

实验二 线性方程组

日期:3.20 丁竞 PB22030826

实验结果

为方便展示,输出 $x=0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1.0$ 处的值.

Gauss法,Gauss-Seidel法及精确值结果如下:

当 $\varepsilon=1$ 时:

```
Gauss:x:
0.0036  0.0449  0.0958  0.1572  0.2303  0.3162  0.4164  0.5322  0.6654  0.8178  0.9914
Gauss-Seidel:x:
-0.0001  0.0028  0.0149  0.0405  0.0847  0.1527  0.2498  0.3802  0.5463  0.7485  0.9847
the right value is:
0.0000  0.1253  0.2434  0.3550  0.4608  0.5612  0.6569  0.7482  0.8356  0.9194  1.0000
the error of Gauss is:1.80133
the max_error of Gauss is:0.245723
the error of Gauss-Seidel is:2.98163
the max_error of Gauss-Seidel is:0.41227
请按任意键继续
```

当 $\varepsilon=0.1$ 时:

```
Gauss:x:
-0.0050  -0.0548  -0.1044  -0.1532  -0.2003  -0.2426  -0.2728  -0.2712  -0.1875  0.1092  0.9586
Gauss-Seidel:x:
-0.0050  -0.0542  -0.1025  -0.1493  -0.1932  -0.2311  -0.2557  -0.2485  -0.1614  0.1318  0.9619
the right value is:
0.0000  0.3661  0.5324  0.6251  0.6909  0.7467  0.7988  0.8496  0.8999  0.9500  1.0000
the error of Gauss is:8.53235
the max_error of Gauss is:1.12325
the error of Gauss-Seidel is:8.39884
the max_error of Gauss-Seidel is:1.0996
```

当 $\varepsilon=0.01$ 时:

```
Gauss:x:
-0.0050  -0.0550  -0.1050  -0.1550  -0.2050  -0.2550  -0.3050  -0.3550  -0.4050  -0.4538  0.7500
Gauss-Seidel:x:
-0.0050  -0.0551  -1202.3149  -11558395211.6053  -114023553639979168.0000  -1146889867799802656325632.0000  -97629177230
851138926936064.0000  -366639559095307465830432768.0000  -851802481593279710433902592.0000  -131533594260884946883602022
4.0000  -429189536559927109762416640.0000
the right value is:
0.0000  0.5500  0.6000  0.6500  0.7000  0.7500  0.8000  0.8500  0.9000  0.9500  1.0000
the error of Gauss is:10.231
the max_error of Gauss is:1.42539
the error of Gauss-Seidel is:5.44674e+27
the max_error of Gauss-Seidel is:1.32785e+27
请按任意键继续
```

当 $\varepsilon=0.0001$ 时:

```
Gauss:x:
-0.0050 -0.0550 -0.1050 -0.1550 -0.2050 -0.2550 -0.3050 -0.3550 -0.4050 -0.4550 0.5000
Gauss-Seidel:x:
-0.0050 -0.0550 -0.1050 -0.1550 -0.2050 -0.2550 -0.3050 -0.3550 -0.4050 -0.4550 0.5000
the right value is:
0.0000 0.5500 0.6000 0.6500 0.7000 0.7500 0.8000 0.8500 0.9000 0.9500 1.0000
the error of Gauss is:10.4066
the max_error of Gauss is:1.48505
the error of Gauss-Seidel is:10.4066
the max_error of Gauss-Seidel is:1.48505
```

误差分析

截图中的error代表数值解和精确解的欧式距离,max_error代表数值解与精确解之间的最大差值. $(x_{i+1} - x_i)$ 的值为0.01.

当 $\epsilon=1$ 时,我们发现列消元法的y值与x值关系较线性,而高斯迭代 $x \rightarrow 1$ 时,y的增长较快.列消元法的解与精确解的欧氏距离较小,为1.80133,且在x接近0和x接近1时,数值解与精确解误差小.列主元法的效果较好.

当 $\epsilon=0.1$,我们发现列消元法和高斯迭代法的数值较为接近,y值随x值先增长较慢,接近1是增长快,而精确解的情况恰恰相反,最终在 $x=1$ 时收敛.

当 $\epsilon=0.01$ 时,高斯迭代法失效,而列主元法在大部分值为负数,逼近效果很差.

原因分析:Gauss-Seidel方法要求系数矩阵至少是严格对角占优的,即每行对应的对角元素绝对值大于该行其他元素绝对值之和。如果矩阵不满足这个条件,那么Gauss-Seidel方法可能会产生不稳定的结果。

当 $\epsilon=0.0001$,两种方法大部分解值为负数,欧式距离也超过10,误差很大.系数矩阵的特征值接近零或者接近1的情况,导致算法效率低下.

同时,由于方程本身为非线性方程,线性化过程可能会引入误差或者使得收敛性变差,同时,n的值过小,用导数值推函数的效果也不是很理想