Prace monograficzne z dydaktyki matematyki WSPÓŁCZESNE PROBLEMY NAUCZANIA MATEMATYKI

Jolanta Sobera, Anna Szczerba-Zubek(Katowice)

Lego® Mindstorms® i figury geometryczne

Streszczenie

Artykuł jest rozszerzeniem pracy "Żyroskop i figury geometryczne" prezentowanej podczas XXVIII Szkoły Dydaktyki Matematyki w Krakowie. Przedstawiamy zajęcia, które mają taki sam cel: zaprogramować robota tak, aby skręcał o zadany kąt, a także rysował trójkąt, kwadrat, pięciokąt foremny i inne figury foremne. Jednakże teraz uczniowie nie mają do dyspozycji żyroskopu. Pokazujemy zastosowanie poznanych podczas zajęć z matematyki figur, takich jak koło, okrąg, długość łuku, wycinek koła. W czasie prezentowanych zajęć pojęcie okręgu wykorzystujemy w różnych aspektach raz odpowiada ono kołu pojazdu, drugi raz oznacza okrąg, po którym porusza się robot, wykonując skręt.

1. Wstęp

"Nasza kultura edukacyjna nie dostarcza uczącym się matematyki wystarczających środków, by pojęli sens tego, czego się uczą (to tak, jakby uczyć tańca bez muzyki i parkietu). W wyniku tego nasze dzieci są zmuszone do przyjęcia najgorszego modelu uczenia się matematyki. Jest to model uczenia się pamięciowego, w którym materiał jest traktowany tak, jakby był pozbawiony sensu. (...) Niektóre z naszych trudności w uczeniu się matematyki bardziej integralnej kulturowo są obiektywne: zanim mieliśmy komputery, było bardzo mało punktów styczności między tym, co jest podstawowe i najbardziej zajmujące w matematyce, a czymś trwale osadzonym w życiu codziennym. Ale komputer (...) jest zdolny do zapewnienia takich związków. Znalezienie sposobów ich wykorzystania jest wyzwaniem dla edukacji" (Papert, 1996, s. 67).

Wydaje się, że jednym z kluczowych elementów umożliwiających realizację Papertowskiego postulatu jest wzrost kompetencji nauczycieli, zwłaszcza nauczycieli matematyki. A. Pardała (2019) uważa, że rozsądne korzystanie z technologii informacyjno-komunikacyjnych, np. wykorzystywanie robotów w trakcie zajęć, może być katalizatorem i stymulatorem wzrostu ich kompetencji.

Kolejnym aspektem ważnym do realizacji powyższego wyzwania jest aby w "nauczaniu zwracać uwagę na kształtowanie umiejętności, pokazywać zastosowania" (Taraszkiewicz, 2000).

Co więcej, wydaje się, że komputer-robot może konkretyzować (a nawet spersonalizować) abstrakcję. "Wiedza, która była dostępna jedynie poprzez procesy pojęciowe, może być teraz dostępna konkretnie" (Papert, 1996, s. 41).

M. Sysło (2014) stwierdza, że myślenie komputacyjne to proces znajdowania rozwiązań skomplikowanych otwartych problemów. W takim rozumieniu myślenie komputacyjne bliskie jest założeniom pedagogicznym Johna Deweya, który uważał nabywanie umiejętności rozwiązywania problemów za najważniejsze w rozwoju myślenia. Myślenie to, wraz z umiejętnością programowania, jest w zasadzie niezbędne, aby móc aktywnie uczestniczyć w zmieniającym się środowisku życia zawodowego i społecznego (Sobera J., Szczerba-Zubek A., Cieślar N., 2017).

W artykule pojawia się pojęcie kąta skierowanego. "Jedną z najbardziej rozpowszechnionych reprezentacji pojęcia kąta w życiu współczesnych (...) spotyka się w nawigacji. Wiele milionów ludzi steruje łodziami, samolotami lub czyta mapy. Dla większości z nich występuje tu całkowita rozłączność między tymi życiowymi aktywnościami a martwą szkolną matematyką" (Papert, 1996, s. 89).

Chcemy pokazać, parafrazując słowa Paperta, "w jaki sposób roboty mogą mieć wpływ na sposób myślenia i uczenia się" (1996, s. 23), a także że za pomocą robotów możemy pokazywać związki między materiałem realizowanym na matematyce a życiem codziennym.

Podczas zajęć uczestnicy, wykorzystując LEGO® MINDSTORMS® Education EV3, poznają praktyczne oblicze matematyki. Uczniowie stają przed realnymi wyzwaniami, które mają rozbudzać potrzebę eksperymentowania z technologią. Rozwiązanie problemu wymaga od nich wykorzystania wiedzy teoretycznej potrzebnej do samodzielnego zaprogramowania robotów. Matematyka z poziomu abstrakcyjnego zostaje przeniesiona na język konkretów.

2. Cel zajęć

Celem artykułu jest zaprezentowanie scenariusza 45-minutowych zajęć pozalekcyjnych, których zadaniem jest utrwalenie pojęć matematycznych, takich jak: okrąg, koło, długość łuku okręgu, a także pokazanie ich praktycznego zastosowania. Natomiast głównym celem zajęć jest popularyzacja i upowszechnianie matematyki oraz utrwalenie i poszerzanie wiedzy uczniów z zakresu programowania.

Tematykę zajęć, oprócz ww. pojęć, można rozszerzyć o pojęcie kąta skierowanego. Przy okazji utrwalania pojęć matematycznych, uczniowie utrwalają również wiedzę z zakresu algorytmiki i programowania, co wpisuje się w realizację podstawy programowej z informatyki.

Na warsztatach zostało wykorzystane oprogramowanie LEGO®MINDS-TORMS® Education EV3. Zajęcia równie dobrze można prowadzić wykorzystując oprogramowanie w wersji Home Edition, a dla uczniów znających język Python (w wersji 3.x) można zaproponować pisanie programu w tym właśnie języku z wykorzystaniem biblioteki ev3dev2. Wykorzystywane w czasie zajęć modele, zbudowane z wykorzystaniem LEGO® MINDTS- TORMS® są prezentowane na rysunku 1. Ich budowa zajmuje mniej niż 5 minut. Można wykorzystywać dowolny inny model zbudowany wg własnej koncepcji. Można również wykorzystywać modele pracujące w środowiskach wirtualnych (https://www.virtualroboticstoolkit.com/documentation/sections/10/articles/49).

W artykule "Żyroskop i figury geometryczne" (Sobera, Szczerba-Zubek, 2018) prezentowane były zajęcia z wykorzystaniem żyroskopu zamontowanego na wyżej prezentowanych pojazdach. Główny problem przedstawiał się następująco: Napisz program, w którym robot wytycza dowolny wielokąt foremny. Podczas zajęć uczniowie stosowali pojęcia kątów przyległych oraz sumy kątów w wielokącie foremnym. Rozwiązanie tego zadania pozostawiało dość spory niedosyt, ponieważ wyznaczana figura nie była rysowana dokładnie. W niniejszym artykule przedstawiamy inne podejście do problemu, mianowicie wykorzystamy obrót serwomotorów o zadany kąt.

3. Wielokąty foremne

Aby wytyczyć wielokąt, robot porusza się po prostej w celu wyznaczenia boku figury, a następnie skręca o zadany kąt, zależny od rodzaju wielokąta. Pracę rozdzielamy na dwie części. Pierwsze polecenie brzmi: Wyznacz odcinek o zadanej długości. Drugim zadaniem jest obrót o zadany kąt. Każdą z propozycji można wykorzystać niezależnie jako oddzielne zajęcia.

3.1. Robot pokonuje odcinek o zadanej długości

Rozważmy pierwszy problem – ruch po prostej, a dokładnie wyznaczenie odcinka o zadanej długości. Można ten problem rozwiązać, wykorzystując różne roboty (rysunek 1).



Rys. 1. Modele robotów

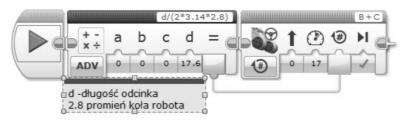
Długość pokonanego dystansu zależy od ilości rotacji kół robota:

$$dystans[cm] = \pi \cdot d \cdot rotacje = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot rotacje,$$

gdzie r – oznacza promień koła robota i wynosi 2,8 cm, a d jego średnicę. Wyznaczając z powyższego wzoru zmienną o nazwie rotacje, otrzymujemy

$$rotacje = \frac{dystans}{2 \cdot \pi \cdot r}. (1)$$

Pisząc program odpowiadający powyższemu fragmentowi omawianego problemu, można wykorzystać moduł "Move tank" z ustawieniem takiej samej mocy lewego i prawego serwomotora lub moduł "MoveSteering", które są dostępne w zakładce zielonej przedstawianego we wstępie, środowiska programistycznego. W obu przypadkach ustawienie ilości rotacji jest przekazane z modułu "Math", z ustawieniem *Advanced*, dostępnego w zakładce czerwonej. Stosowny fragment programu jest prezentowany na rysunku 2.

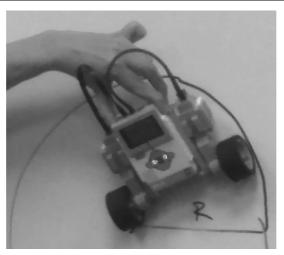


Rys. 2. Screen programu, który wyznacza odcinek o długości 17,6 cm

Widoczny wzór jest zgodny z (1). Warto zwrócić uwagę, że w tym przykładzie przebyty dystans nie zależy od prędkości. Szerzej na temat pomiaru odległości z wykorzystaniem koła można przeczytać w artykule (Sobera, Szczerba-Zubek, 2015).

3.2. Ruch po okręgu

Druga część zadania jest bardziej skomplikowana. Możemy przetestować z uczniami różne konfiguracje ikony "Move tank", która umożliwia konfigurację prędkości lewego i prawego koła oddzielnie, analogicznie, jak ma to miejsce w czołgu. Dla nas najprostszym rozwiązaniem jest unieruchomienie jednego koła (ustawiając moc na 0) i wyznaczenie liczby obrotów w przypadku korzystania z opcji On for rotation (lub obrotu o zadany kąt podczas pracy z ustawieniem On for degree) drugiego koła. Widać wówczas, że robot porusza się po okręgu, którego środek znajduje się w punkcie nieruchomego koła (rysunek 3).



Rys. 3. Koło robota wytyczające okrąg

Rozważmy wzór wyznaczający drogę, którą koło musi pokonać, jadąc po łuku – jest to długość łuku wycinka koła.

$$l[\text{cm}] = \frac{\alpha}{360} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R,\tag{2}$$

gdzie R to promień okręgu, po którym porusza się robot (zależy od konkretnie zbudowanego modelu), a α jest miarą kąta wycinka koła. Ponieważ dla ustalenia uwagi wybraliśmy ustawienie mocy silników jednego z kół na 0, to promień R jest rozstawem kół robota.

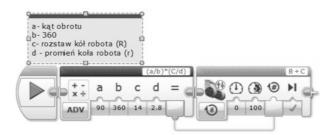
Popatrzmy na poruszany problem z innego punktu widzenia. Mianowicie wyznaczmy pokonaną drogę jednego z kół zgodnie z opisem przedstawionym w równaniu pierwszym (1).

$$l[cm] = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot rotacje. \tag{3}$$

Porównując wzory (2) i (3), wyznaczamy zmienną o nazwie rotacje i otrzymujemy

$$rotacje = \frac{\alpha}{360} \frac{R}{r}.$$
 (4)

Program realizujący powyższy opis zamieszczony jest na rysunku 4.

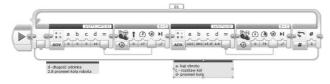


Rys. 4. Screen programu, który realizuje obrót robota o zadany kąt (tu 90°)

W tym momencie dobrze jest wykonać kilka testów, np. obrót o kąt pełny, kąt prosty, o kąt o mierze dodatniej lub ujemnej. Najlepszym testem dokładności jest obrót o kąt będący wielokrotnością 360 (np. 1080). Robot powinien wykonać 3 obroty i zatrzymać się w miejscu startu – w takim przypadku widać kumulację błędów, która występuje, jeżeli niedokładnie podamy wymiary. Warto także powtórzyć, że miara kąta skierowanego może przyjmować wartości dodatnie lub ujemne, a zależy to od zwrotu kąta skierowanego, czyli od kierunku, w którym należy obrócić ramię początkowe, aby otrzymać ramię końcowe. Kąt o mierze dodatniej otrzymujemy, gdy mamy obrót ramienia końcowego przeciwnie do ruchu wskazówek zegara w stosunku do położenia ramienia początkowego (potocznie w lewo). Kąt o mierze ujemnej otrzymujemy, gdy mamy obrót ramienia końcowego, czyli przebiega on zgodnie z ruchem wskazówek zegara w stosunku do położenia ramienia początkowego (potocznie w prawo). Kąt dodatni wraz z kątem ujemnym o tej samej wartości (ale ramionach uporządkowanych w odwrotnej kolejności) to kąty skierowane przeciwne.

3.3. Pełny program

Aby zakończyć zajęcia, łączymy dwa napisane programy i całość uzupełniamy o pętlę, w której ilość powtórzeń zależy od wybranego wielokąta. Na rysunku 5. prezentowany jest program, który "wyznacza" trójkąt. Zwróćmy uwagę na kąt obrotu. Zgodnie z tym, co zostało przedstawione w artykule "Żyroskop i figury geometryczne" (Sobera, Szczerba-Zubek, 2018) kąt obrotu jest równy kątowi zewnętrznemu.

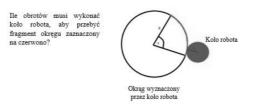


Rys. 5. Screen programu, który umożliwia rysowanie trójkąta

4. Podsumowanie

Zajęcia były prowadzone dla uczniów z klas VII i VIII szkoły podstawowej oraz uczniów szkół ponadpodstawowych. Zajęcia odbywały się w Pałacu Młodzieży w Katowicach (dla uczniów szkół podstawowych) lub na Uniwersytecie Śląskim w Katowicach (dla uczniów szkół ponadpodstawowych). Uczniowie pracowali w grupach dwuosobowych. Nie wszyscy uczniowie mieli styczność z ww. narzędziem programistycznym, ale zdecydowana większość uczestników brała udział wcześniej w podobnych zajęciach przynajmniej raz. Prezentowany scenariusz był realizowany tak samo w grupach, które miały styczność z programowaniem, jak i w tych, które rozpoczynały swoją przygode z tworzeniem kodu. Wynika to z faktu, iż zawsze na początku zajęć należy sprawdzić połączenia serwomotorów z kostka i robota z komputerem, a to najłatwiej osiągnąć, proponując uczniom test – sprawdź, czy robot porusza się po prostej (Move Tank). To proste polecenie umożliwia wykrycie wszystkich nieprawidłowo podłączonych kabli oraz daje szansę na przełamanie obaw związanych z programowaniem, obsługą komputera, które można zauważyć wśród nowych słuchaczy.

Dla uczniów największym problemem podczas zajęć jest przełożenie śladu jaki pozostawia koło poruszającego się pojazdu, na długość łuku wytyczanego okręgu. Dodatkową trudnością są dwa promienie, które się czasem mylą. Aby wyeksponować treści matematyczne, powstała poniżej prezentowana karta pracy (rysunek 6) wykorzystywana w czasie zajęć.





Rys. 6. Karta pracy

Programowanie w powyżej zaprezentowanym narzędziu nie jest trudne i nie stanowi bariery dla słuchaczy nieposługujących się komputerem.

Osoby, które uczestniczyły w cyklu zajęć z Pythona, również nie miały problemu z treścią informatyczną lecz warto zwrócić uwagę, że byli to słuchacze całego cyklu zajęć omawiającego programowanie robotów LEGO EV3 w Pythonie, a zatem mieli już doświadczenie w stosowaniu ww. języka programowania.

Prezentowane zajęcia były dla uczniów dość sporym zaskoczeniem – nie spodziewali się powtórki z matematyki, dostrzegli zastosowanie posiadanej wiedzy. Wypływa z tego wniosek, że wykorzystanie robotów w nauczaniu (czy to LEGO® MINDSTORMS®, czy zbudowanych z Arduino) sprzyja utrwaleniu informacji zdobytych w szkole. Dużym plusem zajęć z robotyki jest aktywizacja uczniów, pobudzanie ich do działania, podejmowania poszukiwań. Pomysły jednej z grup są szybko przechwytywane przez innych uczestników (np. narysujmy 100-kąt) i powielane przez nich lub modyfikowane, aby uzyskać lepszy rezultat i zaskoczyć kolegów.

Naszym zdaniem warto zabrać uczniów do pracowni robotyki, aby pokazać im zastosowania matematyki, umożliwić zabawę, dać możliwość współdziałania w małym zespole i rywalizacji pomiędzy grupami.

Literatura

- [1] https://www.lego.com/pl-pl/mindstorms/downloads
- [2] https://sites.google.com/site/ev3python/learn_ev3_python
- [3] https://www.virtualroboticstoolkit.com/documentation/sections/10/articles/49
- [4] Czepiżak A., Wądołowski M.: *Metody aktywizujące w nauczaniu*, http://www.zet.edu.pl/sites/default/files/metody_aktywizujące.pdf
- [5] Papert S.: 1996, Burze mózgów. Dzieci i komputery, PWN, Warszawa.
- [6] Rekomendacje w sprawie uczenia/się programowania i rozwijania kompetencji cyfrowych: http://www.ceo.org.pl/sites/default/files/news-files/rekomendacje_w_sprawie_programowania_1.pdf
- [7] Рагdała А.: 2019, Информатизациа математического образования: дидактические возможности, опыт и заруъежные тенденции, Информатика и Овразование 6, с. 49–55.

- [8] Sobera J., Szczerba-Zubek A.: 2015, Popularyzowanie matematyki w czasie zajęć pozalekcyjnych, w: Współczesne problemy nauczania matematyki, Fundacja "Matematyka dla wszystkich", Bielsko-Biała.
- [9] Sobera J., Szczerba-Zubek A.: 2016, Programowanie na różnych etapach edukacyjnych, w: Informatyka w edukacji: kształcenie informatyczne i programowanie dla wszystkich uczniów, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [10] Sobera J., Szczerba-Zubek A., Cieślar N.: 2017, Programowanie w nauczaniu zintegrowanym, w: Informatyka w edukacji: wokół nowej podstawy z informatyki, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [11] Sobera J., Szczerba-Zubek A.: 2018, Żyroskop i figury geometryczne, w: Współczesne problemy nauczania matematyki, Fundacja "Matematyka dla wszystkich", Bielsko-Biała.
- [12] Sysło M. M.: 2014, Myślenie komputacyjne. Nowe spojrzenie na kompetencje informatyczne, w: Informatyka w edukacji XI, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [13] Taraszkiewicz M.: 2000, Jak uczyć lepiej? CODN, Warszawa.

 $Autorki\ pracują\ w\ Uniwersytecie\ \acute{S}ląskim$ $w\ Katowicach$ jolanta.sobera@us.edu.pl, anna.szczerba-zubek@us.edu.pl

$Lego^{\mathbb{R}}$ Mindstorms^{\mathbb{R}} i geometrical figures

Summary

The article presents the outline of a lesson using Lego robots that designate a square, equilateral triangle and other regular polygons. The article is an extension of the work "Gyroscope and geometrical figures". During the presented lessons, students do not have a gyroscope. We show the usage of concepts learned in maths lessons, such as circle, arc length, circle sector. During the presented lesson, we use the concept of a wheel in various aspects, when it corresponds to the wheel of the vehicle, the second time it means the wheel on which the robot moves, making a turn.