

FK06 Elektrische Leitfähigkeit in Metallen, Halbleitern und Supraleitern

Vorausgesetzte Kenntnisse:

Boltzmann- und Fermi-Dirac-Statistik, Bänderschema für Metalle, undotierte und dotierte Halbleiter, grundlegende Modellvorstellungen zur Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes in Metallen und Halbleitern, Supraleiter 1. Ordnung; Thermoelemente, 4-Punkt Messung, Elektrometer.

Literatur:

- [1] Ibach/Lüth: „Festkörperphysik“, Springer-Verlag, Berlin (1981)
Kapitel 5,6,7,8,10, Supraleitung
- [2] Gerthsen: „Physik“
- [3] Ch. Kittel: „Festkörperphysik“, Oldenbourg-Verlag (1988)

Inhalt:

- 1. Elektrische Leitfähigkeit**
 - 1.1 Metalle**
 - 1.2 Halbleiter**
 - 1.2.1 Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration**
 - 1.2.2 Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit**
 - 1.2.3 Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit**
- 2. Die Vierpunkt-Methode**
- 3. Versuchsaufbau**
 - 3.1 Elektrische Anordnung**
- 4. Gang des Versuches**
 - 4.1 Aufgabe**
- 5. Auswertung**

1. Elektrische Leitfähigkeit

1.1 Metalle

Man geht von dem Bild eines freien Elektronengases aus und erhält dann mit Hilfe des Drude-Modells den folgenden Ausdruck für die elektrische Leitfähigkeit σ :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}. \quad (1)$$

wobei τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen, n die Elektronendichte und m^* die effektive Masse der Elektronen ist. Aufgrund der Fermi-Statistik der Elektronen ist die Ladungsträgerkonzentration praktisch temperaturunabhängig, so dass alleine die Stoßzeit τ eine Temperaturabhängigkeit einbringt. Man unterscheidet (s. Abb. 1):

- 1) Störstellenstreuung: Die Elektronen stoßen mit Fehlstellen oder Fremdatomen, d.h. die Streuung ist temperaturunabhängig. Bei tiefen Temperaturen liefert dieser Effekt einen konstanten Restwiderstand ρ_{ST} .
- 2) Phononenstreuung: Mit steigender Temperatur werden zunehmend Phononen (Gitterschwingungen) thermisch angeregt, die nun mit den Elektronen wechselwirken. Man unterscheidet zwischen

$$T \ll \Theta_D : \quad \rho_{Ph} \propto T^5 \quad (\text{Kleinwinkelstreuung})$$

und

$$T \gg \Theta_D : \quad \rho_{Ph} \propto T,$$

wobei Θ_D die Debye-Frequenz des Festkörpers ist.

Die Matthiesensche Regel besagt, dass sich die durch die Störstellen- und Phononenstreuung resultierenden spezifischen Widerstände zum spezifischen Gesamtwiderstand addieren:

$$\rho = \rho_{ST} + \rho_{Ph}. \quad (2)$$

Einige Metalle zeigen bei niedrigen Temperaturen Supraleitung. Unterhalb einer kritischen Temperatur T_C springt dabei der Widerstand unstetig auf Null. Typische Sprungtemperaturen sind

Ta:	4,48 K
Pb:	7,20 K
Nb ₃ Sn:	18 K

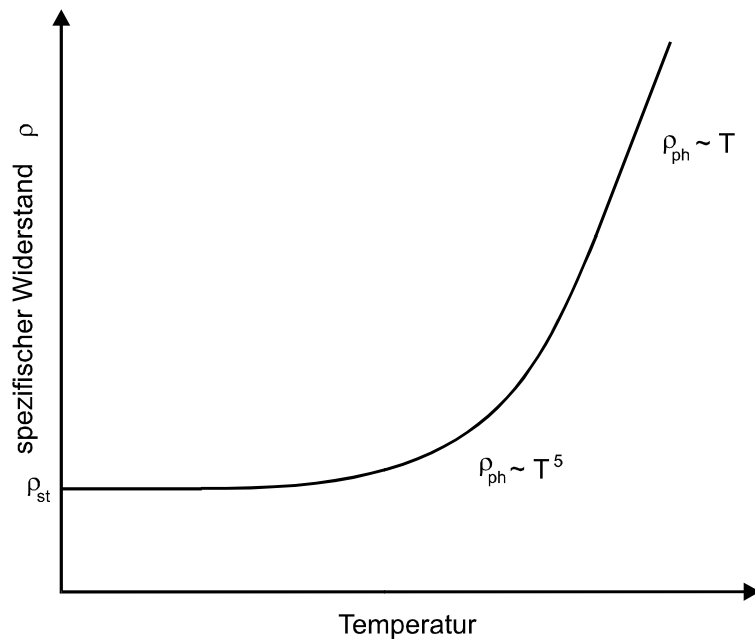


Abb. 1:
Temperaturabhängigkeit des
spezifischen Widerstands ρ eines
Metalls.

1.2 Halbleiter

In Halbleitern tragen Elektronen und Löcher zum Ladungstransport bei. Zusätzlich entstehen die Ladungsträger durch thermische Aktivierung, d.h. ihre Konzentration ist im Gegensatz zum Metall temperaturabhängig. Gemäß

$$\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p \quad (3)$$

setzt sich die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit σ aus der Beweglichkeiten μ_n und μ_p der Elektronen bzw. der Löcher sowie jeweiligen Ladungsträgerkonzentration n für Elektronen bzw. p für Löcher zusammen.

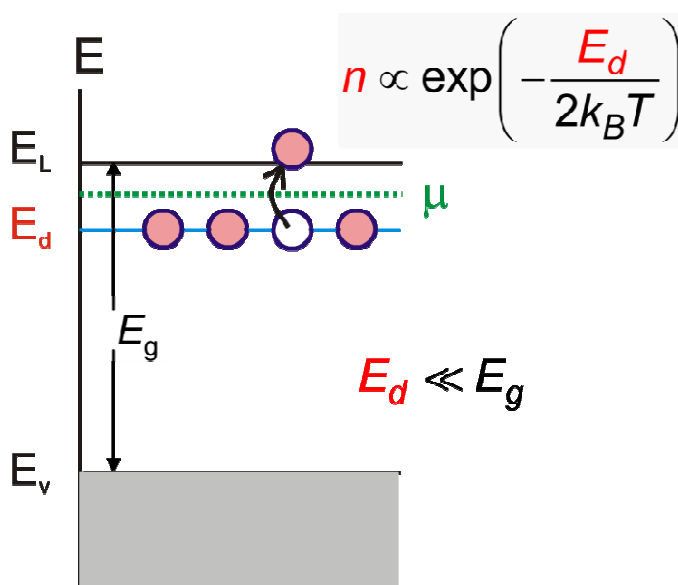


Abb. 2:
Bänderschema eines n-dotierten Halbleiters. E_L ist die Leitungsbandunterkante, E_V die Valenzbandoberkante, E_g die Energielücke, μ das chemische Potenzial und E_d die Donatorenbindungsenergie

1.2.1 Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration

Betrachtet man einen n-dotierten Halbleiter, so unterscheidet man drei Bereiche:

1. Störstellenreserve ($E_d \gg kT$):

Die thermische Energie reicht aus, um einige der Donatoratome zu ionisieren, d.h. um Elektronen aus den Donatorniveaus E_D ins Leitungsband anzuregen:

$$n \propto e^{\frac{-E_d}{2kT}}. \quad (4a)$$

2. Störstellenerschöpfung ($E_d \ll kT \ll E_g$):

Alle Donatoratome sind ionisiert, aber die thermische Energie reicht noch nicht aus, um Elektronen über die intrinsische Bandlücke anzuregen:

$$n = \text{konstant}. \quad (4b)$$

3. Eigenleitung ($E_g \ll kT$):

Die thermische Energie reicht nun aus, um intrinsische Ladungsträger zu erzeugen, d.h. Elektronen über die Bandlücke anzuregen. Gleichzeitig wird die Bedeutung der dotierten Ladungsträger immer kleiner:

$$n \propto e^{\frac{-E_g}{2kT}}. \quad (4c)$$

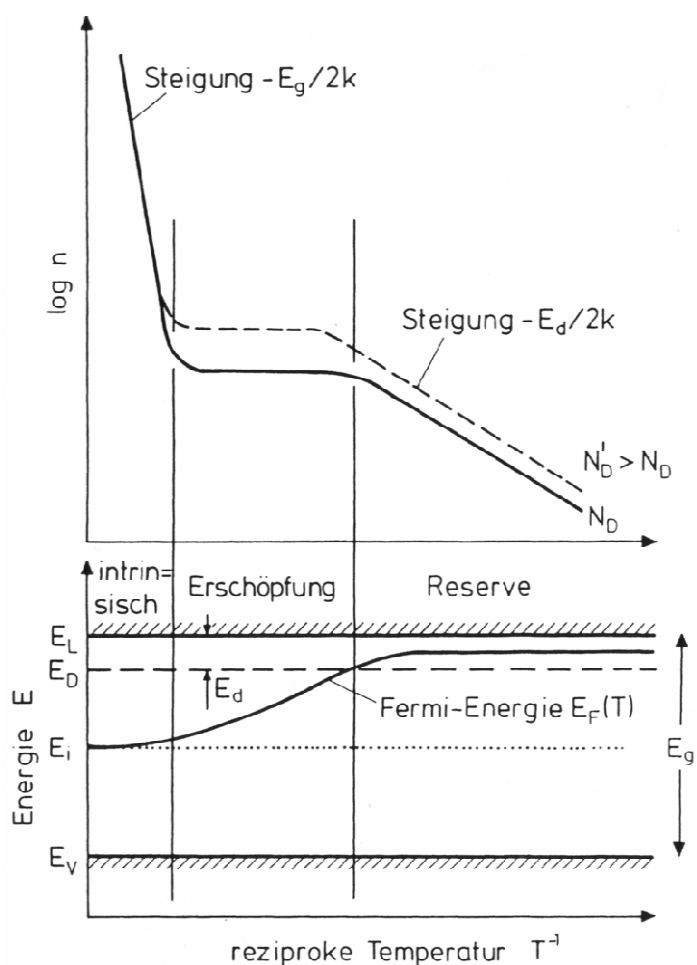


Abb. 3:
Temperaturabhängigkeit der
Ladungsträgerkonzentration (oben) und des
chemischen Potentials eines dotierten
Halbleiters („Arrheniusplot“).

1.2.2 Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit

Wegen $\mu(T) = \frac{e\tau}{m}$ für Elektronen kann man zwei Temperaturbereiche unterscheiden:

- 1) T klein: Streuung an ionisierten Störstellen

$$\mu \propto T^{\frac{3}{2}} \quad (5a)$$

- 2) T groß: Streuung an Phononen

$$\mu \propto T^{-\frac{3}{2}} \quad (5b)$$

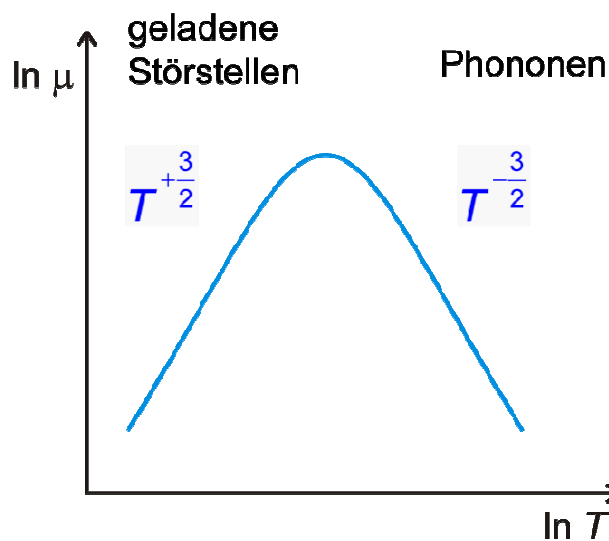


Abb. 4:
Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit eines Halbleiters.

1.2.3 Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit

Man kombiniere nun die Abhängigkeiten aus 1.2.1 und 1.2.2 :

Da die Beweglichkeit nur über ein einfaches Potenzgesetz von der Temperatur abhängt, hat sie nur im Bereich der Störstellenerschöpfung Einfluss auf die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit σ .

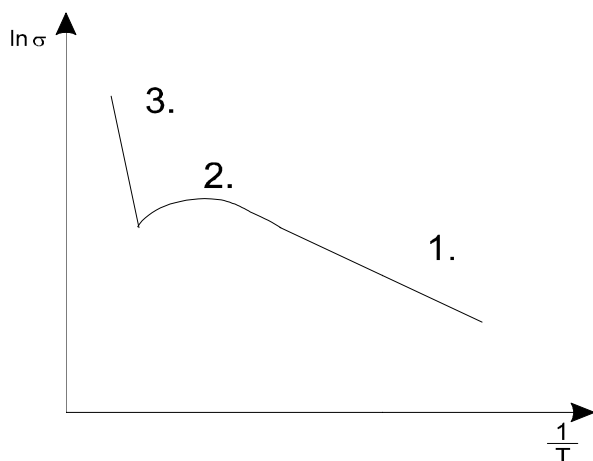


Abb. 5:
Temperaturabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit eines dotierten Halbleiters.

2. Die Vierpunkt-Methode

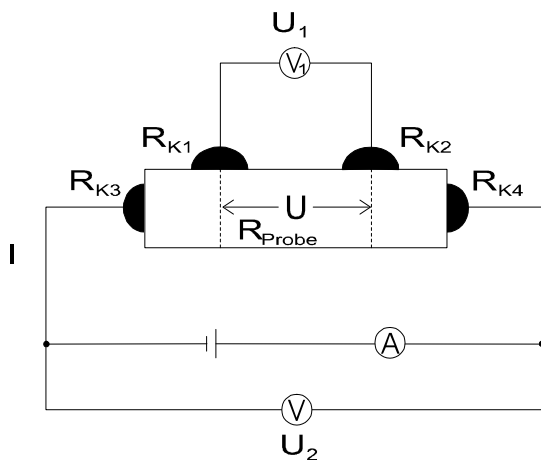


Abb.6 a: Skizze der Vierpunkt-Methode.

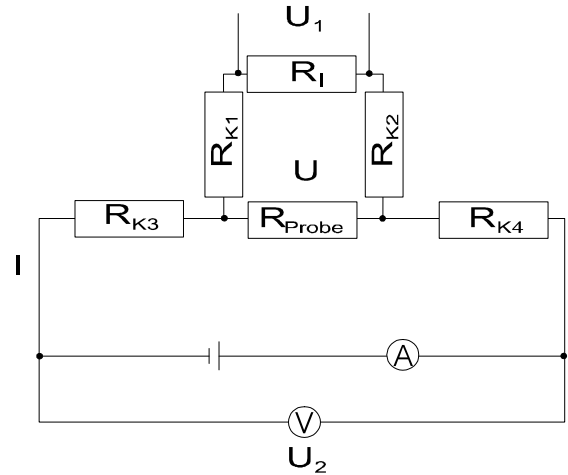


Abb.6 b: Widerstandsschaltbild.

Sobald Kontakt- oder Zuleitungswiderstände in der Größenordnung des Probenwiderstandes sind, ist die gängige Zweipunkt-Methode mit großen Fehlern behaftet. Eine entscheidende Verbesserung stellt die oben skizzierte Vierpunkt-Methode dar.

Es gilt:

$$U = (I - I_{V1}) R_{\text{Probe}}, \quad (6a)$$

$$U = (R_{K1} + R_{K2} + R_I) I_{V1} \quad (\text{Maschenregel}), \quad (6b)$$

$$U_1 = R_I I_{V1} \quad (\text{im Voltmeter gemessene Spannung}), \quad (6c)$$

wobei R_I der Innenwiderstand des Voltmeters ist (z.B. $R_I \approx 10 \text{ M}\Omega$ für ein Handdigitalvoltmeter). Gleichsetzen von (6a) und (6b) liefert

$$I_{V1} = \frac{I R_{\text{Probe}}}{(R_{K1} + R_{K2} + R_I + R_{\text{Probe}})}. \quad (7)$$

Einsetzen von (7) in (6c) liefert

$$U_1 = R_{\text{Probe}} I (1 - \alpha) \quad (8)$$

mit

$$\alpha = \frac{R_{K1} + R_{K2} + R_{\text{Probe}}}{R_{K1} + R_{K2} + R_{\text{Probe}} + R_I} = \left[1 + \frac{R_I}{R_{K1} + R_{K2} + R_{\text{Probe}}} \right]^{-1} \ll 1.$$

Fazit:

Solange der Innenwiderstand des Voltmeters groß ist gegenüber dem Probenwiderstand und den Kontakt- und Zuleitungswiderständen (d.h. fast immer), gilt sehr gut

$$U_1 = I R_{\text{Probe}}, \quad (9)$$

d.h. man misst die tatsächlich an der Probe abfallende Spannung. Zum Vergleich: bei der Zweipunktmethode hätte man U_2 gemessen:

$$U_2 = I(R_{K3} + R_{K4} + R_{\text{Probe}}), \quad (10)$$

d.h. für kleine Probenwiderstände misst man einen viel zu großen Spannungsabfall.

3. Versuchsaufbau

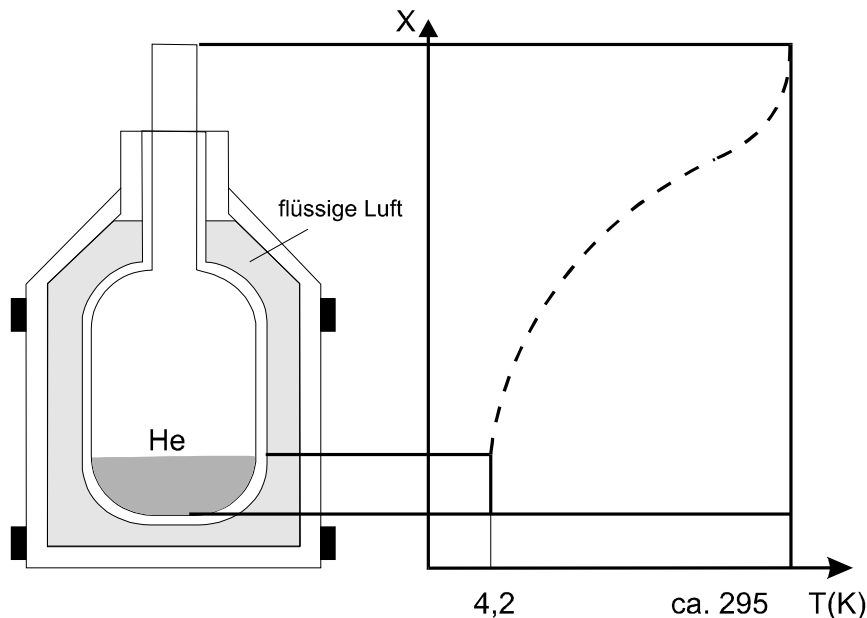


Abb.7: Versuchsaufbau.

In dem He-Behälter bildet sich ein Temperaturgefälle. Je nach Entfernung x vom He-Spiegel stellt sich eine Temperatur $T(x)$ ein.

Der Temperaturverlauf ist abhängig von der eingefüllten Menge des He und der Ausführung des Behälters.

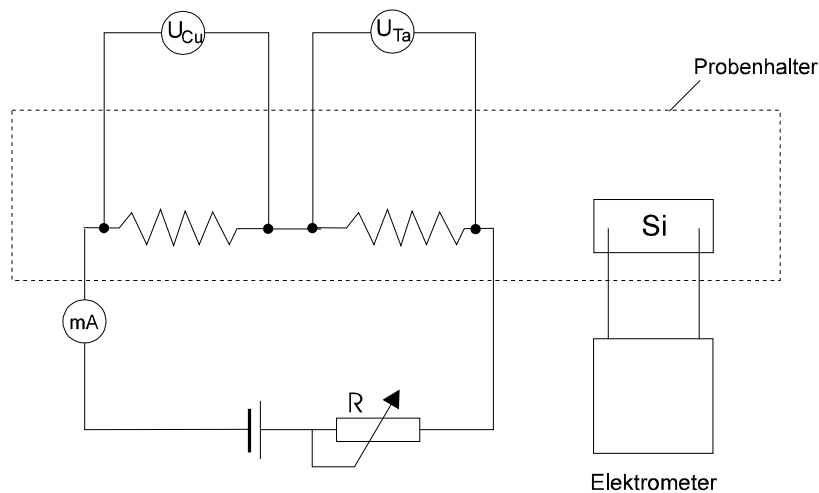


Abb. 8:
Elektrische Anordnung.

Die zu messenden Proben (Cu, Ta und Si) sind auf einem Probenhalter aus Kupfer befestigt. Dieser ist an das Tauchrohr angeschraubt und mit einem Schutzrohr verdeckt (Abb.9).

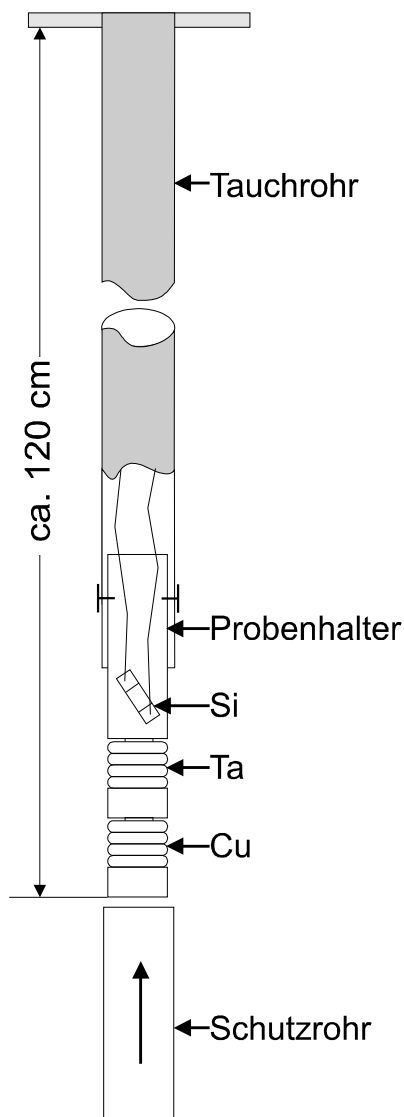


Abb. 9: Probenrohr.

3.1 Elektrische Anordnung

Die Temperaturmessung erfolgt mit einem Platinwiderstand (hohe T) und einem Kohlewiderstand (tiefe T). Die Eichwerte für die beiden vorhandenen Stäbe liegen aus (vgl. auch Tab. 1 und Tab. 2). Der Widerstand schwankt geringfügig aufgrund der thermischen Wechselbeanspruchung. Deshalb ist es ratsam, vor Abkühlen der Stäbe den Kohlewiderstand bei Zimmertemperatur zu messen und die Differenz zum Tabellenwert additiv zu berücksichtigen. Der elektrische Widerstand der Si-Probe wird mit Hilfe einer Brücke oder bei tiefen Temperaturen mit einem Elektrometer direkt gemessen. Durch die in Serie geschalteten Wicklungen aus Cu- und Ta fließt ein konstanter Strom $I = 20 \text{ mA}$. Den konstanten Wert stellt man mit dem Potentiometer R ein. Die Änderungen der Cu- und Ta- bzw. Nb_3Sn -Widerstände sind dagegen vernachlässigbar ($R = 500 \Omega$; $R_{\text{Cu}} + R_{\text{Ta}} < 5 \Omega$ für den zu messenden Temperaturbereich). Die Spannungen U_{Cu} und U_{Ta} sind den gesuchten Widerständen R_{Cu} und R_{Ta} proportional.

4. Gang des Versuches

Der Versuch besteht aus zwei Teilen, in denen in unterschiedlichen Temperaturbereichen gemessen wird:

1. 4,2 K bis 77,5 K
2. 77,5 K bis Zimmertemperatur (RT).

1. Zum Umgang mit der Heliumkanne:

Der Probenhalter muss sich vor dem Einführen in die Heliumkanne **unbedingt auf Raumtemperatur** befinden, da er sonst am Kannenhals festfrieren und ihn verstopfen kann. Er muss **langsam** eingeführt werden, da durch zu rasches Abkühlen mechanische Spannungen entstehen, die die Isolierung zerstören können. Der **Probenhalter wird vom Betreuer (!)** in das flüssige Helium eingetaucht. Man stelle den Probenstrom $I = 20 \text{ mA}$ ein. Bei 4,2 K werden U_{Cu} , $U_{\text{Ta, Nb}_3\text{Sn}}$ und R_{Si} notiert. Dann wird das Rohr ein Stück weiter herausgezogen und eine neue Gleichgewichtstemperatur abgewartet.

2. Ähnlich wie 1.

Unterschiede: Anstelle des flüssigen Heliums wird flüssiges N_2 verwendet. R_{Si} misst man mit einem Elektrometer.

4.1 Aufgabe

Für Kupfer, Tantal und Silizium ist der elektrische Widerstand in Abhängigkeit von der Temperatur (4,2 bis ca. 295 K) zu messen.

5. Auswertung

Es sollen für Cu, Ta und Si jeweils zwei Diagramme erstellt werden :

a) $R(T)$ -Kurve und $\ln(R)$ über $\ln(T)$ nur im nichtlinearen Bereich für Cu und Ta.

b) $\ln(\frac{1}{R})$ über $\ln(\frac{1}{T})$ und $\ln(\frac{1}{R})$ über $\ln(T)$ im Bereich der Erschöpfung für Si.

Man ermittle weiterhin folgende Größen:

c) den linearen Widerstandskoeffizienten von Cu und Ta mit dem Ansatz: $R(T) = R_0 (1 + \alpha T)$ wobei T in $^{\circ}\text{C}$ und R in Ω einzusetzen sind. Dabei ist $R_0 = R(T=0^{\circ}\text{C})$.

d) für den nichtlinearen Bereich den Exponenten β mit dem Ansatz $R \propto T^{\beta}$ (Restwiderstand berücksichtigen!)

e) die Sprungtemperatur von Ta bzw. von Nb_3Sn

f) für den Bereich der Erschöpfung bei Si die Beweglichkeit $\mu(T)$ mit dem Ansatz

$$\frac{1}{R} \propto \sigma \propto \mu(T) \propto T^{\gamma}$$

g) unter Vernachlässigung des Temperaturganges der Beweglichkeit die Aktivierungsenergie der Akzeptoren mit dem Ansatz:

$$\sigma(T) \propto p(T) \propto e^{\frac{-(E_A - E_V)}{2k_B T}}, \text{ wobei } p(T) \text{ die Löcherkonzentration darstellt.}$$

Fragen und Aufgaben zur Selbstkontrolle

1. Wovon hängt der elektrische Widerstand bei Metallen ab:
 - a) bei Zimmertemperatur?
 - b) bei der Temperatur des flüssigen Heliums?
2. Was besagt die Matthiesensche Regel?
3. Erklären Sie anhand eines einfachen Modells, warum bei einfachen Metallen der Widerstand proportional zur Temperatur ist.
4. Wovon hängt die elektrische Leitfähigkeit beim Halbleiter ab?
5. Wie verläuft die Ladungsträgerkonzentration eines p- oder n-Halbleiters als Funktion der Temperatur?
6. Wie sieht dagegen die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit beim Halbleiter aus?
7. Erklären Sie die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit von Halbleitern an Hand des Bändermodells.
8. Erläutern Sie das Phänomen der Supraleitung.
9. Was ist die Besonderheit der Vierpunkt-Messmethode?
10. Warum wird sie zur Bestimmung der Widerstände der Cu- und Ta-(Nb₃Sn) Proben verwendet?
11. Werden mit der Vierpunkt-Methode auch Thermospannungen an der Probe kompensiert?