

FYS-KJM4710 – Røntgen lab

Av Jonas Asperud

Røntgenstråling brukes bl.a. i medisinsk behandling og avbildning. Det derfor nyttig å forstå hvordan strålingen oppfører seg i forskjellige sammenhenger. I dette eksperimentet undersøkes noen grunnleggende egenskaper ved røntgenstråling med lav til middels energier. Målet er å finne sammenhenger mellom teori og eksperiment hvor strøm, spenning og filtertykkelse varieres.

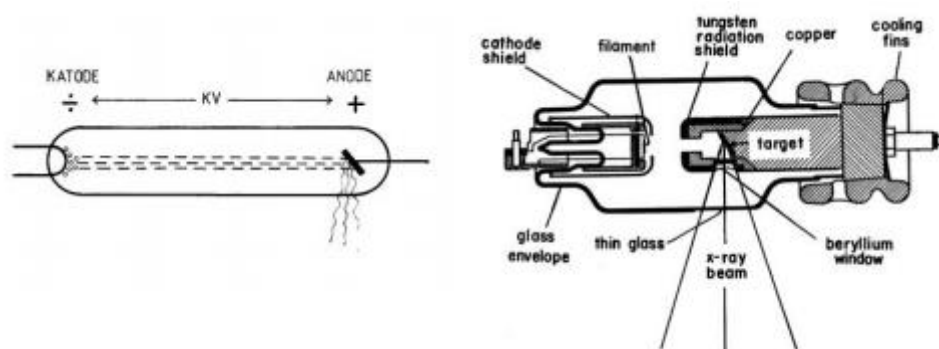
1. Introduksjon

I dette forsøket blir det brukt røntgenstråling mellom 60-220 kV til å undersøke noen grunnleggende egenskaper ved røntgenstråling. Et ionekammer kobles til et elektrometer og måler ioneraten, som er proporsjonal med dose til luft.

Eksperimentet består av tre deler, hvor i den første delen endres katodestrømmen for å undersøke hvordan ioneraten endrer seg. I del to varieres spenningen som funksjon av ioneraten. Det antas her at kramers spektrum stemmer overens med resultatene, og det undersøkes hvordan dosen til luft endres med spenningen. I den tredje delen legges det til filtre av kobber og aluminium med økende tykkelse. Det undersøkes hvordan røntgenstrålen attenueres og halv verdi laget bestemmes. Teori sammenlignes med resultater, hvor det viser seg at man må trå forsiktig når det skal anvendes.

2. Teori

Et **røntgenrør** er et eksempel på hvordan røntgenstråler kan bli produsert. Elektroner blir frigjort fra katoden ved termionisk emisjon, typisk blir det brukt en wolfram tråd. Elektronene blir så akselerert i tuben, hvor det er vakuum, og treffer så anoden (Target, typisk kobber) hvor det dannes bremsestråling. Targetet må kjøles ned, fordi ca. 98.00-99.99% av energien avsatt i target går til varme-energi, for 10-100 keV elektroner med wolfram anode. Man vil da få et spektrum av energier, hvor blant annet karakteristiske energier er inkludert. Maksimal røntgen-energien er $e \cdot V$, ladning ganger potensial forskjellen mellom anoden og katoden, V .



Figur 1 viser til venstre en katode og en anode i et vakuumkammer og til høyre et røntgenrør [1].

Ionekammeret brukt i dette eksperimentet er et free air ionekammer. Det antas CPE inne i ionekammeret. Røntgenstrålene ioniserer luften på innsiden av ionekammeret, hvor det på

innsiden er en platekondensator vinkelrett på røntgenkilden. Ionene som dannes inne i volumet akselereres mot den ene platen og blir registrert med et elektrometer [2].

Mean squared error er en måte å gjøre et feilestimat av en modell man tilpasser f.eks. målte resultater og er

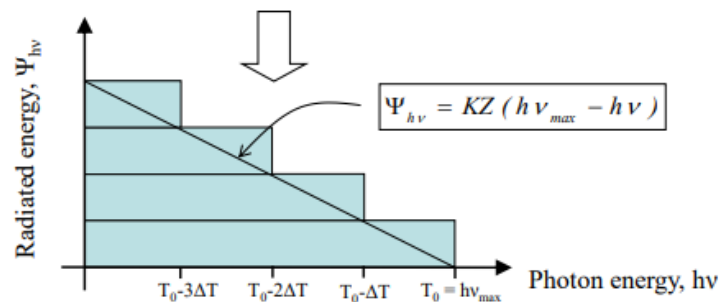
$$MSE(\hat{y}, \hat{\bar{y}}) = \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (1)$$

Hvor \bar{y}_i er modellens verdi i punkt i og y_i er de målte verdiene i punkt nummer i . Summen til kvadratet av alle punktene n brukes som som feilestimatet [3].

Kramers regel for et ufiltrert fotonspektrum er vist i figur (2). Elektroner sendes inn mot mediumet, hvor de gradvis avsetter energi, for det meste bremsetråling [2]. Ved overflaten har elektronene energi, $h\nu_{max}$, som gir et spektrum av foton energier med maksimal foton energi $h\nu_{max}$ [1]. Når elektronene trenger dypere inn i mediumet avtar energien og dermed avtar også maksimal energien. Kramers regel tilpasser denne modellen, hvor den sier at energifluensen er

$$\Psi_{h\nu} = KZ(h\nu_{max} - h\nu) \quad (2)$$

Hvor $K = CN$, C er en proporsjonalitetskonstant ($2 \times 10^{-6} \text{ keV}^{-1}$), N er antallet inkomende elektroner med kinetisk energi $h\nu_{max}$, Z er atomnummer til target og $h\nu$ er foton energien [2].



Figur 2 viser kramers spektrum, se tekst for utledning [1].

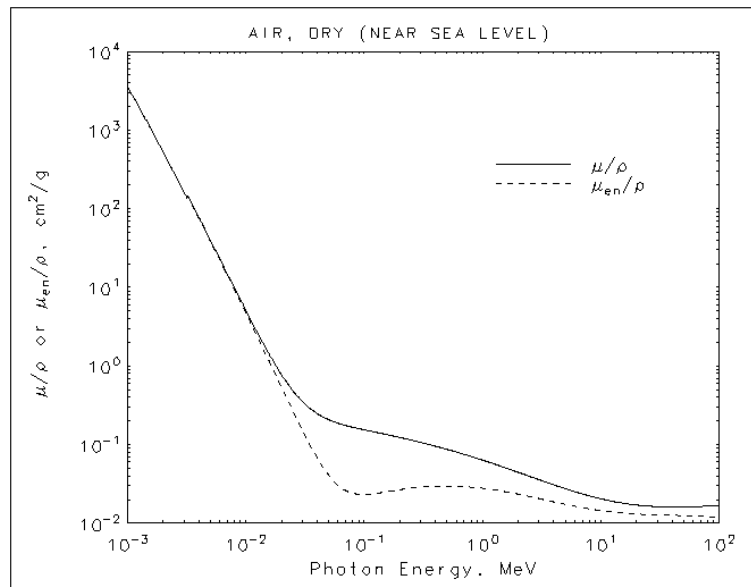
Energi-overførings fraksjonen i en foton interaksjon er fraksjonen av den innkommende foton energien som overføres til kinetisk energi til en ladd partikkel ved de forskjellige foton interaksjonene [2]. **Foton energi-overførings koeffisienten (μ_{tr})** er definert som summen av alle fraksjonene og skrives som

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{\mu_{tr,ph}}{\rho} + \frac{\mu_{tr,Ry}}{\rho} + \frac{\mu_{tr,C}}{\rho} + \frac{\mu_{tr,pp}}{\rho} \quad (3)$$

Masse energi-absorpsjons koeffisienten er definert som

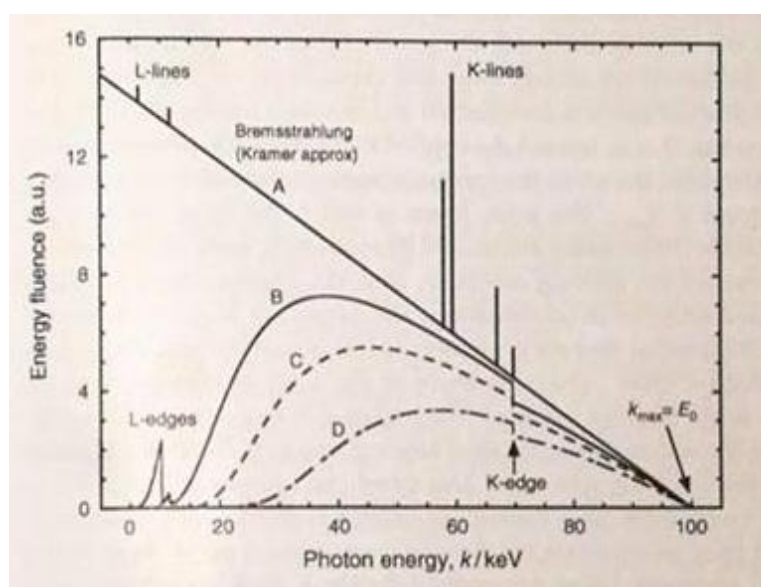
$$\frac{\mu_{en}}{\rho} = \frac{\mu_{tr}}{\rho} (1 - \bar{g})$$

Hvor $\frac{\mu_{tr}}{\rho}$ er definer i ligning (3) og \bar{g} er den gjennomsnittlige fraksjonen av sekundær-elektroner som er strålingstap, f.eks. bremsestråling [2]. Koeffisienten er avhengig av hvilket medium fotonene treffer. I figur (3) vises $\frac{\mu_{en}}{\rho}$ for luft.



Figur 3 viser masse energi-absorpsjons koeffisienten for luft [4].

Halv verdi lag (Half value layer, HVL) er tykkelsen av filtrerings materiale som trengs for å redusere absorbert dose til luft med 50% [2]. Avstanden fra kilden til ionekammeret må hvertfall være 40 cm. I figur (4) vises røntgen-spektrumet med 100 keV elektroner på et wolfram target. Filtreringen økes fra A som er ufiltret til D. Det observeres av figuren at lavere foton-energi blir attenuert mye raskere.



Figur 4 viser røntgen-spektrumet fra 100 keV elektroner på et wolfram target [2]. Filtreringen økes fra A som er ufiltret til.

Ved **attenuasjonen av monoenergiske fotoner** er intensiteten

$$N = N_0 e^{-\mu x}$$

Hvor N_0 er intensiteten som kommer fra strålekilden, μ er attenuasjonskoeffisienten og x er dybden. Dette gir ved benyttelse av HVL at

$$\frac{N}{2} = N_0 e^{\mu(HVL)} \rightarrow HVL = \frac{\ln 2}{\mu} \leftrightarrow \mu = \frac{\ln 2}{HVL} \quad (4)$$

Effektiv energi er energien til et monoenergiske foton som har samme HVL som fotonstrålen målt ved et spektrum av energier [2]. Da brukes ligning (4) til å finne den effektive μ_{eff} , som sammenlignes med kjente attenuasjonskoeffisienter for forskjellige foton-energier. Hvor den effektive energien tilsvarer når $\mu_{eff} = \mu_{kjent}$.

Det **fotoelektriske tverrsnittet (cross section)** er proporsjonalt med [5]

$$\frac{Z^n}{(h\nu)^m} ; 4 < n < 5 ; 1 < m < 3 \quad (5)$$

3. Metode

I første eksperiment skal et ionekammeret plassert i en bly belagt stråle-boks i en god høyde, rundt 40 cm fra strålingskilden, og et elektrometer kobles til ionekammeret. Som primærfilter skal det brukes en 1.5 mm aluminiumsplate. Spenningen over røntgenrøret holdes konstant på 60 kV, hvor strømmen over katoden varieres fra 5-10 mA med 0.5 mA intervaller.

I eksperiment to skal katodestrømmen holdes konstant på 10 mA og spenningen skal varieres fra 60-200 kV med 20 kV intervaller. Utstyret skal stå likt, med samme primærfilter.

Det tredje eksperimentet består av to deler hvor det skal bestemmes halv verdi laget til røntgenstrålingen. Det skal brukes konstant spenning og strøm på 100 kV og 5 mA. I den første delen skal det brukes en 1.5 mm aluminiumsplate som primærfilter. Gjør målinger med 0, 1, 2, 3, 4 og 6 mm aluminiumsplater i tillegg til primærfilteret.

I del to av eksperimentet brukes det 1.5 mm aluminiumsplate og 0.5 mm kobberplate som primærfilter. Spenningen skal være 220 kV og strømmen 5 mA. Gjør målinger med 0, 0.5, 1.0, 1.526, 1.989, 2.971 mm kobberplater i tillegg til primærfilteret.

Utstyr

- Pantak HF225 X-ray generator
- Wellhöfer FC65G ion chamber
- Standard imaging MAX4000 electrometer
- Forskjellige filtre av kobber and aluminium

4. Resultat

Ionekammeret var plassert midt i strålekammeret av Eirik i en høyde på ca. 40 cm fra strålekilden.

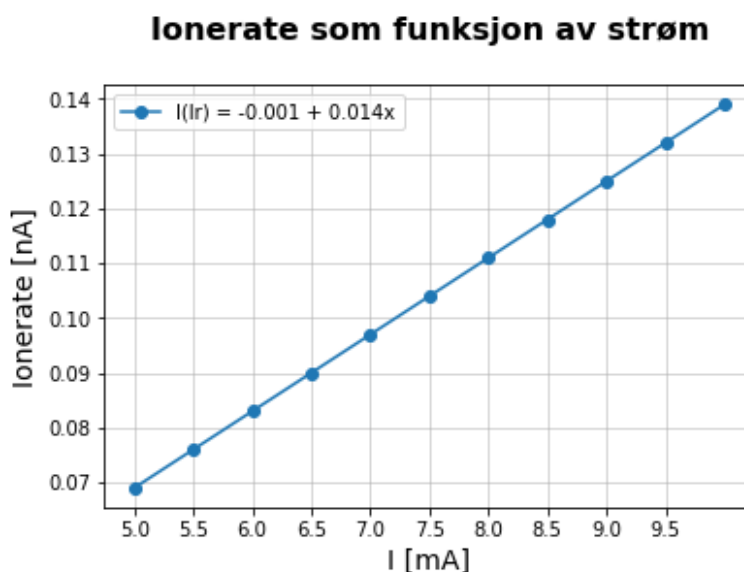
Eksperiment 1

Det ble brukt 1.5 aluminium primærfilter. Spenningen over røntgenrøret var konstant 60 kV og strømmen ble variert fra 5-10 mA med 0.5 mA intervaller. I tabell (1) nedenfor er strømmen og den korresponderende ionerate (Irate) listet.

$I \text{ [mA]}$	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
$I_{rate} \text{ [nA]}$	0.069	0.076	0.083	0.090	0.097	0.104	0.111	0.118	0.125	0.132	0.139

Tabell 1 viser målinger av røntgenstråling stråling med 60 kV spenning over røntgenrøret, med 1.5 mm Al primærfilter hvor strømmen varieres..

I figur (5) er resultatet plottet.



Figur 5 viser ioneraten som funksjon av katodestrømmen..

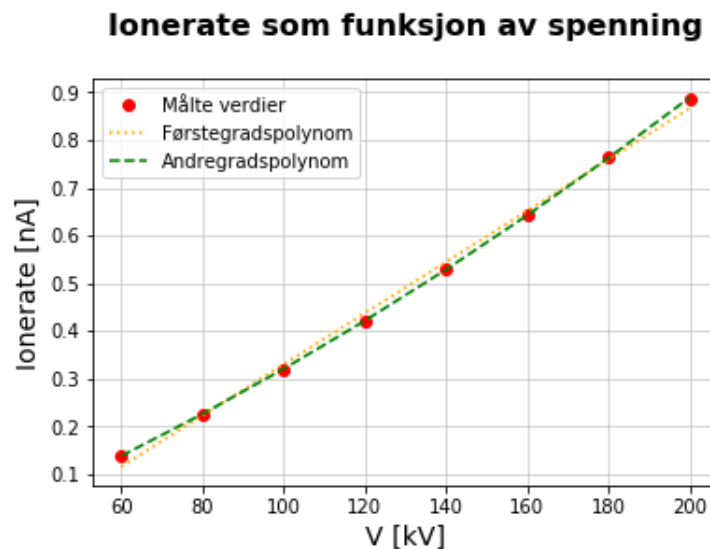
Eksperiment 2

I del 2 var strømmen konstant 10 mA, med en variabel spenningen over røntgenrøret fra 60-200 kV med 20 kV intervaller. Det samme 1,5 mm Al primærfilter ble brukt. I tabell (2) vises Spenningen mot den korresponderende ioneraten (Irate).

V [kV]	60	80	100	120	140	160	180	200
I_{rate} [nA]	0.139	0.225	0.320	0.421	0.529	0.643	0.764	0.888

Tabell 2 viser ioneraten målt som funksjon av spenning over røntgenrøret.

Målingene er plottet i figur (6) og det observeres at resultatet ikke er lineært. I plottet er det gjort regresjonstilpasning med et første- og annen-grads polynom. Annengradspolynomet gir lavere mean squared error(MSE) med $MSE = 7.805 \cdot 10^{-7}$ enn førstegradspolynomet med $MSE = 10^{-3}$.



Figur 6 viser ioneraten hvor røntgenrøret hadde konstant strøm på 10 mA, 1.5 mm Al primærfilter og variabel spenning fra 60-200 kV. Resultatet er tilpasset med regresjon hvor andregradspolynomet gir minst mean squared error.

Kramers spektrum beskrevet av ligning (2) i teori delen, kan integreres slik at den totale energien som stråler fra strålingskilden er

$$\int_0^{h\nu_{max}} \Psi_{h\nu} = KZ \left((h\nu_{max})^2 - \frac{1}{2}(h\nu_{max})^2 \right) = \frac{1}{2}KZ(h\nu_{max})^2 \quad (6)$$

Masse energi-absorpsjons koeffisienten for luft er plottet i figur (3) i teori delen. Det observeres at for foton-energiene brukt i dette eksperimentet er koeffisienten avtar den kraftig frem til ca. 80 keV og øker svakt fra 90 keV til 200 keV

Eksperiment 3

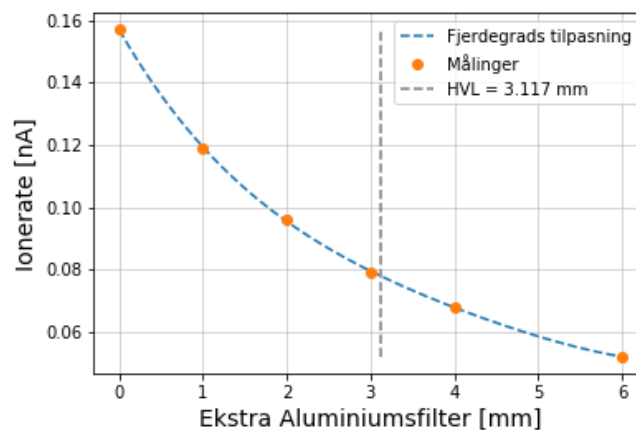
I del en ble det brukt et 1.5 mm aluminiums primærfilter med en konstant spenning 100 kV og strøm 5 mA. Elektrometeret var stilt i en god høyde nevnte Eirik, dette betyr i hvert fall 40 cm, noe som synes å stemme på øyemål. Ekstra aluminiumsplater ble lagt på toppen av primærfiltrene. I tabell (3) er antall millimeter aluminiumsplate lagt på i tillegg til primærfilteret listet mot ioneraten (I_{rate}) målt.

Ekstra aluminiumsfilter [mm]	0	1	2	3	4	6
Irate [nA]	0.157	0.119	0.096	0.079	0.068	0.052

Tabell 3 viser ioneraten målt når tykkelsen på det ekstra aluminiumfilteret øker, ved 100 kV spenning, 5 mA strøm og med 1.5 mm Al primærfilter.

Målingene er plottet i figur (7), hvor det er gjort en tilpasning av et fjerdegradspolynom med regresjon, hvor $MSE = 1,215 \cdot 10^{-7}$. I tilpasningen er halv verdi laget = 3.117 mm og ut i fra målingene er det nærmeste halv verdi laget = 3 mm.

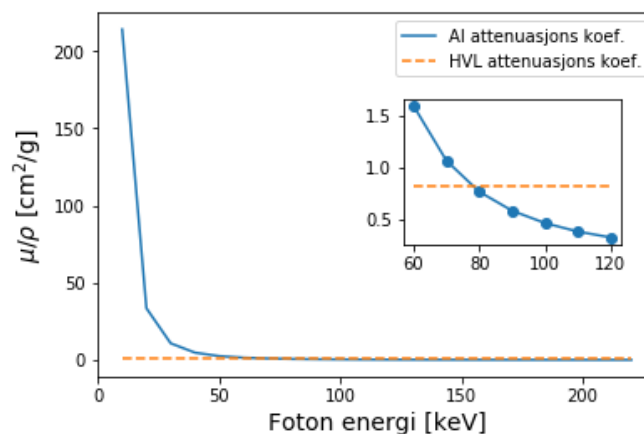
Ionerate som funksjon ekstra aluminiumsfilter



Figur 7 viser målingene av ioneraten som funksjon av ekstra aluminiumsfilter tykkelse. Dette er tilpasset med regresjon og brukt til å finne halv verdi laget.

Videre brukes HVL til å finne den effektive attenuasjons-koeffisienten, $\mu_{eff} = 0.824$ ved ligning (4). I figur (8) sammenlignes μ_{eff} med en gitt $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{Al}$. Dette gir at den effektive energien er 80 keV.

Effektiv energi m/Al filter ved HVL attenuasjon koef.



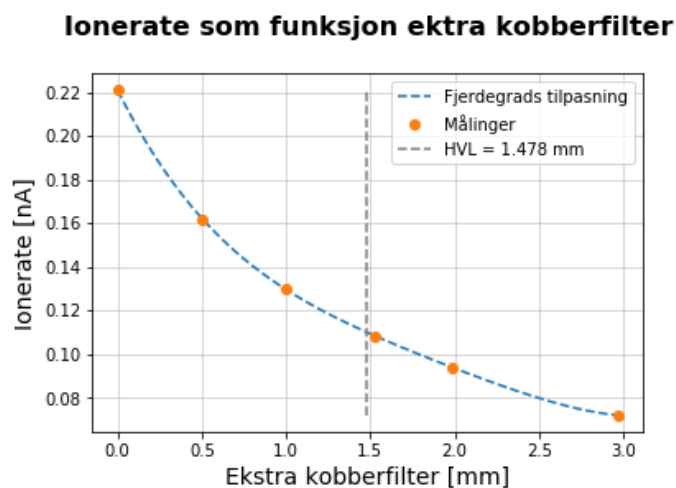
Figur 8 viser den effektive energien til HVL verdien funnet for ekstra aliminiumsfilter-tykkelse.

I neste del bruktes det 1.5 mm aluminium og 0.5 mm kobber som primærfilter. Det ble så lagt på ekstra kobberfilter, hvor spenningen var 220 kV og strømmen 5 mA ved alle målingene. I tabell (4) nedenfor er ekstra filter listet mot den korresponderende ioneraten (irate).

Ekstra kobberfilter [mm]	0.000	0.500	1.000	1.526	1.989	2.971
Irate [nA]	0.221	0.162	0.130	0.108	0.094	0.072

Tabell 4 viser ioneraten målt når tykkelsen på det ekstra kobberfilteret øker, ved 220 kV spenning, 5 mA strøm og med 1.5 mm Al + 0.5 mm Cu primærfilter.

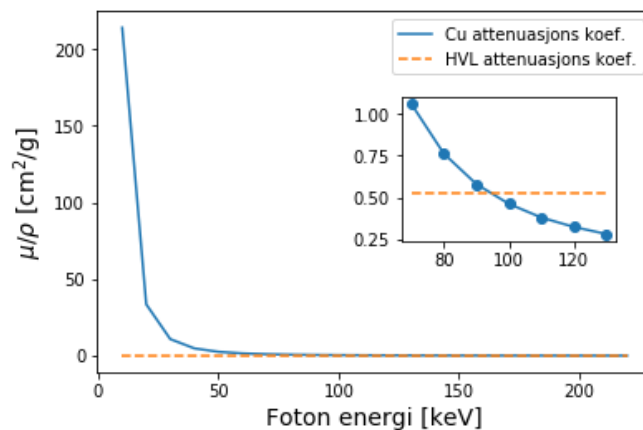
Målingene er plottet i figur (10), hvor det er gjort en tilpasning av et fjerdegradspolynom med regresjon, hvor $MSE = 7.517 \cdot 10^{-7}$. I tilpasningen er halv verdi laget = 1.478 mm og ut i fra målingene er det nærmeste halv verdi laget = 1.526 mm.



Figur 9 viser målingene av ioneraten som funksjon av ekstra kobberfilter tykkelse. Dette er så tilpasset og brukt til å finne halv verdi laget.

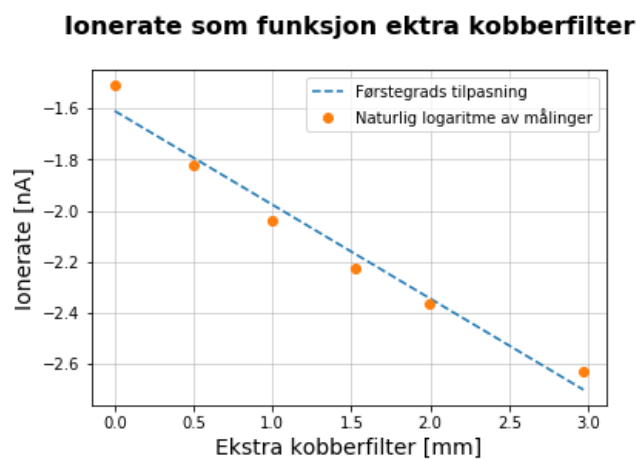
Videre brukes HVL til å finne den effektive attenuasjons-koeffisienten, $\mu_{eff} = 0.523$ ved ligning (4). I figur (10) sammenlignes μ_{eff} med en gitt $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{Al}$. Dette gir at den effektive energien er 90 keV.

Effektiv energi m/Cu filter ved HVL attenuasjon koef.



Figur 10 viser den effektive energien til HVL verdien funnet for ekstra kobberfilter-tykkelse.

I figur (11) plottes den naturlige logaritmen til ioneraten. Plottet tilpasses med et førstegrads polynom, men følger ikke målingene. Tilpasningen har en MSE = 5.070.



Figur 11 viser den naturlige logaritmen av ioneraten som funksjon ekstra kobberfilter-tykkelse.

Dosen til luft er gitt som

$$D_{air} \approx M * N_{D,air}$$

Hvor M er målingene og $N_{D,air} = 43.4 \text{ mGy/nC}$. Dette kan brukes til å finne ut den absorberte dosen til luft for 100 kV spenning, 5 mA strøm med 1.5 mm Al primærfilter. Bruker så resultatet målt tidligere i tabell (3).

$$D_{Al,air} = 0.157 \frac{nC}{ns} * 43.4 \frac{mGy}{nC} = 6.8 \frac{mGy}{ns}$$

Det samme gjøres for 220 kV spenning, 5 mA strøm og 1.5 mm Al + 0.5 Cu primærfilter. Bruker også måleresultatet fra tidligere i tabell (4).

$$D_{Al+Cu,air} = 0.221 \frac{nC}{ns} * 43.4 \frac{mGy}{nC} = 9.6 \frac{mGy}{ns}$$

5. Diskusjon

I del en ble ioneraten målt som funksjon av strømmen over katoden, se figur (5). Når strømmen over katoden økes, vokser antallet elektroner som går igjennom katoden per tid. Den blir varmere og frigjør flere elektroner som akselereres over røntgenrøret mot target. Det forventes at antall elektroner frigjort øker lineært med intensiteten. Det vi observerer i figur (5) er at ioneraten er proporsjonal med strømmen over katoden, hvor ioneraten øker med 0.014 mA per milliampere man øker katodestrømmen. Det stemmer overens med det som forventes.

I del to ble ioneraten målt som funksjon av spenningen, figur (6). Resultatet var en ikke lineær funksjon, hvor den beste polynom-tilpasningen var et annengradspolynom. Dosen til luft er proporsjonal med ioneraten og er gitt som

$$D_{air} = \int_0^{h\nu_{max}} \Psi_{hv} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{air} d(h\nu)$$

Og i ligning (6) ble det funnet at den totale energien fra strålingskilden ved Kramers spektrum er gitt som

$$\Psi_{hv} = \frac{1}{2} KZ(h\nu_{max})^2$$

Hvor den øker som en annengradsfunksjon. $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{air}$ er vist i figur (3) i teori delen. Den avtar kraftig frem til ca. 80 keV og øker svakt fra 90 keV til 200 keV. Produktet $\Psi_{hv} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{air}$ vil derfor øke raskere for lave energier, når maksimal energien $h\nu_{max}$ økes, grunnet at $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{air}$ er større for lave foton-energi. Siden dosen D_{air} ca. går som en annengradsfunksjon og er proporsjonal med ioneraten, kan det stemme at ioneraten målt også går som en annengradsfunksjon.

I eksperiment 3 del en måles ioneraten som funksjon av aluminiumsfilter-tykkelse. Målingene tilpasses av et fjerdegradspolynom og gir en $HVL_{Al} = 3.117 \text{ mm}$, og målingene gir $HVL_{Al} = 3 \text{ mm}$. Dette brukes til å finne den effektive energien som er 80 keV, for $HVL_{Al} = 3.117 \text{ mm}$.

I del to gjøres det samme med kobberfilter. Dette gir at Målingene tilpasses av et fjerdegradspolynom og gir en $HVL_{Cu} = 1.478 \text{ mm}$, og målingene gir $HVL_{Cu} = 1.526 \text{ mm}$. Dette brukes til å finne den effektive energien som er 90 keV, for $HVL_{Cu} = 1.478 \text{ mm}$.

Det observeres at HVL med aluminiumsfilter er større enn med kobberfilter. Dette kommer av fotonene er attenuert mer med Cu enn med Al. Dette forventes fra ligning (5), hvor $Z_{Cu} = 29$ og $Z_{Al} = 13$. Samtidig økte også spenningen med Cu, men ikke nok til at det veies opp for økningen i Z .

Den naturlige logaritmen til Ioneraten som funksjon av kobberfilter-tykkelse var ikke lineær. Til tross for at intensiteten er gitt som

$$N = N_0 e^{-\mu x} \rightarrow \ln N = -\mu x \ln(N_0)$$

Dette kommer av at μ ikke er konstant og at denne formelen gjelder for monoenergiske energier. Når Cu-filtertykkelsen øker er det de laveste foton-energiene som filtreres vekk mest, se figur (4) i teoridelen. Ser man f.eks. på $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{air}$, figur (3) teori delen, ser man at den består av et spektrum av verdier for energier mellom 1-220 keV og at den ikke endres jevnt med tykkelsen av kobberfilteret, som følge av at lavere energi attenueres mest.

Det er også forskjell i dosen gitt til luft ved de forskjellige primærfilterene, 1.5 mm Al ved 100 kV spenning og 1.5 mm Al + 0.5 mm Cu ved 220 kV spenning. Resultatene gir $D_{Al,air} = 6.8 \frac{mGy}{ns}$ og $D_{Al+Cu,air} = 9.6 \frac{mGy}{ns}$. Dette kommer av at ved økt spenning så øker D_{air} , se figur (6) hvor ioneraten er proporsjonal med D_{air} . Men med økt filtertykkelse synker D_{air} , se figur (7,9). Disse variablene veier ikke opp mot hverandre i dette tilfellet, hvor den økte spenningen veier mer enn den ekstra filtreringen.

6. Konklusjon

Når katodestrømmen ble regulert, men spenningen ble holdt konstant ble det observert at ioneraten var proporsjonal med katodestrømmen. Med katodestrømmen konstant og spenningen regulert økte ioneraten. Men dosen til luft, som er proporsjonal med ioneraten er ikke lineær. Et annengrads polynom tilpasses med lav MSE = $7.805 \cdot 10^{-7}$, som stemmer med det som forventes ved at dosen til luft ca. går som $D_{air} \propto \Psi_{hv} = \frac{1}{2} KZ(h\nu_{max})^2$. I eksperiment tre måles det, når ekstra plater av aluminium og kobber legges til primærfilteret, at $HVL_{Cu} = 1.478 \text{ mm}$ ved regresjons-tilpasning med effektiv energi på 90 keV og $HVL_{Al} = 3.117 \text{ mm}$ med effektiv energi på 80 keV. Kobber attenuerer røntgenstrålene mest, som er grunnet at atomnummeret øker mer enn maksimal spenningen over røntgenrøret øker. Det observeres også fra målingene at den naturlige logaritmen til ioneraten med økende Cu-filtrering ikke er lineær, som intensitets-ligningen (4) tilsier. Formelen gjelder derimot kun for monoenergiske energier, hvor målingene i eksperimentet kommer fra et spektrum av energier som ikke endrer seg lineær. Dette grunnet at lavere foton-energi attenueres mest. Dette gjenspeiles også i dosen til luft i tilfellene 1.5 mm Al filter, 100 kV og 5 mA gir $D_{Al,air} = 6.8 \frac{mGy}{ns}$ og ved 1.5 mm Al + 0.5 mm Cu filter, 220 kV gir $D_{Al+Cu,air} = 9.6 \frac{mGy}{ns}$. Resultatene fra eksperimentene gir at dosen øker med økt spenning, men at den synker ved økende filtrering. Det viser seg derimot at økningen i spenningen overveier forskjellen i filtrering.

Referanser

- [1] Eirik Malinen. Accelerators and radiation spectra. FYS-KJM4710, 2018. Senest 24.10.18
- [2] Andreo, Pedro et. Al. *Fundamentals of ionizing radiation dosimetry*. Wiley-VCH, 2017.
- [3] Morten Hjort-Jensen. Data analysis and machine learning: Linear regression and more advanced regression analysis. FYS-STK4155, 2018. Senest 24.10.18
- [4] NIST, X-ray mass attenuation coefficients.
<https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/air.html?fbclid=IwAR2QOzKQDmBfzy15oCoYSjXxajQovu52O9aLl9Za2F8tGCAuDOPRH344F4U>. Senest 24.10.18

[5] Eirik Malinen. Interaction theory - Photons. FYS-KJM4710, 2018. Senest 24.10.18