29/10/2021

Analyse d'un modèle de crues

Analyse de sensibilité

Dmytro Savchuk
POLYTECH NANCY

POLYTECH NANCY

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Table des matières

Introduction 2

Méthodologie et résultats 3

Etape I 3

Etape II 4

1. Simulation de la surverse S et le coût Can 4

Etape III 5

2. Calcule des indices de sensibilité 5
3. Résultat 7
4. Interprétation sur la surverse 7
5. Interprétation sur le coût annuel 7

Conclusion 8

Table des illustrations

Figure 1:Densités de probabilités des paramètres incertains 3
Figure 2:Génération des échantillons 3
Figure 3:Conditions de la fonction indicatrice 4
Figure 4:Simulation de S et Can 5
Figure 5:Moyenne et Variance de S et Can 5
Figure 6:Indice de sensibilité 6

Introduction

Nous allons faire une étude qui porte sur une rivière bordée par une digue de protection d'un site industriel, une digue est un ouvrage linéaire de nature artificielle, en surélévation par rapport à son environnement, dont la fonction principale est d'empêcher l'écoulement des crues qui peut provoquer des hauteurs d'eau importantes, provenant d'une rivière, d'un lac ou de la mer, dans les terres se trouvant le long de la digue.

L'enjeu de notre étude est la sureté de l'installation qui consiste à faire des études pour éliminer les incertitudes de dépassement de la cote seuil par la cote de crue (surverse S). Pour faire cela nous utiliserons le modèle de crues qui est basé sur une simplification des équations hydrodynamiques 1D sous les hypothèses de débit constant et uniforme et de section rectangulaire très large.

Durant notre étude nous intéresserons à deux sorties la surverse S et le coût annuel dû à la digue noté C_{an} dans ce but nous allons étudier plusieurs paramètres et déterminer les paramètres les plus influents sur chaque sortie en utilisant le logiciel Matlab.

- S, la surverse d'eau par rapport à la digue (sortie du modèle) $[m]$;
- H, la hauteur d'eau maximale annuelle $[m]$;
- Q, le débit maximal annuel $[m^3/s]$;
- K_s, le coefficient de Strickler ;
- Z_v, la cote en aval du fond du cours d'eau $[m]$;
- Z_m, la cote en amont du fond du cours d'eau $[m]$;
- H_d, la hauteur de la digue $[m]$;
- C_b, la cote de la berge $[m]$;
- L, la longueur du tronçon du cours d'eau $[m]$;
- B, la largeur du cours d'eau $[m]$.

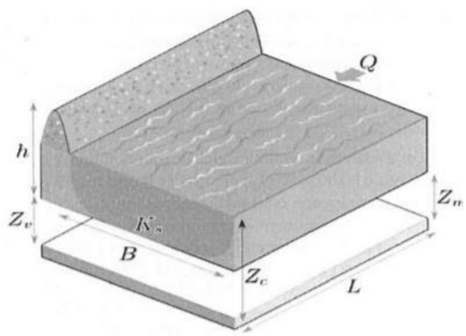

Schéma simplifié d'une rivière et de la protection d'un site industriel à l'aide d'une digue.

@Extrait de Analyse de sensibilité et exploration de

Méthodologie et résultats

Pour atteindre notre objectif qui est la détermination de paramètres les plus influents sur la surverse S et le coût annuel dû à la digue, nous allons faire l'étude de plusieurs paramètres incertains, indépendants et aléatoire à cause de leurs variabilités temporelle ou d'imprécisions dans leur estimation. Chaque paramètre suit une loi bien précise.

Paramètre	Loi de probabilité	Caractéristiques de la loi
Q	Loi de Gumbel	$G(1013, 558)$
K_s	Loi Normale tronquée inférieurement en 15	$\mathcal{N}(30; 8)$
Z_v	Loi Triangulaire	$T(49, 50, 51)$
Z_m	Loi Triangulaire	$T(54, 55, 56)$
H_d	Loi Uniforme	$\mathcal{U}(7, 9)$
C_b	Loi Triangulaire	$T(55, 55.5, 56)$
L	Loi Triangulaire	$T(4990, 5000, 5010)$
B	Loi Triangulaire	$T(295, 300, 305)$

Figure 1:Densités de probabilités des paramètres incertains

Pour cela nous allons écrire un code qui permet de :

- Générer les échantillons de valeurs de chaque paramètre
- Simuler la surverse S et le coût Can
- Calculer les indices de sensibilité de chaque paramètre pour les deux sorties

Après avoir calculer les indices de sensibilité de chaque paramètre pour les deux sorties nous allons s'appuyer sur les valeurs de ses indices pour déterminer les paramètres les plus influents.

Etape I

Génération des échantillons de chaque paramètre :

Nous allons générer deux échantillons de 100 000 valeurs pour chaque paramètre. Pour faire cela, il faut respecter la loi de chaque paramètre alors nous allons utiliser la commande *Makedist* pour créer la densité de probabilité selon la loi souhaitée sauf pour la loi de GUMBEL nous allons appeler la fonction *Gumbelrnd.*

```
clear;
N = 100000;
%Génération des échantillons
Q1 = gumbelrnd(1013, 558,N);
Q2 = gumbelrnd(1013, 558,N);
Ks = random(truncate(makedist("Normal","mu",30,"sigma",8),15,inf),N,2);
Zv = random(makedist("Triangular","A",49,"B",50,"C",51),N,2);
Zm = random(makedist("Triangular","A",54,"B",55,"C",56),N,2);
Hd = 7+(9-7)*rand(N,2);
Cb = random(makedist("Triangular","A",55,"B",55.5,"C",56),N,2);
L = random(makedist("Triangular","A",4990,"B",5000,"C",5010),N,2);
B = random(makedist("Triangular","A",295,"B",300,"C",305),N,2);
```

Figure 2:Génération des échantillons

Etape II

1. Simulation de la surverse S et le coût Can

Nous avons la surverse S donnée par la formule suivante :

$S = Z_v + H - H_d - C_b$ Avec $H = \left(\frac{Q}{BKs\sqrt{\frac{Zm-Zv}{L}}}\right)^{0.6}$

Et le coût annuel dû à la digue donné par la formule :

$$C_{an} = \underbrace{\mathbb{I}_{S>0}}_{C_1} + \underbrace{\left(0.2 + 0.8(1 - e\frac{-1000}{S^4})\right)\mathbb{I}_{S\leq 0}}_{C_2} + \underbrace{\frac{1}{20}\left(H_d\mathbb{I}_{Hd>8} + 8 \times \mathbb{I}_{Hd\leq 8}\right)}_{C_3}$$

$$I_{s>0} = \begin{cases} 1 \text{ Si } S>0 \\ 0 \text{ Sinon} \end{cases} \qquad I_{Hd>8} = \begin{cases} 1 \text{ Si } H_d>8 \\ 0 \text{ Sinon} \end{cases}$$

- C1 correspond au coût dû à une inondation (S > 0) qui est de 1 M€
- C2 correspond au coût d'entretien du lit de la rivière dans le cas où il n'y a pas d'inondation ($S \leq 0$)
- C3 correspond au coût d'investissement lié à la digue. Ce coût est constant pour une hauteur de digue inferieure à 8m et proportionnel à H_d au-delà de 8m.

Donc Avant de simuler C_{an} il faut obligatoirement parcourir S et H_d pour savoir la valeur de I_s et I_{Hd}, pour faire cela nous allons utiliser la partie de code ci-dessous :

```
if S>0
    Is1 = 1;
    IS0 = 0;
else
    Is1 = 0;
    Is0 = 1;
end
if Hd>8
    IHd1 = 1;
    IHd0 = 0;
else
    IHd1 = 0;
    IHd0 = 1;
end
```

Figure 3:Conditions de la fonction indicatrice

```
%Simulation de S et Can
H = (Q1./((B(:,1).*Ks(:,1).*sqrt((Zm(:,1)-Zv(:,1))./L(:,1))))).^0.6;
S = Zv(:,1)+abs(H)-Hd(:,1)-Cb(:,1);
if S>0
    Is1 = 1;
    IS0 = 0;
else
    Is1 = 0;
    Is0 = 1;
end
if Hd>8
    IHd1 = 1;
    IHd0 = 0;
else
    IHd1 = 0;
    IHd0 = 1;
end
Can = Is1 + (0.2+0.8.*(1-exp(-1000./S.^4))).*Is0 + (1/20).*((Hd(:,1) .* IHd1) +(8*IHd0));
disp("la moyenne de la surverse S = "+ mean(S))
disp("la variance de la surverse S = "+ var(S))
disp("la moyenne du coût annuel Can = "+ mean(Can))
disp("la variance du coût annuel Can = "+ mean(Can))
```

Figure 4:Simulation de S et Can

```
la moyenne de la surverse S = -11.3881
la variance de la surverse S = 1.2083
la moyenne du coût annuel Can = 0.65078
la variance du coût annuel Can = 0.00053459
```

Figure 5:Moyenne et Variance de S et Can

On remarque que la moyenne de la surverse est négative ceci est dû aux valeurs négatives de S et une variance de 1.2 ce qui signifie dispersion des observations alors que la variance du coût annuel est presque nulle, cela veut dire que toutes les observations sont égales à la moyenne, ce qui implique qu'il n'y a aucune variation de celles-ci

Etape III

2. Calcule des indices de sensibilité

Pour calculer les indices de sensibilité en utilisant la méthode de Monte Carlo, pour ce but nous allons faire appel aux formules du cours

i. Estimation de S_i (indice de sensibilité)

$$S_i = \frac{\mathrm{Vi}}{\mathrm{Var(y)}} = \frac{\mathrm{Var[E[y/pi]]}}{Var(y)}$$

ii. Estimation de $\boldsymbol{Var}[\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}/\boldsymbol{pi}]]$

$$\mathrm{Vi} = Var[E[y/pi]] = E[(E[y|pi\,])^2] - \mathrm{E}^2 2\,[E[y|pi\,]] = Ui - (E[y])^2$$

Pour estimer U_i, il faut 2 échantillons de N valeurs chacun.

$$\hat{U}_i = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \mathcal{M}(p_1^{(1k)}, p_{i-1}^{(1k)}, p_i^{(1k)}, p_{i+1}^{(1k)}, \ldots, p_n^{(1k)}) \times \mathcal{M}(p_1^{(2k)}, p_{i-1}^{(2k)}, p_i^{(1k)}, p_{i+1}^{(2k)}, \ldots, p_n^{(2k)})$$

La méthode de Monte Carlo consiste à fixer un paramètre et varier les autres.

Pour calculer l'indice de sensibilité du premier paramètre de notre cas nous allons utiliser la partie du code ci-dessous qui fait ce qu'on a expliqué en haut :

```
%Indices de sensibilités pour S
H1 = (Q1./((B(:,2).*Ks(:,2).*sqrt((Zm(:,2)-Zv(:,2))./L(:,2))))).^0.6;
S1 = (Zv(:,2)+abs(H1)-Hd(:,2)-Cb(:,2));
if S1>0
    Is1 = 1;
    IS0 = 0;
else
    Is1 = 0;
    Is0 = 1;
end
if Hd>8
    IHd1 = 1;
    IHd0 = 0;
else
    IHd1 = 0;
    IHd0 = 1;
end
Can1 = Is1 + (0.2+0.8.*(1-exp(-1000./S1.^4))).*Is0 + (1/20).*((Hd(:,2) .* IHd1) +(8*IHd0));
u1 = (1/N)*sum((S.*S1));
v1 = u1 - (mean(S)^2) ;
Sensibilite1 = v1/var(S);
%Indices de sensibilités pour Can
uCan1 = (1/N)*sum((Can.*Can1));
vCan1 = uCan1 - (mean(Can)^2) ;
SCan1 = vCan1/var(Can);
```

Calcul de la surverse en fixant le premier paramètre

Parcourir S et H_d pour savoir la valeur de I_S et I_{Hd}

Calcul du coût annuel en fixant le premier paramètre

Figure 6:Indice de sensibilité

Calcule l'indice de sensibilité du paramètre sur le coût annuel

Application des formules pour calculer l'indice de sensibilité du paramètre sur la surverse

3. Résultat :

Surverse	Coût annuel
S_Q = 0.432	S_Q = 0.315
S_{Ks} = -0.005	S_{Ks} = 0.036
S_{Zv} = 0.069	S_{Zv} = 0.156
S_{Zm} = -0.007	S_{Zm} = 0.054
S_{Hd} = 0.135	S_{Hd} = 0.272
S_{Cb} = -0.005	S_{Cb} = 0.036
S_L = 0.295	S_L = 0.191
S_B = 0.024	S_B = 0.069
Somme = 0.938	**Somme = 1.133**

4. Interprétation sur la surverse

D'après les résultats on remarque que le paramètre le plus influent sur la surverse est Q le débit maximal annuel qui est tout à fait logique, car le débit manipule l'écoulement des crues donc plus le débit augmente plus la hauteur d'eau est importante ce qui conduit à des inondations. On remarque que la somme des indices inférieure à 1 ce qui explique l'effet d'interaction.

5. Interprétation sur le coût annuel

On constate que l'indice le plus grand est S_Q, cela veut dire que Q le débit maximal annuel est le paramètre le plus influent sur le coût annuel dû à la digue. Si le débit maximal annuel augmente cela peut causer des inondations et s'il y'a des inondations donc il faut agir sur le fond et sur la hauteur de la digue ce qui augmente le coût annuel, de ce fait on remarque que le deuxième paramètre après Q est H_d .

Une deuxième remarque ; on a constaté que Q est le paramètre le plus influant sur la surverse et d'après les formules on sait que le coût annuel dû à la digue dépend de S donc puisque Q est le plus influent sur S, il est automatiquement le plus influant sur C_{an}.

Conclusion

L'objectif de notre étude est de déterminé le paramètre le plus influent sur les deux sorties dont on s'intéresse (La surverse et le coût annuel dû à la digue) après avoir générer des échantillons pour chaque paramètre et simuler les deux sorties S et C_{an} nous avons passé au calcul des indices de sensibilités pour avoir des résultats qui peuvent répondre à nos questions. Après avoir calculer les indices nous avons trouvé que le paramètre Q que est le débit maximal annuel est le paramètre le plus influent sur les deux sorties S et C_{an}