Oppg. 1

Har en normalfordeling med ukjent μ og $\sigma^2 = 0.060^2$

a) Antar $\mu = 6.8$ og har da

$$\mathrm{P}\left[X < 6.74\right] = \mathrm{P}\left[\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{6.74-\mu}{\sigma}\right] = \mathrm{P}\left[Z < -1\right] = 0.1587 \tag{1}$$

ved å slå opp i tabell. Kan så finne $\mathrm{P}\left[6.74 < X < 6.86\right]$, men siden normalfordelingen er lik på begge sider av μ har vi

$$\mathrm{P}\left[6.74 < X < 6.86\right] = 1 - 2\mathrm{P}\left[X < 6.74\right] = 0.6826 \tag{2}$$

til slutt ser vi på $\mathrm{P}\left[|X-\mu| > 0.06\right]$ og har da

$$\mathrm{P}\left[|X-\mu| > 0.06\right] = \mathrm{P}\left[X < 6.74\right] + \mathrm{P}\left[X > 6.86\right] = 1 - \mathrm{P}\left[6.74 < X < 6.86\right] = 0.3174 \tag{3}$$

b) Ser på $Y = \sum_{i=1}^{5} X_i/5$ og vet ikke lenger hva μ er, kan dermed se på

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}\left[Y\right] &= \mathrm{E}\left[(Y-\mu)^2\right]\\ \sigma_Y^2 &= \mathrm{E}\left[Y^2\right] - \mathrm{E}\left[Y\right]^2\\ \sigma_Y^2 &= \mathrm{E}\left[Y^2\right] - \mu^2\end{aligned} \tag{4}$$

Oppg. 2

a) Ser på poissonfordelingen

$$f(x) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}, x \in \mathbb{N} \tag{5}$$

antar $\lambda = 15$ og ser da at vi har

$$\mathrm{E}\left[X\right] = \mu = \lambda = 15 \tag{6}$$

og har dermed

$$\mathrm{P}\left[X > 20\right] = 1 - \mathrm{P}\left[X \leq 20\right] = 0.083 \tag{7}$$

og

$$\mathrm{P}\left[10 \leq X < 20\right] = \mathrm{P}\left[X < 20\right] - \mathrm{P}\left[X < 10\right] = 0.8053 \tag{8}$$

b) Antar så at vi ikke kjenner λ og har $\hat{\lambda} = \overline{X} = 359/30$ og har da fra sentralgrenseteoremet at dette kan tilnærmes en standard normalfordeling

$$N(z;0,1), Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma}\sqrt{n} \tag{9}$$

og vi bruker variansen i en poissonfordeling som σ og dermed

$$\sigma = \mathrm{Var}\left[X\right] = \lambda \tag{10}$$

vil ha et konfidensintervall med 99% sannsynlighet og må dermed ha

$$0.99 = \int_{-\beta}^{\beta} N(z;0,1)dz \tag{11}$$

slår så opp i tabell og finner at for $\alpha = 0.005$ på hver side av normalfordelingen har vi $\beta = 2.576$ og har dermed konfidensintervallet

$$\mu \in () \tag{12}$$