

Bendrieji reikalavimai namų darbams

Ataskaitos keliamos į Moodle iki gynimo dienos. Ataskaitoje pateikiama užduotis, rezultatai, programų kodai. Ataskaitoje privaloma taikyti darbo įforminimo reikalavimus, pateiktus „[Rašto darbų rengimo metodiniai nurodymai](#)“, dalyje „Formalieji rašto darbų reikalavimai“.

Visais atvejais atsiskaitymo metu galima naudotis namų užduotyje ir laboratorinių darbų metu nagrinėtomis programomis.

Gynimo metu studentas privalo paaiškinti bet kurią programos išeities teksto eilutę; jeigu to padaryti nesugeba, darbas vertinamas 0. **Gynimo metu pateikiama darbo sutapties patikros ataskaita.**

Lygčių sistemų sprendimas.

1 Tiesinių lygčių sistemų sprendimas

Duota tiesinių lygčių sistema $[A][X] = [B]$ ir jos sprendimui nurodytas metodas (1 lentelė).

1. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą. Jeigu sprendinių be galo daug, raskite bent vieną iš jų. Jeigu sprendinių nėra, pagrįskite, kodėl taip yra.
Jei metodas paremtas matricos pertvarkymu, pateikite matricų išraiškas kiekviename žingsnyje. Jei metodas iteracinis, grafiškai pavaizduokite, kaip atliekant iteracijas kinta santykinis sprendinio tikslumas esant kelioms skirtingoms konvergavimo daugiklio reikšmėms.
2. Patikrinkite gautus sprendinius ir skaidas, įrašydami juos į pradinę lygčių sistemą.
3. Gautą sprendinį patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).

2 Netiesinių lygčių sistemų sprendimas

1. Duota netiesinių lygčių sistema (2 lentelė. I lygčių sistema):
$$\begin{cases} Z_1(x_1, x_2) = 0 \\ Z_2(x_1, x_2) = 0 \end{cases}$$
 - a. Skirtinguose grafikuose pavaizduokite paviršius $Z_1(x_1, x_2)$ ir $Z_2(x_1, x_2)$.
 - b. Užduotyje pateiktą netiesinių lygčių sistemą išspręskite grafiniu būdu.
 - c. Užduotyje pateiktą netiesinių lygčių sistemą išspręskite naudodami užduotyje nurodytą metodą su laisvai pasirinktu pradiniu artiniu (išbandykite bent keturis pradinius artinius). Nurodykite iteracijų pabaigos sąlygas. Lentelėje pateikite pradinį artinį, tikslumą, iteracijų skaičių.
 - d. Gautus sprendinius patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).
2. Duota netiesinių lygčių sistema (2 lentelė. II lygčių sistema):
$$\begin{cases} Z_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \\ Z_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0 \end{cases}$$
 - a. Užduotyje nurodytu metodu išspręskite netiesinių lygčių sistemą su laisvai pasirinktu pradiniu artiniu.
 - b. Gautą sprendinį patikrinkite naudodami išorinius išteklius (pvz., standartines MATLAB funkcijas).

3 Optimizavimas

Pagal pateiktą uždavinio sąlygą (3 lentelė) sudarykite tikslo funkciją ir išspręskite ją vienu iš gradientinių metodų (gradientiniu, greičiausio nusileidimo, kvazi-gradientiniu, ar pan.). Gautą taškų konfigūraciją pavaizduokite programoje, skirtingais ženklais pavaizduokite duotus ir pridėtus (jei sąlygoje tokių yra) taškus. Ataskaitoje pateikite pradinę ir gautą taškų konfigūracijas, taikytos tikslo funkcijos aprašymą, taikyto metodo pavadinimą ir parametrus, iteracijų skaičių, iteracijų pabaigos sąlygas ir tikslo funkcijos priklausomybės nuo iteracijų skaičiaus grafiką.

1 lentelė. Tiesinių lygčių sistemų sprendimas. Užduotys.

Nr.	Lygčių sistema	Metodas	Nr.	Lygčių sistema	Metodas
1	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 4 \\ 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 24 \end{cases}$	Gauso	2	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 37 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 9x_4 = 11 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 38 \\ -x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$	Gauso
3	$\begin{cases} 3x_1 + 10x_2 + x_3 + 5x_4 = 83 \\ -2x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 14x_4 = 178 \\ 3x_1 + 12x_2 + 5x_3 + x_4 = 37 \\ -3x_1 - 9x_2 + 5x_3 = -26 \end{cases}$	Gauso – Žordano	4	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 40 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 19 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 36 \\ 4x_1 + 16x_2 + 2x_3 = 48 \end{cases}$	Gauso – Žordano
5	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$	QR skaidos	6	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 20 \\ -3x_1 + 4x_2 - 8x_3 - x_4 = -36 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 41 \\ 5x_2 - 9x_3 + 4x_4 = -16 \end{cases}$	QR skaidos
7	$\begin{cases} 9x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 47 \\ 11x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -24 \\ x_1 + 3x_2 + 12x_3 - 3x_4 = 27 \\ -x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -5 \end{cases}$	LU skaidos	8	$\begin{cases} 4x_1 + 12x_2 + x_3 + 7x_4 = 171 \\ 2x_1 + 6x_2 + 17x_3 + 2x_4 = 75 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 30 \\ 5x_1 + 11x_2 + 7x_3 = 50 \end{cases}$	Gauso
9	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 7 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 3 \\ 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 4 \end{cases}$	Gauso	10	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 = 148 \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = -37 \\ 2x_1 + 2x_2 - 7x_3 + x_4 = 21 \\ 4x_1 + 14x_2 + 7x_3 = 53 \end{cases}$	Gauso – Žordano
11	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 11x_3 + 5x_4 = -4 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -7 \end{cases}$	Choleskio	12	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 27 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 24 \\ 2x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 27 \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$	QR skaidos
13	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ x_1 - x_3 + x_4 = -4 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$	Gauso	14	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 9x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 10 \\ -x_1 - 2x_2 + 11x_3 - x_4 = -28 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų
15	$\begin{cases} x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -15 \\ 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 10 \\ -4x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$	Gauso – Žordano	16	$\begin{cases} 9x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 65 \\ 3x_1 + 11x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 27 \\ -x_1 - 2x_2 + 6x_3 - x_4 = -23 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 9x_4 = 39 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio
17	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 3 \\ 14x_1 - 8x_2 + 4x_3 + x_4 = 7 \\ 4x_1 + 10x_2 + 8x_4 = 2 \end{cases}$	QR skaidos	18	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -7 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}$	QR skaidos
19	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 14 \\ -2x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 4 \\ -3x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$	LU skaidos	20	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = -9 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_4 = -5 \\ 14x_1 - 8x_2 + 4x_3 + x_4 = -1 \\ 5x_1 + 15x_2 + 3x_4 = -8 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų
21	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 11 \\ x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 3 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$	Gauso	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_4 = -5 \\ 9x_1 - 6x_2 - 6x_3 + x_4 = 39 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_4 = 19 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio
23	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 15 \\ 3x_1 + 9x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 32 \\ -x_1 - 2x_2 + 11x_3 - x_4 = 53 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = -5 \end{cases}$	Choleskio	24	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -4 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$	QR skaidos

Nr.	Lygčių sistema	Metodas	Nr.	Lygčių sistema	Metodas
25	$\begin{cases} 3x_1 + 11x_2 + x_3 + 6x_4 = 117 \\ -x_1 - 3x_2 + 13x_3 + 16x_4 = 175 \\ 2x_1 + 14x_2 - 4x_3 + x_4 = 70 \\ -x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$	LU skaidos	26	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 12 \\ 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - 12x_2 + x_3 + x_4 = -36 \end{cases}$	Paprastųjų iteracijų
27	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 8 \\ -3x_1 + 4x_2 - 8x_3 - x_4 = 10 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 11 \\ 5x_2 - 9x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$	Gauso	28	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 16 \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7 \\ -x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -14 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 12x_4 = 38 \end{cases}$	Gauso – Zeidelio
29	$\begin{cases} 64x_1 + 16x_2 + 32x_3 + 8x_4 = 256 \\ 16x_1 + 8x_2 = 48 \\ 32x_1 + 48x_3 = 112 \\ 8x_1 + 10x_4 = 96 \end{cases}$	Choleskio	30	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 = 2 \\ x_1 - 7x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$	QR skaidos

2 lentelė. Netiesinių lygčių sistemų sprendimas. Užduotys.

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
1	$\begin{cases} \sin(x_1) \cos(x_2) + \frac{x_2}{4} - 0.5 = 0 \\ e^{-3x_1^2 - x_2^2 + 3} - 0.1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 26 = 0 \\ 3x_2 + 4x_2x_3 - 75 = 0 \\ x_3^3 - 2x_4^2 - 25 = 0 \\ 5x_1 - 12x_2 + 40 = 0 \end{cases}$	Broideno
2	$\begin{cases} 8 \cos(x_1) + x_2^2 = 0 \\ 50e^{-\frac{x_1^2}{4} + x_2^2} + x_1 + x_2 - 5.5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5 = 0 \\ 4x_4^3 + 2x_2x_4 + 550 = 0 \\ 4x_3^3 - 2x_3^2 - 3x_1x_2 + 550 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 35 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
3	$\begin{cases} \cos(x_1) - x_1 - x_2 = 0 \\ 20e^{-\frac{(x_1^2 + x_2^2)}{4}} + \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 1 = 0 \\ -5x_4^2 + 4x_3x_4 - 4 = 0 \\ -3x_3^2 + x_4^3 - 2x_1x_4 + 3 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 44 = 0 \end{cases}$	Broideno
4	$\begin{cases} \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + \left(\frac{x_2}{4}\right)^4 - \left(\left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2\right) + 5 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 8(x_1 + x_2) - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_2 + 4x_4 + 20 = 0 \\ x_1x_2 - x_4 - 14 = 0 \\ -3x_1^2 - x_2x_1 + 3x_4^3 + 277 = 0 \\ 3x_3 - 6x_2 + 2x_4 - 7 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
5	$\begin{cases} x_2 \sin\left(\frac{x_1}{2}\right) - 0.1 = 0 \\ x_1^2 + \left(\frac{x_2}{4}\right)^4 - 12 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 9 = 0 \\ 2x_3^2 - x_4^2 + 14 = 0 \\ 3x_1^2 + 3x_2^3 - 4x_4^2 - 14 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 - 8 = 0 \end{cases}$	Broideno
6	$\begin{cases} x_1(x_2 + 2 \cos(x_1)) - 1 = 0 \\ x_1^4 + x_2^4 - 64 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 - 8 = 0 \\ x_1^2 + 2x_2x_4 - 5 = 0 \\ -3x_2^2 - 3x_1x_2 + 2x_4^3 + 16 = 0 \\ 5x_1 - 15x_2 + 3x_4 + 22 = 0 \end{cases}$	Broideno
7	$\begin{cases} \frac{10x_1}{x_2^2 + 1} + x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ x_1^2 + 2x_2^2 - 32 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 - 22 = 0 \\ x_2x_3 - 2x_3 - 18 = 0 \\ -x_2^2 + 2x_4^3 - 3x_1x_4 + 335 = 0 \\ 2x_3 - 12x_2 + 2x_4 + 58 = 0 \end{cases}$	Niutono
8	$\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + x_2 - 10 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + 4x_1 \cos(x_1 + x_2) - 40 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 20 = 0 \\ x_2^2 - x_4^2 + 32 = 0 \\ -2x_1^2 + 5x_4^3 + 2x_2x_4 - 1032 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 42 = 0 \end{cases}$	Niutono
9	$\begin{cases} x_1^2 + 2(x_2 - \cos(x_1))^2 - 20 = 0 \\ x_1^2x_2 - 2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - x_3 + x_4 - 1 = 0 \\ 5x_1 + 4x_3x_4 + 26 = 0 \\ 5x_2^3 - x_3^2 + 634 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 17 = 0 \end{cases}$	Niutono
10	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{5} - 2 \cos\left(\frac{x_1}{2}\right) - 6 \cos(x_2) - 8 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{2}\right)^5 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^4 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 14 = 0 \\ 3x_4^3 + 3x_2x_4 + 18 = 0 \\ -2x_1^2 + 5x_2^3 - 3x_3^2 - 485 = 0 \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 11 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
11	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{5} - 4 \sin(2x_1) - 4 = 0 \\ \frac{100}{x_1^2 + x_2^2 + 5} - x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 15 = 0 \\ x_1 + 4x_2x_4 + 66 = 0 \\ x_1^3 + 2x_2x_1 - 4x_3^2 = 0 \\ 5x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 114 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
12	$\begin{cases} x_1^2 + 10(\sin(x_1) + \cos(x_2))^2 - 10 = 0 \\ (x_2 - 3)^2 + x_1 - 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + 5 = 0 \\ -x_1^2 + x_3^2 + 5 = 0 \\ 4x_3^3 - x_4^2 - 3x_2x_4 - 28 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 - 3 = 0 \end{cases}$	Niutono
13	$\begin{cases} \sin^3\left(\frac{x_1}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{x_2}{2}\right) - 0.5 = 0 \\ (x_2 - 3)^2 + x_1^2 + x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 4x_4 + 13 = 0 \\ 3x_1^2 + 4x_4^2 - 31 = 0 \\ 2x_2^3 - x_4x_2 - 2x_3^2 + 9 = 0 \\ 4x_3 - 15x_2 + 4x_4 - 27 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
14	$\begin{cases} \frac{x_2^3}{2} - \frac{x_2x_1^2}{5} - 5 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_4 - 2 = 0 \\ -5x_4^3 + 3x_3x_4 - 655 = 0 \\ 2x_2^3 - 3x_2^2 - 2x_3^2 + 13 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + x_3 - 4x_4 - 42 = 0 \end{cases}$	Broideno
15	$\begin{cases} e^{-\frac{(x_1+2)^2+2x_2^2}{4}} - 0.1 = 0 \\ x_1^2x_2^2 + x_1 - 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 22 = 0 \\ -5x_3^2 + 4x_1x_3 + 5 = 0 \\ -x_3^2 + x_4^3 + 2x_2x_4 + 1 = 0 \\ 3x_1 - 12x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 63 = 0 \end{cases}$	Niutono
16	$\begin{cases} x_1^2 + (x_2 + \cos(x_1))^2 - 40 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{2}\right)^3 + 25x_2^2 - 50 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 - 12 = 0 \\ 2x_1^2 + x_4x_1 = 0 \\ 5x_1^3 - 2x_1^2 + 4x_3^2 - 36 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 17 = 0 \end{cases}$	Broideno
17	$\begin{cases} 0.1x_1^3 - 0.3x_1x_2^2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + 5\cos(x_1) - 16 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 32 = 0 \\ x_1x_2 - 2x_4 - 12 = 0 \\ -4x_2^2 + x_2x_3 + 3x_3^3 + 676 = 0 \\ 5x_1 - 6x_2 + x_3 + 3x_4 - 4 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
18	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + 2x_2^2}{2} - 4\cos(x_1) - 4\cos(x_2) - 16 = 0 \\ -x_1^2x_2^2 + 8 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 14 = 0 \\ 2x_4^2 + 4x_2x_3 + 22 = 0 \\ -4x_1^2 + 5x_3^3 - 3x_2x_4 + 67 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - x_4 + 17 = 0 \end{cases}$	Niutono
19	$\begin{cases} x_1x_2 - 10 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{4}\right)^4 + x_2^2 - x_1x_2 - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 + 3x_3 + x_4 + 13 = 0 \\ 5x_3 + x_1x_2 + 35 = 0 \\ 5x_4^3 - 2x_4^2 - x_2x_3 - 268 = 0 \\ x_3 - 3x_2 + 4x_4 - 27 = 0 \end{cases}$	Broideno
20	$\begin{cases} 5\sin(x_1) + \frac{x_1}{2} + x_2 = 0 \\ x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1\cos(x_2) - 20 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_4 - 45 = 0 \\ 4x_2 + 2x_1x_4 - 84 = 0 \\ 3x_1^3 - 2x_2x_1 - 2x_3^2 - 610 = 0 \\ x_1 - 9x_2 + x_3 + x_4 + 14 = 0 \end{cases}$	Niutono
21	$\begin{cases} \frac{x_1^2}{(x_2 + \cos(x_1))^2 + 1} - 2 = 0 \\ \left(\frac{x_1}{3}\right)^2 + (x_2 + \cos(x_1))^2 - 5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 - 17 = 0 \\ -x_2^2 + 3x_3^2 - 18 = 0 \\ x_3^3 + 4x_1x_3 - 2x_4^2 - 79 = 0 \\ 5x_1 - 15x_2 + x_3 + 4x_4 + 25 = 0 \end{cases}$	Broideno
22	$\begin{cases} x_1^2 + \frac{x_2^2}{2} + 4x_1\cos(x_2 - 1) - 4 = 0 \\ 5\sin(x_1) + x_2 + x_1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 10 = 0 \\ 3x_1x_3 - x_1 + 40 = 0 \\ 2x_2^3 - x_2^2 - 4x_3^2 + 35 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 9 = 0 \end{cases}$	Niutono
23	$\begin{cases} 10\sin(x_1)\cos\left(\frac{x_2}{2}\right) = 0 \\ \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{2} - 4 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 2 = 0 \\ -2x_1^3 + 4x_2x_3 + 128 = 0 \\ -3x_2^2 + 2x_3x_2 + 3x_4^3 + 15 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 - x_4 - 17 = 0 \end{cases}$	Broideno

Nr.	I lygčių sistema	II lygčių sistema	Metodas
24	$\begin{cases} \left(\frac{x_1}{8}\right)^8 + \left(\frac{x_2}{8}\right)^8 - 1 = 0 \\ x_1^2 x_2^2 - 16 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 25 = 0 \\ 5x_3 + 4x_2 x_3 + 55 = 0 \\ 5x_4^3 - 2x_4^2 + x_2 x_3 - 97 = 0 \\ 2x_1 - 12x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 76 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
25	$\begin{cases} \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 4 \cos(x_1) - 4 \cos(x_2) - 20 = 0 \\ \frac{20}{x_1^2 + 1} + x_2 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 4x_4 + 24 = 0 \\ 4x_1^2 + 4x_2 x_4 - 32 = 0 \\ 5x_2^3 - 3x_4 x_2 - 2x_3^2 - 312 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 + 46 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
26	$\begin{cases} x_2^2 - x_1^2 - 5x_1 \cos(x_2 + 1) - 10 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 - 20 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 - 10 = 0 \\ x_3^2 + 4x_4 x_3 - 45 = 0 \\ x_3^3 - 4x_3^2 - x_1 x_4 + 63 = 0 \\ 4x_1 - 12x_2 + 2x_4 + 54 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
27	$\begin{cases} x_2^2 + x_1^2 + 100e^{-x_1^2} - 20 = 0 \\ 2 \cos(x_2) - x_2 + x_1 + 1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 10 = 0 \\ 5x_1 + 4x_3 x_4 - 16 = 0 \\ x_2^3 + x_3^2 + 207 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 14 = 0 \end{cases}$	Niutono
28	$\begin{cases} (x_1 - 3)^2 + x_2 - 8 = 0 \\ \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} - 6(\cos(x_1) + \cos(x_2)) - 10 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2 = 0 \\ x_2^2 + x_3 x_4 + 1 = 0 \\ 2x_1^3 - 4x_1^2 + 3x_2 x_4 + 3 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 15 = 0 \end{cases}$	Niutono
29	$\begin{cases} -\frac{5x_2}{x_1^2 + 1} + x_2^2 - x_1^2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - 12 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 32 = 0 \\ -4x_1^2 + 4x_3^2 - 48 = 0 \\ 4x_3^3 - 4x_3^2 + 3x_4^2 + 317 = 0 \\ 2x_4 - 15x_2 + 62 = 0 \end{cases}$	Greičiausio nusileidimo
30	$\begin{cases} 2 \sin(x_1) + x_1 + x_2 = 0 \\ 4 \cos(2x_2) - x_2 + 0.5x_1 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2 = 0 \\ -3x_3^2 + x_1 x_3 + 52 = 0 \\ -2x_1^2 + 2x_2 x_1 + 5x_4^3 - 1 = 0 \\ 3x_1 - 9x_2 + 3x_3 - x_4 + 1 = 0 \end{cases}$	Broideno

<p>* rekomenduojama $n \leq 20$, $m \leq 20$</p> <p>* (papildymas) Sudaryta struktūra turėtų būti analizuojama kaip pilnasis grafas, visų papildomai dedamų taškų pozicijos turėtų būti optimizuojamos vienu metu.</p>
Uždavinys 1-6 variantams
<p>Duotos n ($3 \leq n$) taškų fiksuotos koordinatės ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktinai). Srityje ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$) reikia padėti papildomų m ($3 \leq m$) taškų taip, kad jų atstumai nuo visų kitų taškų (įskaitant ir papildomus) būtų kuo artimesni vidutiniam atstumui, o bendra taškų kaina kuo mažesnė. Vieno taško kaina apskaičiuojama pagal funkciją $C(x, y) = xe^{-\left(\frac{x^2+y^2}{10}\right)} + 1,5$.</p>
Uždavinys 7-12 variantams
<p>Plokštumoje ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$) išsidėstę n taškų ($3 \leq n$), vienas jų fiksuotas koordinačių pradžioje (0; 0). Kiekvienas taškas su visais kitais yra sujungtas tiesiomis linijomis (stygomis). Raskite tokias taškų koordinates, kad atstumas tarp taškų būtų kuo artimesnis vidutiniam atstumui, o stygų ilgių suma kuo geriau atitiktų nurodytą reikšmę S ($10 \leq S$).</p>
Uždavinys 13-18 variantams
<p>Duotos n ($3 \leq n$) taškų koordinatės ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktiniu būdu). Srityje ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$) reikia padėti papildomų m ($3 \leq m$) taškų taip, kad jų atstumai nuo visų kitų taškų (įskaitant ir papildomus) būtų kuo artimesni vidutiniam atstumui, o atstumas nuo koordinačių pradžios būtų kuo artimesnis nurodytai reikšmei S ($1 \leq S$).</p>
Uždavinys 19-24 variantams
<p>Plokštumoje ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$) išsidėstę n taškų ($3 \leq n$), vienas jų fiksuotas koordinačių pradžioje (0; 0). Kiekvienas taškas su visais kitais yra sujungtas tiesiomis linijomis (stygomis). Tokios stygos pagaminimo kaina priklauso nuo kelio ilgio l ir užrašoma formule $C(l) = (l - a)^2$, $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$. Raskite tokias taškų koordinates, kad stygų nutiesimo kaina būtų mažiausia.</p>
Uždavinys 25-30 variantams
<p>Duotos n ($3 \leq n$) taškų fiksuotos koordinatės ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$). (Koordinatės gali būti generuojamos atsitiktinai). Srityje ($-10 \leq x \leq 10$, $-10 \leq y \leq 10$) reikia padėti papildomų m ($3 \leq m$) taškų taip, kad jų atstumai nuo visų kitų taškų (įskaitant ir papildomus) būtų kuo artimesni vidutiniam atstumui, o bendra taškų kaina kuo mažesnė. Vieno taško kaina apskaičiuojama pagal funkciją $C(x, y) = \frac{\sin(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} + 0,2$.</p>