Solución Numérica de Ecuacion Diferencial Parcial

Espresso3.1416

1 Introducción

Las ecuaciones diferenciales parciales (EDPs) son fundamentales en la modelización de fenómenos físicos, como la difusión de calor, la propagación de ondas y la dinámica de fluidos. Resolver estas ecuaciones analíticamente suele ser complejo o imposible, por lo que se recurre a métodos numéricos.

2 Planteamiento del Problema

Consideremos la ecuación de difusión-calor en una dimensión:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \tag{1}$$

donde $u(x, t)$ representa la temperatura en el punto x y el tiempo t, y α es la difusividad térmica.

3 Método de Diferencias Finitas

Para resolver la ecuación de difusión-calor numéricamente, utilizamos el método de diferencias finitas. Discretizamos el dominio en el espacio y el tiempo:

$$\begin{aligned} x_i &= i\Delta x, \quad i = 0, 1, \ldots, N, \\ t_n &= n\Delta t, \quad n = 0, 1, \ldots, M, \end{aligned}$$

donde Δx y Δt son los tamaños de paso en el espacio y el tiempo, respectivamente. La ecuación de diferencias finitas se escribe como:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \alpha \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n \right). \tag{2}$$