv} 表示整流平均值。

- 均值

均值即为信号中心值，随机信号在均值附近波动，其定义为：

$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) \quad (13)$$

其中 N 为样本大小。

- 标准差

标准差能反映出信号的波动程度，其大小与波动程度正相关：

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x_i(t) - \mu_x]^2} \quad (14)$$

- 均方根值

均方根值，即有效值，能作为振动信号振动幅度大小的一个量度，也可以度量故障的严重程度：

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-1} x_i^2(t)} \quad (15)$$

- 峰值指标

峰值指标用于表示信号中是否存在冲击：

$$C = \frac{x_p}{X_{rms}} \quad (16)$$

C 即为峰值指标， x_p 为信号的峰值。

- 峭度指标

峭度指标用于反映信号中冲击的特征：

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i(t) - \mu_x}{\sigma} \right)^4 \quad (17)$$

- 波形指标

波形指标用于检测信号中是否有冲击：

$$S_f = \frac{x_{rms}}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |x_i(t)|} \quad (18)$$

- 裕度指标

裕度指标用于检测设备的磨损情况：

$$L = \frac{x_p}{\left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{|x_i(t)|} \right|} \quad (19)$$

- 脉冲指标

脉冲指标用于检测信号中是否存在冲击：

$$I = \frac{x_p}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |x_i(t)|} \quad (20)$$

提取的频域特征包括：

考虑到产生的信号可能不具有可积条件，不适合傅里叶变换，且随机信号的幅值、频率、相位等参量都是随机的，进行幅值谱和相位谱进行分析较为困难，所以我们采取功率谱密度进行分析。

- 重心频率

当设备发生故障时，可推知某一处频率的振动幅值会发生变化，进而导致功率谱的重心位置发生变化，而重心频率可以反映功率谱的重心位置，故可用重心频率来判断故障状态，其公式如下：

$$FC = \frac{\sum_{i=1}^N f_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (21)$$

其中 FC 为重心频率， f_i 和 p_i 分别为时刻 i 对应的频率值与幅值。

- 均方频率

$$MSF = \frac{\sum_{i=1}^N f_i^2 p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (22)$$

其中 MSF 为均方频率，也可用于评判功率谱重心位置的变化。

- 频率方差

$$VF = \frac{\sum_{i=1}^N (f_i - FC)^2 p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (23)$$

频率方差能反映频率谱能量的分散程度。

提取的时频域特征包括：

- 频带能量

$$BE = \sum p_i \quad (350 \leq f_i < 700) \quad (24)$$

其中 BE 为频带能量，在此题中我们选取 350-700Hz 间的频带能量。

- 相对功率谱熵

$$RPSD = - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_i^2}{\sum_{i=1}^n p_i^2} \log_2 \frac{p_i^2}{\sum_{i=1}^n p_i^2}}{\log_2 n} \quad (25)$$

其中 $RPSD$ 为相对功率谱熵。

通过这样一些指标，我们构造一个 21 维的向量去描述一个信号的基本统计特征。

5.2.2 模型的求解

我们首先进行了单一情况下四个传感数据的主成分分析，结果如图 6 所示：

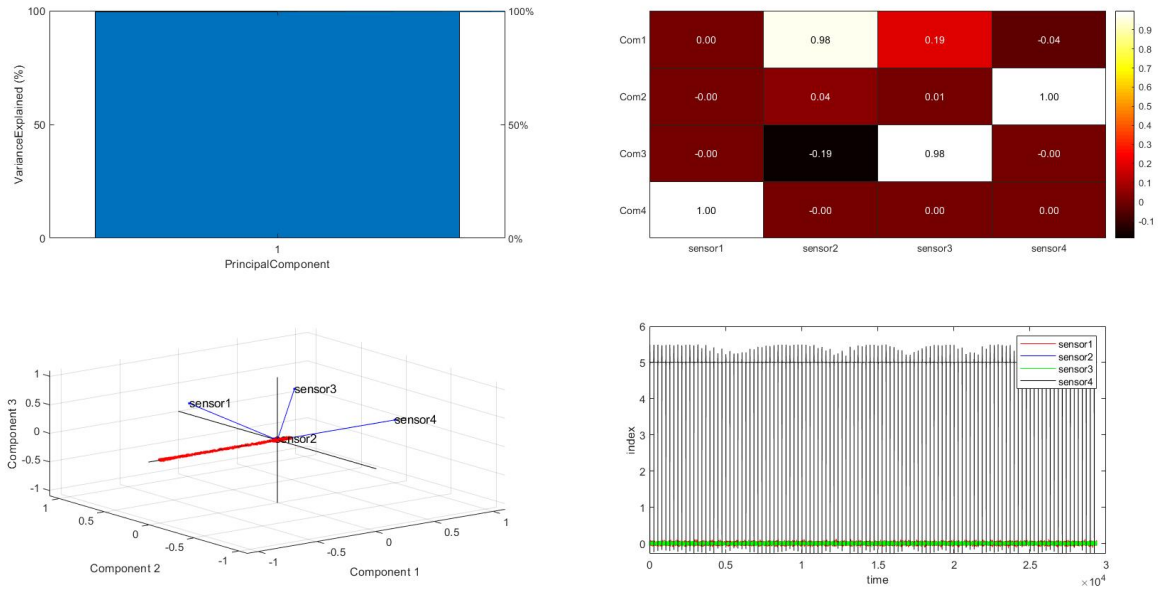


图 6. 主成分分析相关图像

从图 6 中可以看到，在左上角的帕累托图中，仅需要 1 个主成分即可让方差累计贡献率达到 100%，说明通过主成分分析的方法去进行信号复合的手段是可行的。右上角的热力图是各主成分与原始成分的协方差矩阵，基本上原始信号和主成分都是独立分布。而左下角的分布图则表示，新的主成分会以 **sensor4** 数据作为主要贡献成分。这一想法基本可行。我们按照下面的式子去对主成分进行融合：

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{1i} - x_{2i})^2} \quad (26)$$

融合后图像经过带通滤波和 Hilbert 变换后获得如图 7 所示频谱：

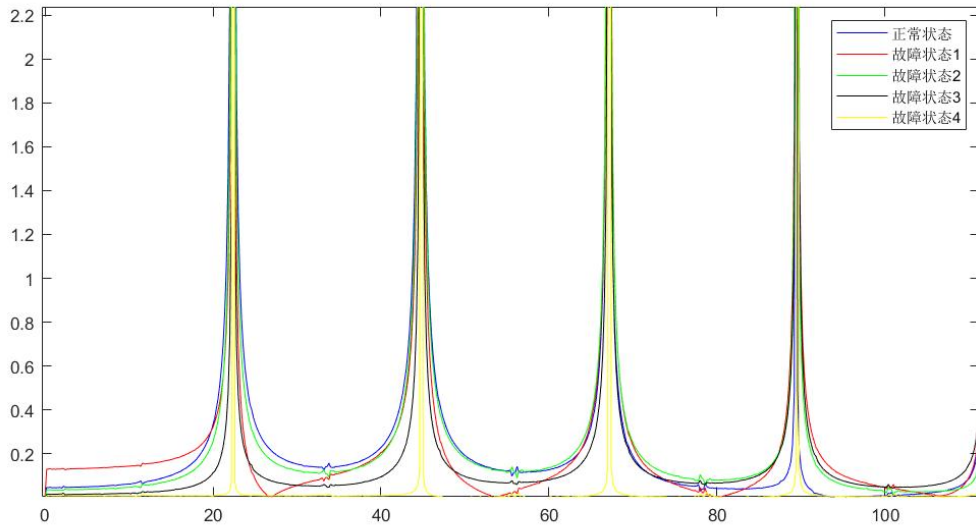


图 7. 复合信号处理后的频谱

从图 7 可以看到故障状态 2、故障状态 3 对应的波形与正常状态对应的波形大致相似；故障状态 1 对应的波形在波谷处出现拐点，其斜率不断减小；故障状态 4 对应的波

形的波谷值趋近于 0。我们基于复合变换后的信号数据提取了信号的特征如表 2 所示。

表 2 五种情况下复合信号的特征

特征	正常	故障 1	故障 2	故障 3	故障 4
最大值	79.4709	77.7156	77.8762	77.6567	77.4778
最小值	0.00020	0.00020	0.00030	0.00030	0.00020
平均值	11.7661	11.4158	11.5258	11.4914	11.4629
峰指标	79.4707	77.7154	77.8759	77.6564	77.4777
整流平均	11.7661	11.4158	11.5258	11.4914	11.4629
有效值	25.5669	24.8933	25.0493	24.9753	24.9228
峰值	79.4707	77.7154	77.8759	77.6564	77.4777
方差	515.2439	489.3719	494.6433	491.7304	489.7649
标准差	22.6990	22.1218	22.2406	22.1750	22.1306
峭度	5.39010	5.44220	5.38960	5.38940	5.38920
偏度	1.96440	1.97680	1.96430	1.96430	1.96430
均方根	25.5669	24.8933	25.0493	24.9753	24.9228
波形因子	2.17290	2.18060	2.17330	2.17340	2.17420
峰值因子	3.10830	3.12190	3.10890	3.10930	3.10870
脉冲因子	6.75420	6.80770	6.75670	6.75780	6.75900
裕度因子	17.8656	18.0467	17.8846	17.8839	17.9164
重心频率	1599.9456	1599.9456	1599.9456	1599.9456	1599.9456
均方频率	3413217.2296	3413217.2296	3413217.2296	3413217.2296	3413217.2296
频率方差	0	0	0	0	0
频带能量	8.28560	16.9111	7.58120	8.16630	4.71730
频谱熵	0.258000	0.243800	0.253400	0.202400	0.153500

从表 2 中可以看到，具备故障的数据特征，与正常状态的数据特征存在一定差距。由此可得，特征 1、特征 3、特征 4、特征 5、特征 6、特征 7、特征 8、特征 9、特征 12、特征 16、特征 20、特征 21 为具备故障的数据特征。

进一步地，我们将附件 2 中样本在附件 1 数据当中进行测试，将其特征经过主成分分析后绘制在图 8 所示的特征空间内：

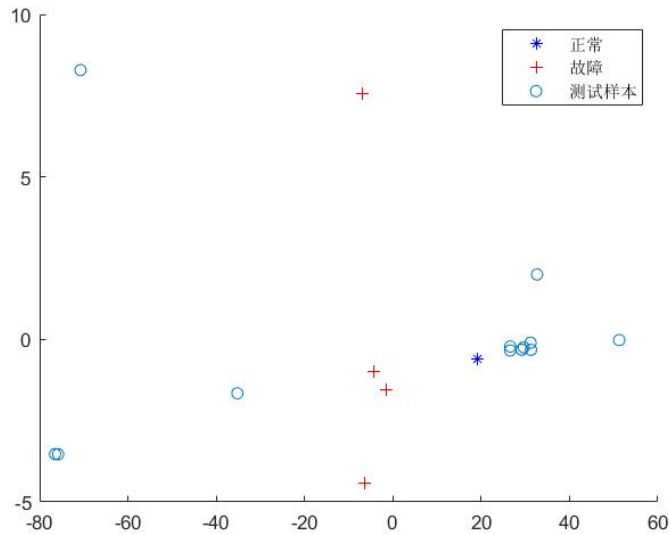


图 8. 故障判定二分类

从图 8 中可以看到故障点的分布较为分散，在 $x = 0$ 处形成决策边界，将样本空间分为两部分： $x < 0$ 时为故障区域， $x > 0$ 时为正常区域。测试样本点的分布较为集中，大部分样本与正常样本相距较近，可初步认为这些测试样本点的状态正常；而有四项样本与故障样本则更近一些，可初步认为这些测试样本点的出现故障。经计算，出现故障的测试信号分别为：3,5,7,9。

上述结果表明，多特征向量充分的展示了不同的样本点对应的工作状态。其次，由于我们采用带通滤波进行去噪处理得到降噪信号，并采用 Hilbert 变换进行振动分解，提取时域、频域以及时频域特征，从局部和全局两个角度展现了齿轮的工作状态，使其能够运用于齿轮工作状态的判别，提高了模型的稳定性、泛化能力。模型性能较好。

5.3 问题三模型的建立与求解

5.3.1 模型的建立

基于近邻判别的故障识别

对于识别故障种类可以将其视作一个多分类问题。多分类问题事实上也是基于二分类方法而来，我们在问题二的基础上进行进一步判定，观察样本与五种状态当中何种状态更近一些则将其判定为何种故障。我们采用欧几里得距离作为样本点的度量方式，并采用多数表决法作为分类决策规则。

但由于可能存在其他类型故障，我们在原有基础上加上阈值限制，若样本与五种状态的欧几里得距离均较远我们认为它属于其他类型的故障。

5.3.2 模型的求解

基于近邻判别的故障识别

为了更好地可视化，我们将图 8 测试样本和五种状态的散点图进行更新，如图 9 所示：

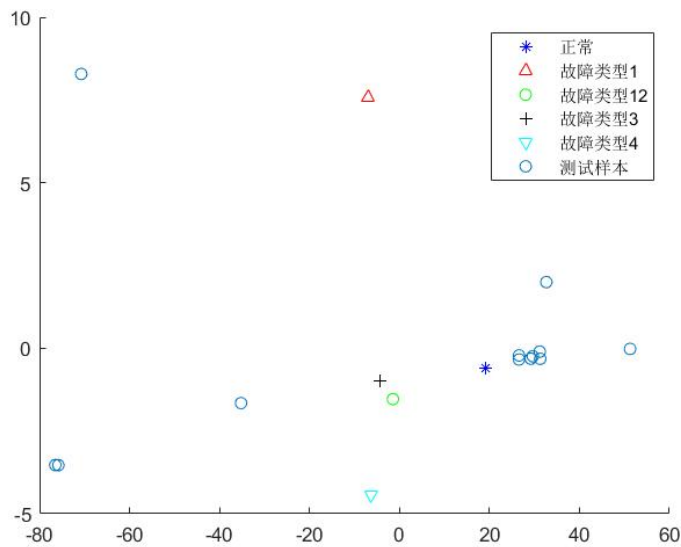


图 9 不同状态和测试样本数据

从图 9 中可以看到，出现故障的测试样本点到不同类型故障点的距离不同。因此，每个出现故障的样本点，都对应着一种特定的故障类型。

我们也将测试样本和五种状态之间的欧氏距离列在表 3 中：

表 3. 测试样本和不同状态之间的欧氏距离

样本	正常	故障 1	故障 2	故障 3	故障 4
1	3300.6517	3300.7574	3300.7006	3300.7189	3300.7299
2	3300.6483	3300.7594	3300.7075	3300.7267	3300.7414
3	3301.3647	3300.9508	3301.0001	3300.9599	3300.9313
4	3300.6981	3300.9631	3300.8743	3300.9105	3300.9338
5	3302.2888	3301.5682	3301.7053	3301.6319	3301.5937
6	3300.6535	3300.7457	3300.6918	3300.7086	3300.7186
7	3302.4782	3301.7412	3301.8566	3301.7801	3301.7269
8	3300.6582	3300.7261	3300.6775	3300.6916	3300.7000
9	3302.4551	3301.7237	3301.8380	3301.7621	3301.7094
10	3300.6534	3300.7426	3300.6894	3300.7058	3300.7157
11	3300.6584	3300.7261	3300.6775	3300.6915	3300.6998
12	3300.6516	3300.7559	3300.6999	3300.7181	3300.7292

从表 3 中可以看到，经过主成分分析的降维处理后，高维度的数据只保留下最重要的特征，去除了噪声和不重要的特征，同时也造成一定程度上的信息损失，使不同样本点到不同类型故障点的距离较为接近，但不相同，与通过图 9 获得的信息一致。

这一方法的核心思想与近邻判别基本一致：将相似度较高的样本映射到高维空间后，其距离会比相似度低的样本在距离上更为接近。因此，可以通过近邻判别对样本点的故障类型进行分类。此外，由于近邻判别通过周围有限的邻近的样本，而不是靠判别类域来进行分类，因此对于存在异常值或重叠较多的样本集而言，邻近判别的稳定性更高。

模型的速度在小样本上较快，并且所得结果具备数据上的统计意义和实际上的领域

意义，具备可解释性，而且识别较为准确。我们认为这一模型的性能是较好的。
最终测试结果将在 5.4 中给出。

5.4 模型四的建立与求解

5.4.1 模型的求解

模型的求解工作已经在问题三当中进行，通过建立近邻判别模型，我们对 12 个测试信号的故障识别如表 4 所示：

表 4. 测试信号的故障识别

样本编号	1	2	3	4	5	6
诊断状态	正常	正常	故障类型 4	正常	故障类型 1	正常
样本编号	7	8	9	10	11	12
诊断状态	故障类型 4	正常	故障类型 4	正常	正常	正常

从表 4 中可以看到：样本 1、样本 2、样本 4、样本 6、样本 8、样本 10、样本 11、样本 12 的状态正常；样本 5 出现故障 1；样本 3、样本 7、样本 9 出现故障 4。

六、 模型的评价、改进与推广

6.1 模型的优点

该模型从信号的时频域特性和统计特性角度入手，对多模信号数据进行了合理的变换处理从而降低了问题难度并排除了干扰，对问题进行了合理解决的同时性能较好。我们综合分析，认为模型具备这样一些优点：

1. 模型直观，具备可解释性。我们从信号的频谱特征和统计特性入手，对问题进行了合理的分析与阐释。其信号谱的特征区分度较为明显，易于区分，并且在不同频段的分布也暗示了故障种类背后的可能原因。基于统计特性进行近邻判别可以将结果绘制在欧几里得空间内，同样可以直观了解到信号统计特性的相似情况。

2. 模型简洁，运算速度快。无论是前期信号的滤波还是 Hilbert 变换还是后续的近邻判别，其功能易于实现，有关工具已经对其进行了封装。而且我们创新性地根据主成分分析探索到可以将四个维度的信号数据融合为单一模态，降低问题的难度，也为后续齿轮箱信号分析提供一定实证依据。

3. 模型考虑特征较为全面，在近邻判别的变量构造过程中，我们一共考虑了时域、频域、时频域三个方面一共 21 个维度的变量，充分利用了信号的统计特征，考虑较为全面结果更为可靠。

4. 模型结论具备机械工学原理上的意义。模型所得结论能够对应到机械工程场景中出现的机械故障上来，具备良好的可解释性，进一步验证了模型正确性。

6.2 模型的缺点

尽管模型整体表现良好，但我们认为还存在一些不足之处，例如：

1. 所使用的数据体量仍然不够大，每一种情况只有单一样本数据，根据小样本分散的数据所得到的结果可能是有偏的，实际在大型工业场景应用时模型得到的结论仍然有待验证。但模型的原理是较为通用的，即使是在大型数据集多次实验数据上仍然能够应用这一模型。

2. 模型频谱区分度仍然不够明显，这也与数据特征有关。我们在每一个环节采用的均为统计意义上最优方案，经过多次调节得到频谱特征，本身频谱特征其实区分度仍然不够明显，这也与采样数据有偏有一定关系。

6.3 模型的改进

对于模型的改进方案，有关研究已经验证，使用基于群智能算法和支持向量机等大规模监督学习算法能有效识别齿轮箱故障[14]。因此我们认为，如果每一种情况的样本数据足够多，实验次数足够的情况下，大约每一种情况 20 个样本数据，我们便能建立机器学习模型对问题进行更深入的探讨求解。

6.4 模型的推广

该问题的求解方法不仅适用于齿轮箱的故障处理，还适用于其他利用信号进行故障分析时的场景。

七、 参考文献

- [1]丁康,谢明,张彼德,赵玲,张晓飞. 基于复解析带通滤波器的复调制细化谱分析原理和方法[J]. 振动工程学报, 2001, 14(1):7.
- [2]曾宪伟, 赵卫明, 盛菊琴. 小波包分解树结点与信号子空间频带的对应关系及其应用[J]. 地震学报, 2008, 30(1):90-96.
- [3]邓拥军, 王伟, 钱成春,等. EMD 方法及 Hilbert 变换中边界问题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3):7.
- [4]李天云, 赵妍, 李楠. 基于 EMD 的 Hilbert 变换应用于暂态信号分析[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(4):4.
- [5]谭善文, 秦树人, 汤宝平. Hilbert-Huang 变换的滤波特性及其应用[J]. 重庆大学学报, 2004, 27(002):9-12.
- [6]李靖华, 郭耀煌. 主成分分析用于多指标评价的方法研究——主成分评价[J]. 管理工程学报, 2002, 16(1):5.
- [7]谢夏, 任毅, 金海. 基于近邻判别的交通标志对抗样本检测方法和分类装置:, CN111460881A[P]. 2020.
- [8]冯志鹏,秦嗣峰. 基于 Hilbert 振动分解和高阶能量算子的行星齿轮箱故障诊断研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(5):8.
- [9]赵纯领, 高洪滨, 杜向华. 基于振动信号的齿轮箱故障诊断[J]. 机电工程技术, 2014(6):3.
- [10]Wettschereck D , Aha D W , Mohri T . A Review and Empirical Evaluation of Feature Weighting Methods for a Class of Lazy Learning Algorithms[J]. Artificial Intelligence Review, 2000, 11(1).
- [11]周翔, 侯立刚, 苏成利,等. 小波包滤波在齿轮故障诊断中的应用[J]. 自动化仪表, 2012, 33(4):1-4.
- [12]冷军发, 荆双喜, 陈东海,等. 基于小波包与同态滤波的低速重载齿轮箱故障诊断研究[J]. 煤炭学报, 2006, 31(5):4.
- [13]孙伟, 王细洋, 徐英帅. 基于复解析带通滤波器的 ZOOMFFT 法应用于齿轮故障诊断[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2011(10):4.
- [14]刘永亮. 基于振动信号多特征与 PSO-SVM 的齿轮箱关键部件故障诊断方法研究[D]. 内蒙古科技大学, 2016.

附录

环境：OS: Windows 10; CPU: Intel i7; GPU: NVIDIA GEFORCE 1650

软件：Matlab 2019a

附录 1

介绍：问题代码

```
clear;clc;
fs = 6400; % 重采样频率
T = 1/fs; % 周期
n = 5; % 1Hz 频率被分成 n 段
N = fs*n; % 因为 1Hz 频率被分成了 n 段，所以频谱的 x 轴数组有 fs*n 个数
f = (0:N-1)*fs/N; % 将 fs 个频率细分成 fs*n 个（即原来是[0, 1, 2, ..., fs]，现在是[0, 1/N, 2/N, ..., (N-1)*fs/N]）
t = (0:N-1)*T; % 信号所持续的时长（N 个周期）
nHz = 1000; % 画的频谱的横坐标到 nHz
Hz = nHz*n; % 画的频谱的横坐标的数组个数
Wc=2*640/fs;
Wc1=2*512/fs; %下截止频率 1Hz
Wc2=2*640/fs;
[b,a]=butter(2,[Wc1, Wc2],'bandpass'); % 二阶的巴特沃斯带通滤波

sr=xlsread('附件 1.xls',1);
x=sr(:,5);
subplot(2,3,1);
plot(x(1:1000),'r');
xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("原始信号");

b = [1 1 1 1 1 1]/6;
x1 = filter(b,1,x);
fprintf("移动平均滤波信噪比\n");
-snr(x1,x-x1)
fprintf("均方根误差\n");
rms(x-x1)
subplot(2,3,2);
plot(x1(1:1000),'r');
xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("移动平均滤波")

x1=medfilt1(x,10);
fprintf("中值滤波信噪比\n");
-snr(x1,x-x1)
fprintf("均方根误差\n");
rms(x-x1)
subplot(2,3,3);
plot(x1(1:1000),'r');
xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("中值滤波")

[b,a]=butter(4,Wc,'low'); % 四阶的巴特沃斯低通滤波
x1=filter(b,a,x);
fprintf("低通滤波信噪比\n");
-snr(x1,x-x1)
fprintf("均方根误差\n");
rms(x-x1)
subplot(2,3,4);
plot(x1(1:1000),'r');
```

```

xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("低通滤波")

wpt = wpdec(x,3,'db1');
x1 = wpcoef(wpt,[2 1]);
fprintf("小波包滤波信噪比\n");
-snr(x1,x(1:7350)-x1)
fprintf("均方根误差\n");
rms(x(1:7350)-x1)
subplot(2,3,5);
plot(x1(1:1000),'r');
xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("小波包滤波")

[b,a]=butter(2,[Wc1, Wc2],'bandpass'); % 二阶的巴特沃斯带通滤波
x1=filter(b,a,x);
fprintf("带通滤波信噪比\n");
-snr(x1,x-x1)
fprintf("均方根误差\n");
rms(x-x1)
subplot(2,3,6);
plot(x1(1:1000),'r');
xlabel("time");ylabel("sensor 1");title("带通滤波")

```

```

clear;clc;
fs = 6400; % 重采样频率
T = 1/fs; % 周期
n = 5; % 1Hz 频率被分成 n 段
N = fs*n; % 因为 1Hz 频率被分成了 n 段，所以频谱的 x 轴数组有 fs*n 个数
f = (0: N-1)*fs/N; % 将 fs 个频率细分成 fs*n 个（即原来是[0, 1, 2, ..., fs]，现在是[0, 1/N,
2/N, ..., (N-1)*fs/N]）
t = (0: N-1)*T; % 信号所持续的时长（N 个周期）
nHz = 1000; % 画的频谱的横坐标到 nHz
Hz = nHz*n; % 画的频谱的横坐标的数组个数
Wc1=2*512/fs; %下截止频率 1Hz
Wc2=2*640/fs;
[b,a]=butter(2,[Wc1, Wc2],'bandpass'); % 二阶的巴特沃斯带通滤波

sr=xlsread('附件 1.xls',1 );
sr=sr(:,2:5);
[coeff,score,latent,tsquare]= pca(sr);
percent_explained= 100*latent/sum(latent); %cumsum(latent)./sum(latent)
signal0=percent_explained(1)*score(:,1)+percent_explained(2)*score(:,2)+...
percent_explained(3)*score(:,3)+percent_explained(4)*score(:,4);

sr=xlsread('附件 1.xls',2 );
sr=sr(:,2:5);
[coeff,score,latent,tsquare]= pca(sr);
percent_explained= 100*latent/sum(latent); %cumsum(latent)./sum(latent)
signal1=percent_explained(1)*score(:,1)+percent_explained(2)*score(:,2)+...
percent_explained(3)*score(:,3)+percent_explained(4)*score(:,4);

sr=xlsread('附件 1.xls',3 );
sr=sr(:,2:5);
[coeff,score,latent,tsquare]= pca(sr);

```

```

percent_explained= 100*latent/sum(latent); %cumsum(latent)./sum(latent)
signal2=percent_explained(1)*score(:,1)+percent_explained(2)*score(:,2)+...
    percent_explained(3)*score(:,3)+percent_explained(4)*score(:,4);

sr=xlsread('附件 1.xls',4 );
sr=sr(:,2:5);
[coeff,score,latent,tsquare]= pca(sr);
percent_explained= 100*latent/sum(latent); %cumsum(latent)./sum(latent)
signal3=percent_explained(1)*score(:,1)+percent_explained(2)*score(:,2)+...
    percent_explained(3)*score(:,3)+percent_explained(4)*score(:,4);

sr=xlsread('附件 1.xls',5 );
sr=sr(:,2:5);
[coeff,score,latent,tsquare]= pca(sr);
percent_explained= 100*latent/sum(latent); %cumsum(latent)./sum(latent)
signal4=percent_explained(1)*score(:,1)+percent_explained(2)*score(:,2)+...
    percent_explained(3)*score(:,3)+percent_explained(4)*score(:,4);

figure;%原始频谱
fx1 = abs(fft(signal0-mean(signal0)))/(N/2); % 傅里叶变换
fx2 = abs(fft(signal1-mean(signal1)))/(N/2); % 傅里叶变换
fx3 = abs(fft(signal2-mean(signal2)))/(N/2); % 傅里叶变换
fx4 = abs(fft(signal3-mean(signal3)))/(N/2); % 傅里叶变换
fx5 = abs(fft(signal4-mean(signal4)))/(N/2); % 傅里叶变换
plot(f(1:Hz), fx1(1:Hz),'b',f(1:Hz), fx2(1:Hz),'r',f(1:Hz), fx3(1:Hz),'g',...
    f(1:Hz), fx4(1:Hz),'k',f(1:Hz), fx5(1:Hz),'y',title('原始信号频域'),xlabel('frequency [Hz]'));
% 绘制原始信号频域
legend("正常状态","故障状态 1","故障状态 2","故障状态 3","故障状态 4");

figure;%带通滤波频谱
x1=filter(b,a,signal0);
fx1 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal1);
fx2 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal2);
fx3 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal3);
fx4 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal4);
fx5 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
plot(f(1:Hz), fx1(1:Hz),'b',f(1:Hz), fx2(1:Hz),'r',f(1:Hz), fx3(1:Hz),'g',...
    f(1:Hz), fx4(1:Hz),'k',f(1:Hz), fx5(1:Hz),'y',title('原始信号频域'),xlabel('frequency [Hz]'));
% 绘制原始信号频域
legend("正常状态","故障状态 1","故障状态 2","故障状态 3","故障状态 4");

figure;%希尔伯特变换
x1=filter(b,a,signal0);
x0=hilbert(x1);
x1=abs(x0);
fprintf("正常信号: \n");
T0=regular_statistic_features(x1)
fx1 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal1);
x0=hilbert(x1);

```



```

x1=abs(x0);
fprintf("故障 1 信号: \n");
T1=regular_statitic_features(x1)
fx2 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal2);
x0=hilbert(x1);
x1=abs(x0);
fprintf("故障 2 信号: \n");
T2=regular_statitic_features(x1)
fx3 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal3);
x0=hilbert(x1);
x1=abs(x0);
fprintf("故障 3 信号: \n");
T3=regular_statitic_features(x1)
fx4 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
x1=filter(b,a,signal4);
x0=hilbert(x1);
x1=abs(x0);
fprintf("故障 4 信号: \n");
T4=regular_statitic_features(x1)
fx5 = abs(fft(x1-mean(x1)))/(N/2); % 傅里叶变换
plot(f(1:Hz), fx1(1:Hz),'b',f(1:Hz), fx2(1:Hz),'r',f(1:Hz), fx3(1:Hz),'g',...
      f(1:Hz), fx4(1:Hz),'k',f(1:Hz), fx5(1:Hz),'y',title('原始信号频域'),xlabel('frequency [Hz]'));
% 绘制原始信号频域
legend("正常状态","故障状态 1","故障状态 2","故障状态 3","故障状态 4");

T=[T0; T1; T2; T3; T4];

```

%对于输入的一个序列片段，计算以下时域统计特征，以 行 的形式返回特征值

```

function T=regular_statitic_features(data)
% data 为输入的振动信号，rpm 为对应的转速信号
%计算信号的时域特征
ma = max(data);           %最大值
mi = min(data);           %最小值
me = mean(data);          %平均值
pk = ma-mi;               %峰-峰值
av=mean(abs(data));       %整流平均值
r=rms(data);              %有效值
p=peak(data);             %峰值
va = var(data);           %方差
st = std(data);           %标准差
ku = kurtosis(data);      %峭度
sk = skewness(data);      %偏度
rm = rms(data);           %均方根
S = rm/av;                %波形因子
C = pk/rm;                %峰值因子
I = pk/av;                %脉冲因子
YD=marginfactor(data);    %裕度因子

```

% 傅里叶变化获得频谱

```

[f,result_FFT]=transToFFT(data,6400);
% 计算频域特征
F1=mean(fc(f,result_FFT)); %重心频率
F2=mean(msf(f,result_FFT)); %均方频率
F3=mean(vf(f,result_FFT)); %频率方差
F4=BandEnergy(f,result_FFT); % 计算 350-700Hz 频带能量
F5=RPSD(result_FFT); % 相对功率谱熵

T=[ma, mi, me, pk, av, r, p, va, st, ku, sk, rm, S, C, I, YD, F1, F2, F3, F4, F5];
end

%重心频率
function F1=fc(f,result_FFT)
    F1=sum(f.*result_FFT)/(sum(result_FFT));
end

%均方频率
function F2=msf(f,result_FFT)
    f=f.^2;
    F2=sum(f.*result_FFT)/(sum(result_FFT));
end

%频率方差
function F3=vf(f,result_FFT)
    f=(f-fc(f,result_FFT)).^2;
    F3=sum(f.*result_FFT)/(sum(result_FFT));
end

%频带能量
function F4=BandEnergy(f,result_FFT)
    startIndex=sum(f<=350);
    endIndex=sum(f<700);
    F4=sum(result_FFT(startIndex:endIndex));
end

%相对功率谱熵
function F5=RPSD(result_FFT)
    Fi=result_FFT.*result_FFT;
    Pi=Fi/sum(Fi);
    F5=-sum(Pi.*log2(Pi))/log2(length(result_FFT));
end

function pk=peak(a)
%求信号的峰值
pk=max(a)-min(a);
end

function crestfactor=crestfactor(a)
%求信号的峰值因子
crestfactor=peak(a)/rms(a);
end

function shapefactor=shapefactor(a)
%求信号的波形因子
shapefactor=rms(a)/mean(abs(a));
end

```

```

function impulsefactor=impulsefactor(a)
%求信号的脉冲因子
impulsefactor=peak(a)/mean(abs(a));
end

function marginfactor=marginfactor(a)
%求信号的裕度因子
marginfactor=peak(a)/mean(sqrt(abs(a)))^2;
end

function [f,result_FFt]=transToFFT(data,fs)
%用于求解数据的快速傅里叶变换结果，以便于绘制频谱图
N=length(data);
%去均值
data=data-mean(data);
%求频率分辨率
df=fs/(N-1);
f=(0:N-1)*df;
Y=fft(data)/N*2;
result_FFt=abs(Y);
%取一半
result_FFt=result_FFt(1:ceil(N/2));
f=f(1:ceil(N/2));
end

```

```

clc;clear;
load fujian1.mat;
T1=T;
load fujian2.mat;
T2=T;
T=[T1;T2];
[coeff,score,latent,tsquare]=pca(T);
figure;
scatter(score(1,2),score(1,3),'b*');hold on;
scatter(score(2:5,2),score(2:5,3),'r+');hold on;
scatter(score(6:end,2),score(6:end,3));
legend("正常","故障","测试样本")
figure;
scatter(score(1,2),score(1,3),'b*');hold on;
scatter(score(2,2),score(2,3),'r^');hold on;
scatter(score(3,2),score(3,3),'go');hold on;
scatter(score(4,2),score(4,3),'k+');hold on;
scatter(score(5,2),score(5,3),'cv');hold on;
scatter(score(6:end,2),score(6:end,3));
legend("正常","故障类型 1","故障类型 12","故障类型 3","故障类型 4","测试样本")
dis=zeros(5,12);
for i = 1:12

    for j = 1:5
        dis(j,i)=pdist2(T2(i,:),T1(j,:));
    end
    [minv index]=min(dis(:,i));
    if index==1

```

```
        fprintf("测试信号%d 正常\n",i);
elseif index==2
    fprintf("测试信号%d 出现故障 1\n",i);
elseif index==3
    fprintf("测试信号%d 出现故障 2\n",i);
elseif index==4
    fprintf("测试信号%d 出现故障 3\n",i);
elseif index==5
    fprintf("测试信号%d 出现故障 4\n",i);
else
    fprintf("测试信号%d 出现其他异常\n",i);
end
end
```