

# TPI - Informe

10 de junio de 2016

Algoritmos y Estructuras de Datos I

#### Grupo 13

Integrante	LU	Correo electrónico
Seijo, Jonathan Adrián	592/15	jon.seijo@gmail.com
De Bortoli, Lucas Gabriel	736/15	lu_cas97@hotmail.com.ar
Córdoba, Lucas Mauricio	094/15	lmcordobaa@gmail.com
Galli, Luciano Martín	534/15	lucianogalli@outlook.com



## Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja) Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina Tel/Fax: (++54+11) 4576-3300

http://www.exactas.uba.ar

### 1. Informe

#### 1.1. Campo

■ En el constructor vacío de Campo creamos una Grilla de tres parcelas: un Granero, una Casa y un Cultivo, lo cual cumple el invariante del tipo Campo.

#### 1.2. Drone

- En el constructor vacío de Drone ponemos 'posicionActual' en (0,0), 'batería' en 100, 'enVuelo' false y 'trayectoria' la dejamos vacía, lo cual cumple el invariante del tipo.
- En el constructor con parámetros de Drone, y teniendo en cuenta que no toma un Posición para 'posicionActual' decidimos ubicarlo en el (0,0), lo cual cumple el invariante del tipo.
- En 'vueloEscalerado' decidimos, por simplicidad para la demostración, hacer explícito el hecho de que toda trayectoria de dos posiciones o menos es escalerada.

#### 1.3. Sistema

- En el contructor vacío de Sistema decidimos, por declaratividad, crear explícitamente un Campo de 3 Parcelas y una lista vacía de drones y asignarlos a las correspondientes variables de Sistema.
- En volarYSensar, si el Drone llega a una Parcela en estado 'NoSensado', decidimos cambiarla a 'RecienSembrado', ya que la esecificación solo dice que deja de ser NoSensado.

#### 2. Vuelo Escalerado

```
problema _escalerado (ps: [Posicion]) = res : bool {
        \text{asegura} \ (\exists x, y \leftarrow [1, -1]) (\forall i \leftarrow [0..|ps| - 2)) (prm(ps[i]) - prm(ps[i + 2]) == x \lor sgd(ps[i]) - sgd(ps[i + 2]) == y);
problema _esEscalerado (ps: [Posicion], x, y: \mathbb{Z}) = res : bool {
        requiere |ps| >= 2;
        asegura (\forall i \leftarrow [0..|ps|-2))(prm(ps[i]) - prm(ps[i+2]) == x \lor sgd(ps[i]) - sgd(ps[i+2]) == y);
bool Drone::vueloEscalerado() const{
     return _enVuelo && _escalerado();
      // Estado E1:
      // Vale: res == enVuelo(this) &&
      // (\exists x, y \leftarrow [1, -1])
      // (\forall i \leftarrow [0..|ps|-2))
      // (prm(ps[i]) - prm(ps[i+2]) == x ||
      //\operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i]) - \operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i+2]) == y
bool Drone::_escalerado(const std::vector<Posicion> ps) const{
     return (ps. size () \leq 2) || _esEscalerado (ps,1,1) || _esEscalerado (ps,1,-1) ||
                 _{\text{esEscalerado}}(ps, -1, 1) \mid | _{\text{esEscalerado}}(ps, -1, -1);
      // Estado E1:
      // Vale: res == (|ps| >= 2) || (\exists x, y \leftarrow [1, -1])
      // (\forall i \leftarrow [0..|ps|-2))
      // (prm(ps[i]) - prm(ps[i+2]) == x ||
      //\operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i]) - \operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i+2]) == y
bool Drone:: _esEscalerado(const std::vector<Posicion> ps, int X, int Y) const{
     bool cumplenTodos = true;
      // Estado E1:
      // Vale: cumplenTodos == true
      unsigned int i = 0;
      // Estado E2:
      // Vale: i == 0 && cumplenTodos == cumplenTodos@E1
      while (i < ps.size()-2){
      // I: (0 \le i \le |vueloRealizado(this)| - 2) \&\&
      // (cumplenTodos == (\forall j \leftarrow [0..i)) ((prm(vueloRealizado(this)<sub>[j]</sub>) - (prm(vueloRealizado(this)<sub>[j+2]</sub>) == X) &&
      // ((sgd(vuelo
Realizado(this)_{[j]}) - (sgd(vuelo
Realizado(this)_{[j+2]}) == Y)))
      // B: i < |ps| - 2
      // |Fv:|ps| - 2 - i |Cota: 0|
           if ((ps.at(i).x - ps.at(i+2).x) != X | |
                       (ps.at(i).y - ps.at(i+2).y) != Y)
                 cumplenTodos = false;
           }
            // Estado C1:
            // Vale: ( prm(ps[i]) - prm(ps[i+2])) != X ||
            //(sgd(ps[i]) - sgd(ps[i+2])) != Y \&\& cumplenTodos == false ||
            //(prm(ps[i]) - prm(ps[i+2])) = X \&\&
            //(sgd(ps[i]) - sgd(ps[i+2])) = Y \&\& cumplenTodos == true
           i++;
            // Estado C2:
            // \text{ Vale: i } == i@C1 + 1 \&\& I
```

```
// Estado E3:
             // Vale: cumplenTodos == ( \forall i \leftarrow [0..-ps-2) )
             // (prm(ps[i]) - prm(ps[i+2]) == x ||
             //\operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i]) - \operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i+2]) == y)
           return cumplenTodos;
             // Estado E4:
             // Vale: res ==( \forall i \leftarrow [0..-ps-2])
             // (\operatorname{prm}(\operatorname{ps}[i]) - \operatorname{prm}(\operatorname{ps}[i+2]) == x \parallel
             //\operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i]) - \operatorname{sgd}(\operatorname{ps}[i+2]) == y)
Demostracion de ciclo: _esEscalerado.
 // Vale PC: (i == 0) && (cumplenTodos == True) && (|vueloRealizado(this)| \geq 2)
 // I: (0 \le i \le |vueloRealizado(this)| - 2) &&
(\text{cumplenTodos} == (\forall j \leftarrow [0..i)) ((\text{prm}(\text{vueloRealizado}(\text{this})_{[j]}) - (\text{prm}(\text{vueloRealizado}(\text{this})_{[j+2]}) == X) \&\&
((sgd(vueloRealizado(this)_{[i]}) - (sgd(vueloRealizado(this)_{[i+2]}) == Y)))
 // B: i < |vueloRealizado(this)| - 2
  // Fv: |vueloRealizado(this)| - 2 - i
 // Cota: 0
  // QC: cumplenTodos == (\forall j \leftarrow [0..|vueloRealizado(this)| - 2))
((\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{this})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{this})_{[j+2]}) == X) \&\&
((\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{this})_{[j]}) - (\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{this})_{[j+2]}) == Y))
    - Pc \longrightarrow I
i = 0 \longrightarrow 0 \le i \le 0
|\text{vueloRealizado}(\mathbf{this})| \geq 2 \longrightarrow |\text{vueloRealizado}(\mathbf{this})| - 2 \geq 0
0 \le i \le 0 \&\& |vueloRealizado(this)| - 2 \ge 0 \longrightarrow
0 \le i \le |vueloRealizado(this)| - 2
i = 0 \rightarrow (\forall j \leftarrow [0..i)) ((prm(vueloRealizado(this)_{[i]}) - (prm(vueloRealizado(this)_{[i+2]}) = X)
&& ((sgd(vueloRealizado(this)_{[j]}) - (sgd(vueloRealizado(this)_{[j+2]}) == Y)) == True
Reemplazando i==0, queda (\forall j \leftarrow [0..0)) (Verdadero por vacuidad del selector [0..0))
cumplenTodos == True &&
 ((\forall j \leftarrow [0..i)) ((prm(vueloRealizado(this)_{[j]}) - (prm(vueloRealizado(this)_{[j+2]}) == X) \&\&
 ((sgd(vueloRealizado(this)_{[j]}) - (sgd(vueloRealizado(this)_{[j+2]}) = Y)) = True)
   \rightarrow cumplenTodos == ((\forall j \leftarrow [0..i))
 ((\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) \Longrightarrow X) \&\&
 ((\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = Y)) = \operatorname{True})
Vale por transitividad
                      - I && noB \longrightarrow Qc
0 \le i \le |vueloRealizado(this)| - 2 & (i \ge |vueloRealizado(this)| - 2) & (i \ge |vueloR
cumplenTodos == (\forall j \leftarrow [0..i))
 ((\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\mathbf{this})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\mathbf{this})_{[j+2]}) == X) \&\&
 ((sgd(vueloRealizado(this)_{[j]}) - (sgd(vueloRealizado(this)_{[j+2]}) == Y))
Estos son el invariante y la negacion de la guarda.
0 \le i \le |vueloRealizado(this)| - 2 \&\& i \ge |vueloRealizado(this)| - 2
\rightarrow i = |vueloRealizado(this)| - 2
```

```
\begin{split} & i = |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 \&\& \ (\forall \ j \leftarrow [0..i)) \\ & ((\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = X) \&\& \\ & ((\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = Y))) \\ & \to \\ & (\forall \ j \leftarrow [0...-\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = X) \&\& \\ & ((\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = Y))) \\ & - I \&\& \ \operatorname{Fv} < \operatorname{cota} \to \operatorname{noB} \\ \\ 0 \le i \le |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 \&\& |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 - i) < 0 \&\& \\ \operatorname{cumplenTodos} = (\forall \ j \leftarrow [0..i)) \\ & ((\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{prm}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = X) \&\& \\ & ((\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j]}) - (\operatorname{sgd}(\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})_{[j+2]}) = Y)) \\ & \text{Estos son el invariante y la funcion variante menor a la cota} \\ & |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 - i < 0 \to |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 < i \\ & \to |\operatorname{vueloRealizado}(\operatorname{\mathbf{this}})| - 2 \le i \\ \end{split}
```

#### 3. Listo Para Cosechar

```
problema listoParaCosechar (this: Sistema) = res : bool {
       asegura res = (cantCultivosCosechables(campo(this))/|parcelasCultivo(campo(this))| \ge 0,9);
       aux cantCultivosCosechables (s: Sistema) : \mathbb{Z} = |[1|pos \leftarrow parcelasCultivo(campo(s)),
           estadoDelCultivo(pos, s) == ListoParaCosechar;
       aux parcelasCultivo (c: Campo) : [(\mathbb{Z}, \mathbb{Z})] = [(i, j)|i \leftarrow [0..prm(dimensiones(c))),
           j \leftarrow [0..sgd(dimensiones(c))), contenido((i, j), c) == Cultivo];
problema \_cuentaCosechables (this: Sistema) = res : \mathbb{Z}  {
       asegura res == cantCultivosCosechables(campo(this));
problema \_parcelasCultivo (this: Sistema) = res : \mathbb{Z}  {
       asegura res == parcelasCultivo(campo(this));
problema _parcelasCultivoLargo (this: Sistema, (\mathbb{Z}, \mathbb{Z}): parcelasCultivo, \mathbb{Z}: fila) = res : \mathbb{Z} {
       modifica parcelasCultivo;
       asegura parcelasCultivo == [(fila, j)|j \leftarrow [0..largo(dimensiones(campo(this))),
           contenido(campo(this), fila, j) == Cultivo];
Transformaciones de estados.
bool Sistema::listoParaCosechar() const{
     float cantCosechable = _cuentaCosechables();
      // Estado E1:
      // Vale: cantCosechable == cantCultivosCosechables(campo(this))
     float totalCultivos = _parcelasCultivo().size();
      // Estado E2:
      // Vale: totalCultivos == |parcelasCultivo(campo(this))| && cantCosechable == cantCosechable@E1
     return cantCosechable/totalCultivos >= 0.9 f;
      // Estado E3:
      // Vale: res == (cantCosechable@E2 / totalCultivos@E2 = 0,9)
int Sistema::_cuentaCosechables() const{
     int total = 0;
      // Estado A1:
      // Vale: total == 0
     unsigned int i = 0;
      // Estado A2:
      // Vale: i == 0 \&\& total == total@A1
      // Vale PC: i == 0 && total == 0
     while (i < _parcelas Cultivo (). size ()) {
      // I: 0 \le i \le |parcelasCultivo(campo(this))| &&
      // \text{ total} == |[1 - a \leftarrow [0..i),
           estadoDelCultivo(parcelasCultivo[a], this) == ListoParaCosechar]
      // B: i < |parcelasCultivo(campo(this))|
      // Fv:|parcelasCultivo(campo(this))|-i Cota: 0
```

```
// Estado AC1
     // Vale Pif: I && B
          if (estadoDelCultivo(_parcelasCultivo().at(i)) == ListoParaCosechar){
               total++;
          }
     // Estado AC2
     // Vale Qif: total ==|[1|p \leftarrow parcelasCultivo,
     estadoDelCultivo(p, this) == ListoParaCosechar]|&& i == i@AC2
          i++;
     // Estado AC3
     // Vale: i == i@AC3+1 \&\& total == total@AC2 \&\& I
     // Estado A3
     // Vale QC: total == cantCultivosCosechables(this)
     return total;
     // Estado A4
     // Vale res == total@A3
}
std::vector<Posicion> Sistema::_parcelasCultivo() const{
     std::vector<Posicion> listaParcelasCultivo;
     // Estado B1
     // Vale: listaParcelasCultivo == []
     int i = 0;
     // Estado B2
     // Vale PC: i == 0 && lista
Parcelas
Cultivo == lista
Parcelas
Cultivo@B1
     while (i < campo().dimensiones().ancho){
           // I: 0≤i≤|ancho(dimensiones(campo(this)))|&&
           listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..i)),
                       y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                       contenido(campo(this), x, y) == Cultivo]
           // B: i < ancho(dimensiones(campo(this)))
           // Fv:ancho(dimensiones(campo(this)))-i.Cota:0
           // Estado BC1
           // Vale I && B
          _parcelasCultivoLargo(listaParcelasCultivo, i);
     // Estado BC2
     //Vale: listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..i]),
           y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
           contenido(campo(this), x, y) == Cultivo]
           && i == i@BC1
          i++;
           // Estado BC3
           // \text{ Vale: i == i@BC2+1 \&\& I}
     // Estado B3
```

```
// Vale QC: listaParcelasCultivo == parcelasCultivo(campo(this))
     return listaParcelasCultivo;
      // Estado B4
      // Vale res == listaParcelasCultivo@B3
}
void Sistema::_parcelasCultivoLargo(std::vector<Posicion> \&parcelasCultivoLargo,
const int fila) const{
      // Modifica parcelasCultivoLargo
      // Estado C1
      // Vale parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo)
     int j = 0;
      // Estado C2
      // Vale PC: j == 0 && parcelasCultivoLargo == parcelasCultivoLargo@C1
     while (j < campo().dimensiones().largo){
           // Estado CC1
           // I: 0 \le j \le \text{largo(dimensiones(campo(this)))} \&\&
           // parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo) ++[(fila,y)|y \leftarrow [0..j),
           //\text{contenido}(\text{campo}(\text{this}), \text{fila}, y) == \text{Cultivo}
           // B: j < largo(dimensiones(campo(this)))
           // Fv: largo(dimensiones(campo(this)))-j. Cota: 0
           Posicion p;
          p.x = fila;
          p.y = j;
           // Estado CC2
           // Vale Pif: p == (fila, j)
           if (campo().contenido(p) == Cultivo){
                parcelasCultivoLargo.push_back(p);
           }
           // Estado CC3
           // Vale Qif: parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo) ++ [(fila,y)|y \leftarrow [0..j],
           // \text{ contenido}(\text{campo}(\text{this}), \text{ fila}, y) == \text{Cultivo}]
          j++;
           // Estado CC4
           // Vale j == j@CC3+1 && I
     }
      // Estado C3
      // Vale QC: parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo) ++[(fila,y)|y \leftarrow [0..largo(dimensiones(campo(this))),
                //contenido(campo(this), fila, y) == Cultivo]
```

7

```
Demostracion de ciclo: _cuentaCosechables.
// Vale PC: i == 0 && total == 0
// I: 0 \le i \le |parcelasCultivo(campo(this))|
// \text{ total} == |[1-a \leftarrow [0..i),]|
estadoDelCultivo(parcelasCultivo[a], this) == ListoParaCosechar]
// B: i < |parcelasCultivo(campo(this))|
// Fv:|parcelasCultivo(campo(this))|-i Cota: 0
// QC: total == cantCultivosCosechables(this)
  -\quad \mathrm{Pc} \ \longrightarrow \ \mathrm{I}
i = 0 \longrightarrow 0 = i \longrightarrow 0 \le i \longrightarrow 0 \le i \le 0
\rightarrow 0 \le i \le |parcelasCultivo(campo(this))|
total = 0 \rightarrow total = |[]| \rightarrow total = |[1|a \leftarrow [0..0)]|
\rightarrow total = |[1 | a \leftarrow [0..i)]|
\rightarrow total = |[1 | a \leftarrow [0..i),
       estadoDelCultivo(parcelasCultivo[a], this) = ListoParaCosechar]
  - I && noB \longrightarrow Qc
i \leq |parcelasCultivo(campo(this))| \&\& i \geq |parcelasCultivo(campo(this))|
(invariante y negacion de guarda)
\rightarrow i = |\operatorname{parcelasCultivo}(\operatorname{campo}(\operatorname{\mathbf{this}}))|
total = |[1] \setminus \operatorname{selector}\{a\}\{[0..i)\},
       estadoDelCultivo (parcelasCultivo [a], this) = ListoParaCosechar]
\rightarrow total = |[1 \mid a \leftarrow [0..|parcelasCultivo(campo(this))]),
       estadoDelCultivo(parcelasCultivo[a], this) = ListoParaCosechar]
(pues i = |parcelasCultivo(campo(this))|)
→ total = cantCultivosCosechables(this) (Reemplazo sintactico)
  - (I && Fv < cota) \longrightarrow noB
                                                         (Fv < cota)
|\operatorname{parcelasCultivo}(\operatorname{campo}(\operatorname{\mathbf{this}}))| - i < 0
  \rightarrow | parcelas Cultivo (campo (this)) | < i
      |\operatorname{parcelasCultivo}(\operatorname{campo}(\operatorname{\mathbf{this}}))| \leq i
      noB
Demostracion de ciclo _parcelasCultivo.
      // Pc: i == 0 && listaParcelasCultivo == []
            // I: 0 \le i \le |ancho(dimensiones(campo(this)))| &&
            listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..i)),
                          y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                          contenido(campo(this), x, y) == Cultivo]
      // B: i < ancho(dimensiones(campo(this)))
      // Fv: ancho(dimensiones(campo(this)))-i.Cota:0
      // Qc: listaParcelasCultivo == parcelasCultivo(campo(this))
```

```
- Pc \longrightarrow I
i = 0 \longrightarrow 0 = i \longrightarrow 0 \le i \le 0
\longrightarrow 0 \le i \le |[]| \longrightarrow 0 \le i \le ancho(dimensiones(campo(this)))
listaParcelasCultivo == [] \longrightarrow listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..0)),
                       y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                       contenido(campo(this), x, y) = Cultivo
     (verdadero por vacuidad del selector [0..0))
\rightarrow listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..i)),
                       y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                       contenido(campo(this), x, y) = Cultivo]
     (Verdadero pues i = 0)
   - I && noB \longrightarrow Qc
i \le ancho(dimensiones(campo(this))) \&\& i \ge ancho(dimensiones(campo(this)))
          (Invariante y NoGuarda)
\rightarrow i = ancho(dimensiones(campo(this)))
listaParcelasCultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..i)),
                       y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                       contenido(campo(this), x, y) = Cultivo]
     (Verdadero por Invariante)
\longrightarrow lista Parcelas Cultivo = [(x,y)|x \leftarrow ([0..ancho(dimensiones(campo(this))))),
                       y \leftarrow ([0..largo(dimensiones(campo(this))),
                       contenido(campo(this), x, y) = Cultivo
          (Vale pues i = ancho(dimensiones(campo(this))))
\longrightarrow listaParcelasCultivo == parcelasCultivo(campo(this)) \longrightarrow Qc
          (Reemplazo sintactico)
     - (I && Fv < cota) \longrightarrow noB
ancho (dimensiones (campo (this))) - i < 0
 \rightarrow ancho(dimensiones(campo(this))) < i
  \rightarrow i > ancho(dimensiones(campo(this)))
 \rightarrow i \geq ancho(dimensiones(campo(this))) \rightarrow noB
Demostracion del ciclo _parcelasCultivoLargo
           // Pc: j == 0 && parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo)
           // I: 0≤j≤largo(dimensiones(campo(this))) &&
           // parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo) ++[(fila,y)|y \leftarrow [0..j),
     contenido(campo(this), fila, y) == Cultivo
      // B: j < largo(dimensiones(campo(this)))
           // Fv: largo(dimensiones(campo(this)))-j. Cota: 0
      // Qc: parcelasCultivoLargo == pre(parcelasCultivoLargo) ++ [(fila,y)|y \leftarrow [0..largo(dimensiones(campo(this))),
      // \text{ contenido}(\text{campo}(\text{this}), \text{ fila}, y) == \text{Cultivo}
```

```
- \operatorname{Pc} \longrightarrow \operatorname{I}
j == 0 \longrightarrow 0 == j \longrightarrow 0 \le j \le 0
\rightarrow 0 \le j \le |[]| \rightarrow 0 \le j \le largo(dimensiones(campo(this)))
parcelas Cultivo Largo = pre (parcelas Cultivo Largo) →
parcelasCultivoLargo = pre(parcelasCultivoLargo) ++ []
→ parcelasCultivoLargo = pre(parcelasCultivoLargo) ++
                   [(fila,y)]\setminus selector\{y\}\{[0..0)\}, contenido(campo(this), fila, y) = Cultivo]
(Verdadero porque es lista vacia [0..0))
→ parcelasCultivoLargo = pre(parcelasCultivoLargo) ++
                   [(fila,y)|\setminus selector\{y\}\{[0..j)\}, contenido(campo(this), fila, y) = Cultivo]
(Porque j = 0)
    - I && noB \longrightarrow Qc
j \le largo(dimensiones(campo(this))) && j \ge largo(dimensiones(campo(this)))
         (Vale por invariante y noB)
\rightarrow j = largo (dimensiones (campo (this)))
parcelasCultivoLargo = pre(parcelasCultivoLargo) ++
     [(fila,y)|\setminus selector\{y\}\{[0..j)\}, contenido(campo(this), fila, y) = Cultivo]
   (Vale por invariante)
\rightarrow parcelasCultivoLargo = pre(parcelasCultivoLargo) ++
     [(fila,y)|\setminus selector\{y\}\{[0..largo(dimensiones(campo(this))))\},
                   contenido(campo(this), fila, y) = Cultivo]
         (Porque j = largo(dimensiones(campo(this)))
\longrightarrow Qc
    - (I && Fv < cota) \longrightarrow noB
largo(dimensiones(campo(this))) - j < 0
(Fv < cota)
\rightarrow largo (dimensiones (campo (this))) < j
\rightarrow largo (dimensiones (campo (this))) \leq j \rightarrow noB
```