

Rotationskörper und ihr Volumen

Was ist ein Rotationskörper:

Ein Rotationskörper ist ein durch das Rotieren einer Fläche um eine Rotationsachse entstehender Körper, welcher durch das Intervall $[a; b]$ begrenzt wird.

Annäherung des Volumens mit Scheiben:

Berechnung des Volumens der entstandenen Zylinder:

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi * r^2 * h$$

$$\text{Radius } r = f(x)$$

$$\text{Höhe } h = \frac{b-a}{n}$$

$$\Rightarrow V_{\text{Zylinder}} = \pi * (f(x))^2 * \frac{b-a}{n}$$

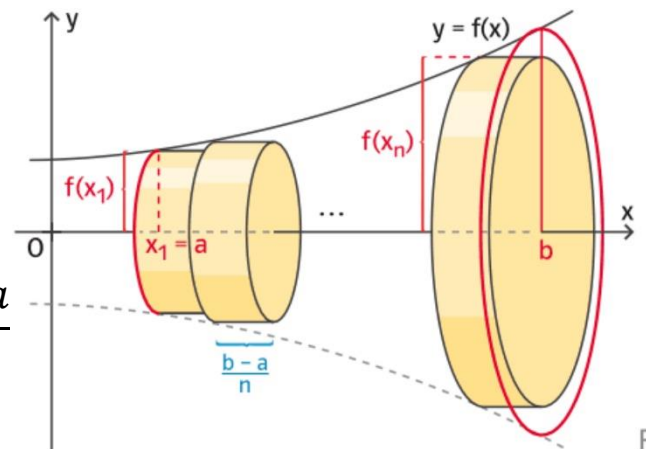


Fig. 3

$$V \approx \sum_{i=1}^n \pi (f(x_i))^2 \frac{b-a}{n}$$

Rotation um die x-Achse:

Wir nutzen zur Berechnung des Volumens, wie bei der Berechnung der Fläche eines Graphen, das Integral:

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \pi (f(x_i))^2 \frac{b-a}{n} = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$
$$V = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

Rotieren um die y-Achse:

Bei der Berechnung des Volumens eines um die y-Achse rotierenden Graphen, gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten:

$$V = \pi \int_{f(a)}^{f(b)} (\bar{f}(x))^2 dx$$
$$V = \pi \int_a^b x^2 |f'(x)| dx$$

Quellen:

S.114-117 Lambacher Schweizer Mathematik Kursstufe – Leistungsfach, 2016

[studyflix.de/mathematik/rotationskoerper-1879](https://www.studyflix.de/mathematik/rotationskoerper-1879) Aufgerufen am 19.02.2024

Mathe GFS
Jona Walpert
20.02.2024
Mathe LK
Herr Tschirner