

FYS3150 oppgavesett 1

Jon Aleksander Prøitz og Marius Torsvoll

Alle løsninger på programmeringsspørsmålene kan finnes her:
https://github.com/Jonaproitz/Project_1

OPPGAVE 1.

Vis at:

$$u(x) = 1 - (1 - e^{-10})x - e^{-10x}$$

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 100e^{-10x}$$

Dette sjekkes med en kjapp derivasjon

$$(1 - (1 - e^{-10})x - e^{-10x})'' \Rightarrow ((1 - e^{-10}) + 10e^{-10x})' = -100e^{-10x} = -f(x)$$

OPPGAVE 2.

Se githublink

OPPGAVE 3.

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{u(x-h) + 2u(x) - u(x+h)}{h^2} + O(h^2)$$

Diskretiserer den dobbeltderivate med følgende definisjoner.

$$\begin{aligned}x &\rightarrow x_0, x_1, x_2, \dots \\u(x) &\rightarrow u_0, u_1, u_2, \dots \\f(x) &\rightarrow f_0, f_1, f_2, \dots\end{aligned}$$

Vi tilnærmer $u \approx v$ og får:

$$-\frac{d^2 v_i}{dx^2} = -v_{i-1} + 2v_i - v_{i+1} = f_i h^2$$

OPPGAVE 4.

Settet med likninger fra oppgave 3 kan skrives som:

$$\begin{aligned}2v_i - v_2 &= h^2 f_1 + v_0 = g_1 \\-v_1 + 2v_2 - v_3 &= h^2 f_2 = g_2 \\-v_2 + 2v_3 - v_4 &= h^2 f_3 = g_3 \\&\vdots \\-v_{m-2} + 2v_{m-1} &= h^2 f_{m-1} + v_m = g_{m-1}\end{aligned}$$

Som kan skrives om til:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots \\ & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_n \end{pmatrix}$$

OPPGAVE 5

a

Siden første og siste element er kjente verdier vil da $n = m - 2$

b

ACKNOWLEDGMENTS

Vi ønsker å takke det norske folk for deres støtte og hjelp i dette krevende arbeidet.