

Prace monograficzne z dydaktyki matematyki
WSPÓŁCZESNE PROBLEMY NAUCZANIA MATEMATYKI

Jolanta Sobera, Anna Szczerba-Zubek(Katowice)

Żyroskop i figury geometryczne

Streszczenie

Jedną z najbardziej efektywnych metod nauczania są metody aktywizujące. Stosowanie ich w procesie dydaktycznym sprzyja pogłębieniu zdobytej wiedzy, jej operatywności i trwałości. Metody te pozwalają uczniom opanować umiejętności przydatne również w życiu codziennym.

W artykule chcemy przedstawić propozycję zajęć, które z jednej strony utrwalają pojęcie wielokąta foremnego (trójkąta, kwadratu, pięciokąta itp.), kątów wewnętrznych i przyległych w tych wielokątach, miar tych kątów, z drugiej strony zachęcają młodzież do rozwiązywania problemów matematycznych za pomocą programowania. Do tego celu wykorzystany został zestaw LEGO i żyroskop.

1. Wstęp

Nauczyciel to przewodnik i opiekun w pracy oraz działaniu każdego ucznia. Powinien stwarzać takie warunki, aby uczniowie chętnie podejmowali trud nauki, inspirować do dalszych poszukiwań, a także motywować do doskonalenia się. Ważne jest, aby wyposażył swoich podopiecznych w podstawowe umiejętności radzenia sobie w różnych sytuacjach, w zmieniającej się obecnie bardzo szybko rzeczywistości. Zgodnie z indiańskim przysłowiem: „Daj mi rybę, a będę miał co jeść przez cały dzień. Naucz mnie łowić ryby, a będę miał co jeść przez całe życie”, w nauczaniu należy zwracać uwagę na kształtowanie umiejętności, pokazywać zastosowania (Taraszkiewicz, 2000).

Lekcja będzie lekcją myślenia, jeżeli dobierze się właściwe metody i formy organizowania pracy. W nauczaniu matematyki często były stosowane metody podające, ponieważ dawniej uczenie się polegało prawie wyłącznie na przyswajaniu gotowej wiedzy. Obecnie dydaktyka daje pierwszeństwo metodom problemowym oraz metodom programowym, które opierają się na pracy z komputerem. Jednymi z metod problemowych, najczęściej stosowanych w nauczaniu, są metody aktywizujące. Metody te charakteryzuje to, że w procesie kształcenia aktywność uczniów przewyższa aktywność nauczyciela.

Stosowanie metod aktywizujących w procesie dydaktycznym sprzyja pogłębieniu zdobytej wiedzy, jej operatywności i trwałości. Uczniowie muszą myśleć podczas wykonywania podjętych działań, angażować się emocjonalnie.

Wykorzystując metody aktywizujące, uczymy dzieci właściwych stosunków międzyludzkich, zrozumienia, tolerancji, doskonalimy umiejętności przydatne nie tylko w szkole podczas lekcji, ale również w życiu codziennym.

W nowej *Podstawie programowej z informatyki* (2017) duży nacisk położono na umiejętność programowania. Umiejętność ta połączona z myśleniem komputacyjnym (M. Sysło, 2014), czyli umiejętnością kreatywnego rozwiązywania problemów z różnych dziedzin metodami wywodzącymi się z informatyki, jest ważna nie tylko ze względu na rosnące zapotrzebowanie na rynku pracy. Myślenie komputacyjne wiąże się także z innymi kluczowymi kompetencjami XXI wieku, takimi jak określanie samego problemu, rozkładanie problemu na elementy składowe, znajdowanie prawidłowości i reguł, eliminowanie tego co nieistotne, tworzenie rozwiązań krok po kroku, znajdowanie i poznawanie błędów. Kompetencje te są w sumie niezbędne, aby aktywnie uczestniczyć w dynamicznie zmieniającym się środowisku życia zawodowego i społecznego (Sobera, Szczërba-Zubek, Cieślars, 2017).

Zilustrujemy to podejście, wykorzystując na zajęciach z programowania problemy matematyczne związane z pojęciami geometrycznymi: kwadrat, prostokąt, trójkąt. Pojęcia te pojawiają się dość wcześnie w nauczaniu, bo już w pierwszej klasie szkoły podstawowej. W czwartej klasie uczniowie zaznajamiają się z pojęciami bok, wierzchołek wielokąta, kąt w wielokącie. W kolejnych latach pojęcia te są utrwalane i poszerzane o wiadomości z zakresu kątów wierzchołkowych i przyległych (klasa piąta szkoły podstawowej). Również wtedy uczniowie dowiadują się o sumie miar kątów w trójkącie (Podstawa programowa, 2017). W istniejących jeszcze gimnazjach wiedza ta jest poszerzana o wielokąty foremne i sumę miar kątów wewnętrznych w wielokątach.

2. Cel przeprowadzonych warsztatów

W niniejszym artykule chcemy opisać przebieg zajęć *Żyroskop i figury geometryczne* przeprowadzonych w ramach zajęć *Dziecko badaczem przyrody* w Pałacu Młodzieży w Katowicach dla klas V i VI szkół podstawowych oraz w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego dla młodzieży szkół średnich. Ich celem było utrwalenie wyżej wymienionych pojęć z geometrii, a także pogłębienie i poszerzenie wiedzy uczniów z zakresu programowania. Podczas zajęć uczniowie nabywali również pewnych umiejętności uogólniania wyników (jak zaprogramować robota, aby rysował n -kąt foremny). W starszych klasach licealnych zajęcia można wykorzystać do wprowadzenia pojęcia granicy.

Jednocześnie, chcieliśmy uzyskać odpowiedzi na pytania: Czy młodzież widzi jakiegokolwiek praktyczne zastosowanie pojęć: kąty przyległe, wielokąty foremne?

Kolejnym praktycznym celem zajęć było zaprogramowanie robota jeżdżącego tak, aby skręcał o zadany kąt, a następnie jeździł i wytaczał różne wielokąty foremne, tzn. trójkąt, kwadrat, pięciokąt i inne, według koncepcji uczniów. Oprócz utrwalania pojęć matematycznych, uczniowie również utrwalają wiedzę z zakresu algorytmiki i programowania, co idealnie wpisuje się w realizację obecnej, nowej *Podstawy programowej*.

Na zajęciach wykorzystaliśmy zestawy LEGO MINDSTORMS wraz z czujnikiem żyroskopowym. Wykorzystanie właśnie tych zestawów podyktowane jest między innymi faktem, że wielu nauczycieli zdobywa doświadczenie w programowaniu z ww. zestawami. Ponadto dzieci lubią zestawy LEGO, a pozytywne nastawienie użytkowników do programowania jest bardzo ważne.

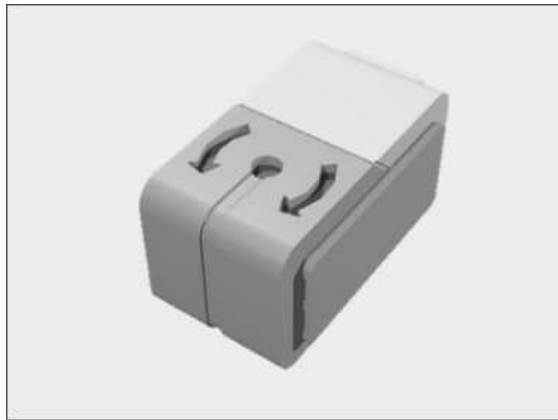
Prezentowana w niniejszej pracy metoda aktywizująca jest propozycją urozmaicenia pracy na lekcji matematyki, umożliwiającą lepsze zrozumienie pojęcia kąta, kątów przyległych, wielokąta foremnego, a w grupach starszych także kumulacji błędów oraz intuicyjnego pojęcia granicy. Ponadto ma na celu wzbogacenie słownictwa oraz zachęcenie ucznia do wyciągania wniosków.

3. Opis warsztatów

Uczestnicy warsztatów pracowali 45 minut w parach lub grupach trzyosobowych. Do zajęć niezbędne były zestawy LEGO MINDSTORMS w wersji EV3 lub NXT, żyroskop, komputer z zainstalowanym oprogramowaniem LEGO MINDSTORMS.

Uczniowie otrzymali pojazd (czasem różne pojazdy) i pierwszym etapem było przypomnienie (w przypadku grup, które uczestniczyły już w innych zajęciach opisanych w pracach Sobera, Szczurba-Zubek, 2015, 2016; Sobera, Szczurba-Zubek, Cieślak, 2017) lub wprowadzenie pojęć: serwomotor, inteligentna kostka, port. W kolejnym etapie uzupełnili robota o połączenia kablowe oraz połączyli kostkę z komputerem, wykorzystując połączenie Bluetooth (czasami USB). Następnie napisali krótki program, który testował ruch robota. W trakcie uruchamiania programu, poprawione zostały zauważone błędy (najczęściej były to niedokładne połączenia).

W kolejnym kroku słuchacze otrzymali żyroskop (rysunek 1).



Rys. 1. Żyroskop

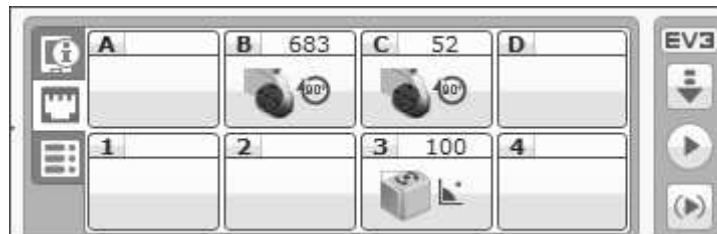
Poprowadziliśmy z nimi pogadankę na temat, co to jest żyroskop, do czego służy, gdzie można się spotkać z takim urządzeniem. Wielu z nich odkryło, że codziennie używa żyroskopu w telefonie komórkowym. Cyfrowy czujnik żyroskopowy LEGO mierzy ruch obrotowy robota oraz zmiany jego orientacji względem środka obrotu. Umożliwia on budowę robotów samobalansujących. W czasie zajęć interesował nas pomiar kąta obrotu pojazdu, w którym go zamontujemy.

Następnie przeszliśmy do rozmowy o wielokątach foremnych. Naszą uwagę skupiliśmy na kwadracie. Dlaczego? Domyślnym ustawieniem w ikonie żyroskopu jest właśnie 90 stopni i możemy skupić się na problemie: robot ma skręcać tak długo, aż przekroczy kąt 90 stopni. Na rysunku 2 przedstawiony został program, który umożliwia jazdę prosto – 1 rotację serwowmotorów, a następnie realizację problemu – skręt o kąt prosty.



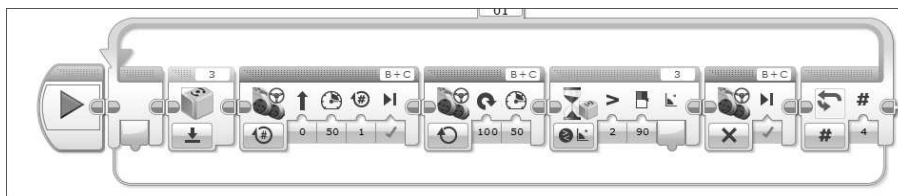
Rys. 2. Program – skręć o kąt 90^0

W trakcie działania programu uczestnicy mogli obserwować pracę czujnika, zwracali w szczególności uwagę, jak zmienia się kąt w czasie ruchu robota (rysunek 3).



Rys. 3. Wskazanie żyroskopu po wykonaniu programu zaprezentowanego na rysunku 2

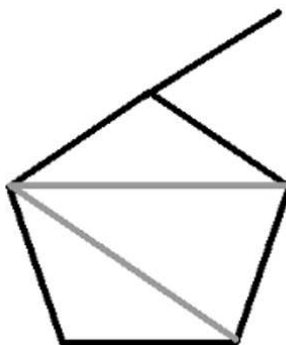
W kolejnym kroku uzupełniliśmy program o pętlę, która wykonywała się 4 razy, w ten sposób uzyskaliśmy kwadrat. Zwróciliśmy również uwagę, by uczniowie pamiętali o zresetowaniu czujnika na początku każdej pętli (rysunek 4).



Rys. 4. Program, w wyniku którego robot rysuje kwadrat

W kolejnym kroku wyznaczyliśmy wartości kątów i kątów przyległych w trójkącie, a wyniki zapisaliśmy na kartach pracy (rysunki 9 i 10). Napisanie programu nie było już żadnym problemem – zmieniliśmy kąt i liczbę powtórzeń. Robot posłusznie kreślił trójkąt równoboczny.

Następnie powtórzyliśmy rozumowanie dla pięciokąta (rysunek 5).



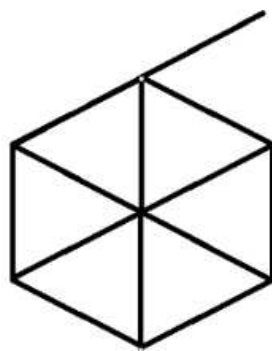
Rys. 5. Pięciokąt

Otrzymaliśmy podział na trzy trójkąty. Wyznaczyliśmy sumę miar kątów w pięciokącie ($3 \cdot 180^0 = 540^0$), a następnie miarę jednego kąta ($\frac{540^0}{5} = 108^0$) i kąta do niego przyległego ($180^0 - 108^0 = 72^0$).

Po tych wspólnie rozwiązanych problemach uczniowie próbowali samodzielnie, dla wybranego wielokąta foremnego, wyznaczyć miary jednego kąta i kąta do niego przyległego. Gdy zakończyli pracę, przeprowadziliśmy wspólnie uogólnienie dla miary kąta wewnętrznego i kąta przyległego w n -kącie foremnym. Otrzymaliśmy wzory: $\frac{(n-2) \cdot 180^0}{n}$, $180^0 - \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n}$. Pozwalały one szybko programować robota.

4. Spostrzeżenia

Przeprowadzając zajęcia w klasie 6 szkoły podstawowej, zamieniliśmy pięciokąt na sześciokąt. Uczniowie inaczej wyznaczali miary kątów (rysunek 6).



Rys. 6. Sześciokąt

Korzystając z tego rysunku, wyznaczyli miarę kąta sześciokąta i miarę kąta przyległego, ale mieli kłopoty z uogólnieniem sposobu obliczania miary kątów w dowolnym wielokącie foremnym.

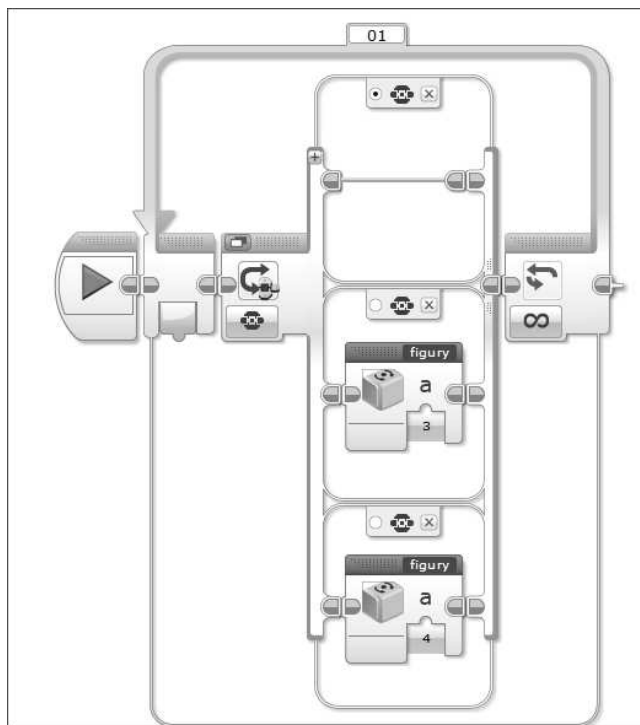
Na zajęciach dla licealistów wprowadziliśmy pojęcie błędu i jego kumulacji. Uczniowie sami zauważyli, że gdy zwiększymy liczbę boków wielokąta, to punkt startowy robota i punkt końcowy nie pokrywają się. Suma drobnych błędów związanych z pracą czujnika stała się widoczna gołym okiem.

W wielu grupach, w których prowadziłyśmy zajęcia, uczniowie po obliczeniu miary kątów dla n -kąta (czasami nawet dla $n > 20$) tworzyli odpowiedni program. Wszyscy uczniowie, obserwując figurę wyznaczoną przez takiego robota, zauważyli, że otrzymują prawie okrąg (najlepszy efekt został uzyskany, gdy zmieniliśmy długość drogi, którą robot pokonuje prosto, na bardzo krótki dystans). Współpracujący z nami nauczyciele z I Liceum Ogólnokształcącego w Będzinie, wykorzystują tę obserwację do wprowadzania pojęcia granicy

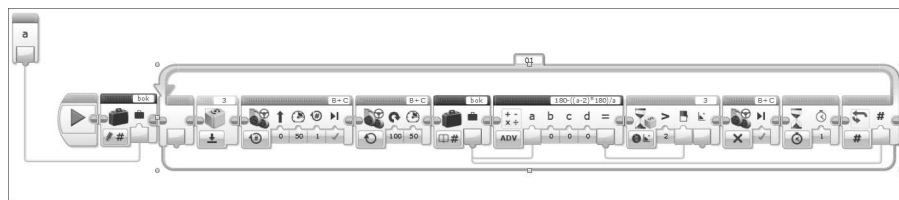
ciągu. Obserwacja pracy robota pozwala bowiem zauważyć, że w miarę jak wzrasta wartość n , miara kąta przyległego zbliża się do zera. Zależność tę zapisywali w następujący sposób:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(180^\circ - \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \right) = 0.$$

W grupach matematyczno-fizycznych realizacja prezentowanego tematu przebiegała dość sprawnie, dlatego zajęcia zostały rozszerzone o treści informatyczne. W szczególności uczniowie dodawali do programu opcje, które dawały możliwość użytkownikowi wyboru figury. Poszczególne figury przypisaliśmy dostępnym na inteligentnej kostce przyciskom (BRICK BUTTON). Sam program został napisany w ten sposób, że stworzyliśmy podprogram i wywoływaliśmy go z określonymi parametrami. Przykładowy program dla trójkąta i kwadratu został zaprezentowany na rysunkach 7 i 8.



Rys. 7. Program wywołujący podprogram dla trójkąta i kwadratu



Rys. 8. Podprogram rysujący wielokąt

Dołączenie do programu klepsydry odmierzającej czas 1 sekundy, w czasie której robot nie pracuje, miało na celu tylko wolniejsze działanie programu i ułatwienie obserwacji ruchu robota.

5. Podsumowanie

Prowadzone od dwóch lat zajęcia *Żyroskop i figury geometryczne* pozwalają na sformułowanie kilku wniosków.

W czasie zajęć uczniowie starszych klas szkoły podstawowej oraz gimnazjaliści utrwaliли pojęcie kątów przyległych, poznali wzór na sumę kątów w n -kącie. Podczas warsztatów zauważyliśmy, że uczniowie byli zaskoczeni pojawieniem się pojęcia kąta przyległego i koniecznością wykorzystania wiedzy z nim związanej. Potrafili jednak płynnie przejść od zadań polegających na rysowaniu trójkąta, kwadratu czy pięciokąta na dowolny n -kąt.

Prowadzone warsztaty zostały bardzo dobrze ocenione przez nauczycieli obecnych na sali. Dzięki współpracy z nimi przybrały prezentowaną postać (pojęcie granicy zostało wprowadzone po zajęciach w klasie z rozszerzonym programem z matematyki na życzenie nauczyciela).


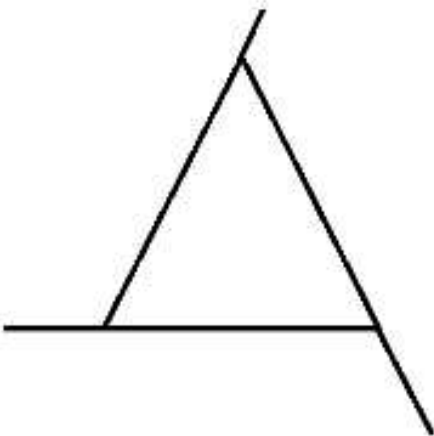
Przedstawione warsztaty to propozycja zajęć, które mogłyby zostać przeprowadzone w szkołach podstawowych lub średnich. Głównym celem warsztatów było ukazanie zastosowań matematyki w innych dziedzinach życia oraz zaktywizowanie uczniów. Wykorzystanie zestawów LEGO MINDSTORMS nie jest niezbędne, lecz pozytywne nastawienie uczniów do LEGO jest ważnym aspektem. Ponadto wiemy, z relacji naszych studentów po praktykach pedagogicznych, że są szkoły, w których zestawy LEGO są zakupione w ramach różnych projektów, ale nie są wykorzystywane lub są wykorzystywane tylko przez młodzież w ramach kół zainteresowań. My chcieliśmy zaktywizować całą klasę, wprowadzić na zajęciach z informatyki elementy matematyki inne niż arytmetyka.

Wybrany język programowania nie jest przypadkowy. Jeżeli pracujemy z grupą, która przyszła na zajęcia pierwszy raz, to używając tego języka można szybko odkryć i rozwiązać problem matematyczny przy niewielkiej znajomości informatyki i programowania. Ponadto bardzo ważnym aspektem jest możli-

wość podglądu pracy czujnika w czasie testów. W środowisku LEGO jest to bardzo proste. Proponowane zajęcia można przeprowadzić również, wykorzystując język PYTHON w wersji 3.5.

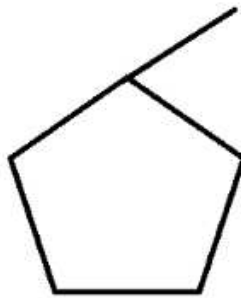
Literatura

- [1] Czepizak A., Wądołowski M.: *Metody aktywizujące w nauczaniu*. http://www.zet.edu.pl/sites/default/files/metody_aktywizujace.pdf
- [2] <https://www.lego.com/pl-pl/mindstorms/downloads>
- [3] Papert S.: 1996, *Burze mózgów. Dzieci i komputery*, PWN, Warszawa.
- [4] *Rekomendacje w sprawie uczenia/się programowania i rozwijania kompetencji cyfrowych*. http://www.ceo.org.pl/sites/default/files/news-files/rekomendacje_w_sprawie_programowania_1.pdf
- [5] *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej*, Dziennik Ustaw 2017, pozycja nr 356 tom 1.
- [6] Sobera J., Szczerba-Zubek A.: 2015, *Popularyzowanie matematyki w czasie zajęć pozalekcyjnych*, w: *Współczesne problemy nauczania matematyki*, Fundacja „Matematyka dla wszystkich”, Bielsko-Biała.
- [7] Sobera J., Szczerba-Zubek A.: 2016, *Programowanie na różnych etapach edukacyjnych*, w: *Informatyka w edukacji: kształcenie informatyczne i programowanie dla wszystkich uczniów*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [8] Sobera J., Szczerba-Zubek A., Cieślak N.: 2017, *Programowanie w nauczaniu zintegrowanym* w: *Informatyka w edukacji: wokół nowej podstawy z informatyki*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [9] Sysło M. M.: 2014, *Myślenie komputacyjne. Nowe spojrzenie na kompetencje informatyczne*, w: *Informatyka w edukacji XI*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [10] Taraszkiewicz M.: 2000, *Jak uczyć lepiej?* CODN, Warszawa.

Imię i nazwisko	Data
Żyroskop i figury geometryczne	
Na rysunkach podpisz wierzchołki, zaznacz kąty wewnętrzne i kąty do nich przyległe oraz wyznacz ich miary.	
	Suma miar kątów wewnętrznych w kwadracie
	Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie

Rys. 9. Karta pracy – strona 1

Suma miar kątów wewnętrznych w pięciokącie wynosi.....
Miara jednego kąta wynosi.....
Miara kąta przyległego do kąta wewnętrznego w pięciokącie wynosi.....



Twój n -kąt

Rys. 10. Karta pracy – strona 2

*Autorki pracują w Instytucie Matematyki
Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach
jolanta.sobera@us.edu.pl
anna.szczurba-zubek@us.edu.pl*

Gyro Sensor and geometric figures

Summary

The aim of the article is to show the use of concepts learned during the classes in geometry. Moreover we would like showing the correlation between IT (programming) and various branches of mathematics, i.e. mathematical analysis and the geometry.

Additionally, in classes with an extension in mathematics, we could try to show the intuitive concept of the limit. We will use the LEGO MINDSTORMS and the gyro sensor. During presented lesson we create a program that will cause the robot's trace to be determined by a triangle, a square, a pentagon, and any regular n – angle. Before lessons students should know concepts of the supplementary angles and regular polygon.